Musterlösung - Bonustest 2 - 2008

Aufgabe 1: Ausgleichsvorgang

1.1)

$t \leq 0$ s: S geschlossen, stationärer Zustand:

$$i_\mathrm{C}(t) = C\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}(t)}{\mathrm{d}t} = 0 \Rightarrow u_\mathrm{c} = \text{konst.}$$
$$u_\mathrm{C}(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_0$$
$$u_\mathrm{C}(t) = 6{,}875 \text{ V}$$

1.2)

$t = 0$ s: Spannung vom Kondensator kann nicht springen.

$$\text{MG:} \quad u_\mathrm{C}(t) - u_\mathrm{R2}(t) = 0$$
$$\text{KG:} \quad i_\mathrm{C}(t) + i_\mathrm{R2}(t) = 0$$
$$\text{BG:} \quad u_\mathrm{R2}(t) = i_\mathrm{R2}(t)R = -i_\mathrm{C}(t)R$$
$$u_\mathrm{C}(t) + i_\mathrm{C}(t)R = 0$$

Spannung vom Kondensator kann nicht springen

$$\Rightarrow u_\mathrm{C}(t = 0^-) = u_\mathrm{C}(t = 0^+) = 6{,}875 \text{ V}$$
$$i_\mathrm{C}(t = 0^+) = -\frac{u_\mathrm{C}(0)}{R_2} = -31{,}25 \text{ mA}$$

1.3)

$$t \to \infty : u_\mathrm{C} = 0 \text{ Kondensator über Widerstand vollst. entladen}$$

1.4)

$t \geq 0\mathrm{s}$:

$$i_\mathrm{C}(t) = C\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}(t)}{\mathrm{d}t} = C\dot{u}_\mathrm{C}(t) = -\frac{u_\mathrm{C}(t)}{R_2}$$
$$\Rightarrow R_2 \cdot C \cdot \dot{u}_\mathrm{C}(t) + u_\mathrm{C}(t) = 0$$

1.5)

Exponentialansatz:

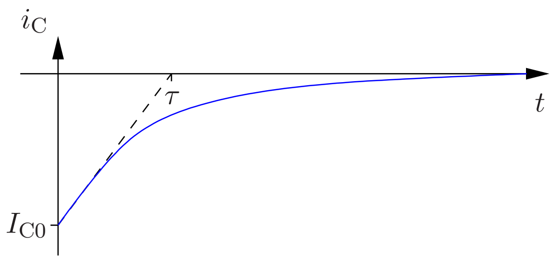
$$u_\mathrm{C}(t) = U_\mathrm{C0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$\dot{u}_\mathrm{C}(t) = \left(-\frac{1}{\tau}\right) U_\mathrm{C0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$R_2 \cdot C \cdot \left(-\frac{1}{\tau}\right) U_\mathrm{C0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + U_\mathrm{C0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$
$$R_2 \cdot C \cdot \left(-\frac{1}{\tau}\right) + 1 = 0$$
$$\Rightarrow \tau = R_2 C$$

Anfangsbedingung:

$$u_\mathrm{C}(t) = U_\mathrm{C0} \cdot e^{-\frac{t}{R_2 C}}$$
$$u_\mathrm{C}(0) = U_\mathrm{C0} \cdot e^{-\frac{0}{R_2 C}} = u_\mathrm{C}(t = 0^+) = 6{,}875\ \mathrm{V}$$
$$\Rightarrow U_\mathrm{C0} = U_0 = 6{,}875\ \mathrm{V}$$
$$u_\mathrm{C}(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R_2 C}}$$

1.6)

$$i_\mathrm{C}(t) = C \dot{u}_\mathrm{C}(t)$$
$$i_\mathrm{C}(t) = C \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R_2 C}}\right)$$
$$i_\mathrm{C}(t) = -\frac{1}{R_2} U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R_2 C}}$$



Aufgabe 2: Komplexe Wechselstromrechnung

2.1)

$$\underline{Z} = j\omega L + R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2} + R_2$$
$$= R_1 + R_2 + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2}\right)$$

$$|\underline{Z}| = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2}\right)^2}$$

$$\varphi = \arg\{\underline{Z}\} = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2}}{R_1 + R_2}\right)$$

$$\underline{Z} = |Z| e^{j\varphi}$$

2.2)

$$\underline{Z} = 100\Omega - j104\Omega = 144,278 \cdot e^{-j46,123^\circ}$$

$$\cos\varphi = 0,693$$

$$\underline{I}_0 = \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}} = 1,594 e^{j46,123^\circ}$$

2.3)

$$Z_{\text{min}} = R_1 + R_2 = 100\Omega \text{ (Betrag minimal für } \Im\{\underline{Z}\} = 0)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C_\text{g}}}$$

$$C_\text{g} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \overset{C_1 = C_2 = C}{=} \frac{1}{2} C$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{2L}{C}}$$

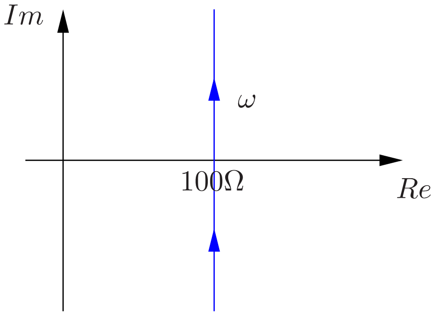
$$\Rightarrow Q = \frac{Z_0}{Z_{\text{min}}} = \frac{\sqrt{\frac{2L}{C}}}{R_1 + R_2} \approx 0,652$$

$$\Delta\omega_\text{B} = \frac{\omega_0}{Q}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C/2}} = 652,328 \text{s}^{-1}$$

$$\Delta\omega_\text{B} = 1000,5 \text{s}^{-1}$$

2.4)



$$\lim_{\omega \to +0} \Im\{\underline{Z}\} \to -\infty$$
$$\lim_{\omega \to +\infty} \Im\{\underline{Z}\} \to +\infty$$