

<b>Name:</b> <input type="text"/>		<b>Matrikelnummer:</b> <input type="text"/>		
<b>Vorname:</b> <input type="text"/>				
<b>Studiengang:</b>		<b>Platz:</b> <input type="text"/>		
<b>Aufgabe:</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>Gesamt</b>
<b>Punkte:</b>				

**Bearbeitungszeit: 30 Minuten**

**Zugelassene Hilfsmittel:**

- eine selbsterstellte, handgeschriebene Formelsammlung (1 Blatt DIN A4, einseitig beschrieben, keine Kopien oder Ausdrücke)
  - ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne grafikfähiges Display
- Zeichenmaterialien (Zirkel, Geodreieck, Lineal, Stifte ...)

Bitte Studenausweis mit Lichtbild bereitlegen!

Bitte verwenden Sie keine roten Stifte. Nutzen sie ausschließlich die gehefteten Aufgabenblätter für ihre Lösungen (keine losen Extrablätter).

Studenten vergangener Jahrgänge optieren durch die Teilnahme an diesem Test verbindlich für den neuen Prüfungsmodus.

Alle Lösungswege sind nachvollziehbar zu dokumentieren und zu kommentieren! Die Angabe einer Zahlenwertlösung ohne erkennbaren Lösungsweg wird nicht gewertet!

**Viel Erfolg!**

Name:

Matrikelnummer:

---

**Aufgabe 1: Reihen- und Parallelschaltungen**

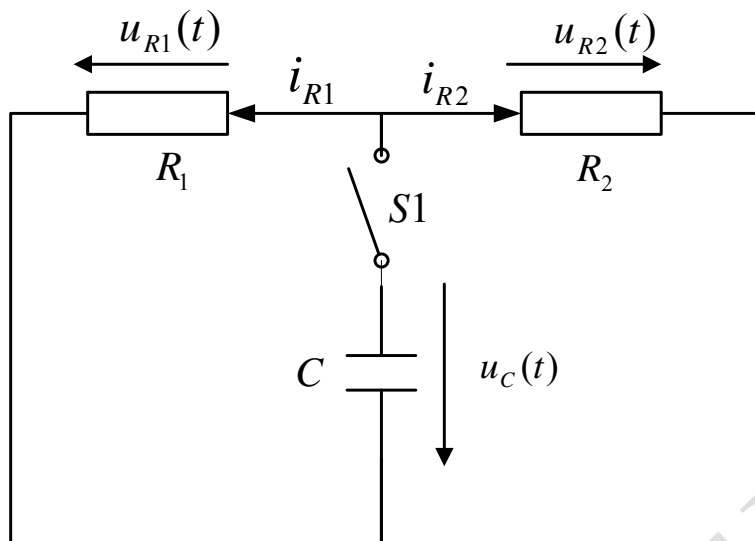
**(10 Punkte)**

Welche Aussagen sind richtig:

- |   | ja                                  | nein                                |
|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1.1 In einer RC- Reihenschaltung fließt nach $t = 2\tau$ die Hälfte des Stroms wie bei $t = \tau$ .<br>(2 Punkte)   | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 1.2 In einem LC- Schwingkreis mit Anfangswerten $u_C = u_0; i_L = 0$ wächst bei immer gleichem Anfangswert $u_C = u_0$ die Schwingungsamplitude des Stroms, je größer L gewählt wird.<br>(2 Punkte) | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 1.3 In einer RC- Parallelschaltung fließt über den Widerstand kein Strom, wenn die Ladung des Kondensators Null ist.<br>(2 Punkte)  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| 1.4 In einer RL- Parallelschaltung fließt der Strom zu einem bestimmten Zeitpunkt komplett durch den Widerstand, wenn die magnetische Energie der Spule Null ist.<br>(2 Punkte)                     | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| 1.5 Je größer der Widerstand R in einer RLC- Parallelschaltung, desto schneller wird die Schwingung gedämpft.<br>(2 Punkte)   | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |

## Aufgabe 2: Entladevorgang eines Kondensators

(10 Punkte)



Zum Zeitpunkt  $t = 0\text{ s}$  wird der Schalter S1 geschlossen. Vor diesem Zeitpunkt sei der Kondensator C auf die Spannung  $U_{C0} = 4\text{ V}$  aufgeladen.

**2.1 Stellen Sie die Differentialgleichung für  $u_C(t)$  für  $t \geq 0$  auf. Formulieren Sie die Bedingung für den Anfangswert. (3 Punkte)**

Maschengleichung:  $u_C = u_{R2} = u_{R1}$

Knotenregel:  $-i_C = i_{R1} + i_{R2}$

$$\text{Einsetzen: } -i_C = i_{R1} + i_{R2} = -C \frac{du_C}{dt} = \frac{u_C}{R_1} + \frac{u_C}{R_2} \Leftrightarrow \frac{du_C}{dt} + u_C \left( \frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_2 C} \right) = 0$$

Anfangswert:  $\underline{\underline{u_C(t=0^+) = U_{C0} = 4\text{ V}}}$

**2.2 Wie groß ist die Zeitkonstante  $\tau$  dieser Schaltung ?**

Exponentialansatz:  $u_C(t) = U_{Ch0} \exp(-t/\tau)$ ,  $U_{Ch0} \in \mathbb{R}$

$$\text{Einsetzen in DGL: } -\frac{1}{\tau} U_{Ch0} \exp(-t/\tau) + U_{Ch0} \exp(-t/\tau) \left( \frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_2 C} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\tau} = \left( \frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_2 C} \right) \Leftrightarrow \underline{\underline{\tau = \frac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2} = 1,88\text{ ms}}}$$

Name:

Matrikelnummer:

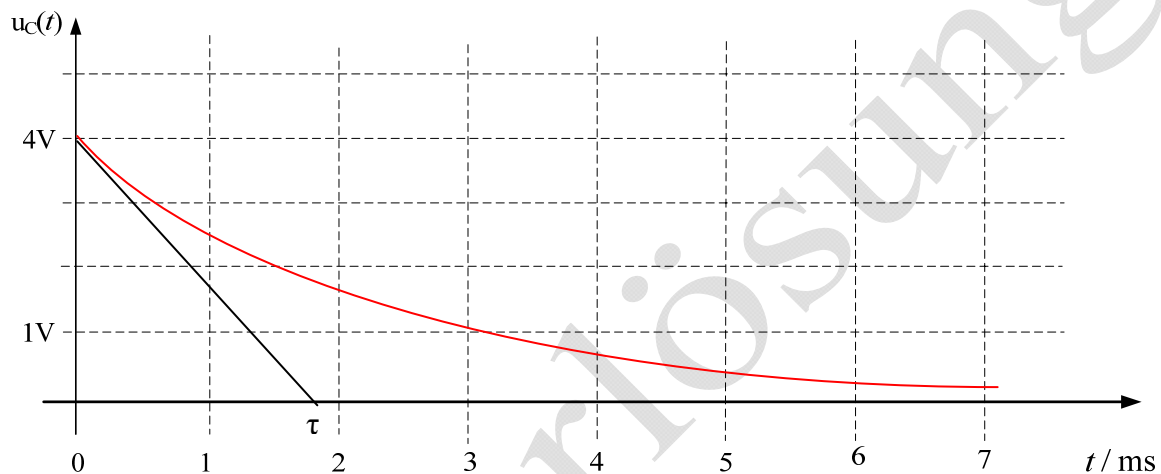
**2.3 Geben Sie den Zeitverlauf von  $u_C(t)$  für  $t \geq 0$  an. (2 Punkte)**

Mit  $u_C(t) = U_{Ch0} \exp(-t/\tau)$  und  $u_C(t=0) = U_{Ch0} = U_{C0} = 4V$  und  $\tau = \frac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2} = 1,88 \text{ ms}$

folgt der Zeitverlauf von  $u_C(t)$ :

$$\underline{\underline{u_C(t) = 4V \exp(-t/1,88 \text{ ms})}}$$

**2.4 Skizzieren Sie qualitativ den Spannungsverlauf von  $u_C(t)$  für  $t \geq 0$ . Kennzeichnen Sie in diesem Zusammenhang die Zeitkonstante  $\tau$ . (2 Punkte)**



**2.5 Berechnen Sie den Zeitpunkt  $t_{10\%}$  zu dem die Ladung des Kondensators auf 10 % seines Anfangswertes abgesunken ist. Wieviel Prozent seiner ursprünglich gespeicherten Energie hat der Kondensator bis dahin abgegeben ? (3 Punkte)**

$$\frac{U_{C10\%}}{U_{C0}} = \exp(-t_{10\%}/\tau) = 0.1 \Leftrightarrow \ln(0.1) = \frac{t_{10\%}}{\tau} \Leftrightarrow t_{10\%} = \underline{\underline{2,3\tau = 4,33 \text{ ms}}}$$

Energie eines Kondensators:  $W = \frac{1}{2} C U^2$ :

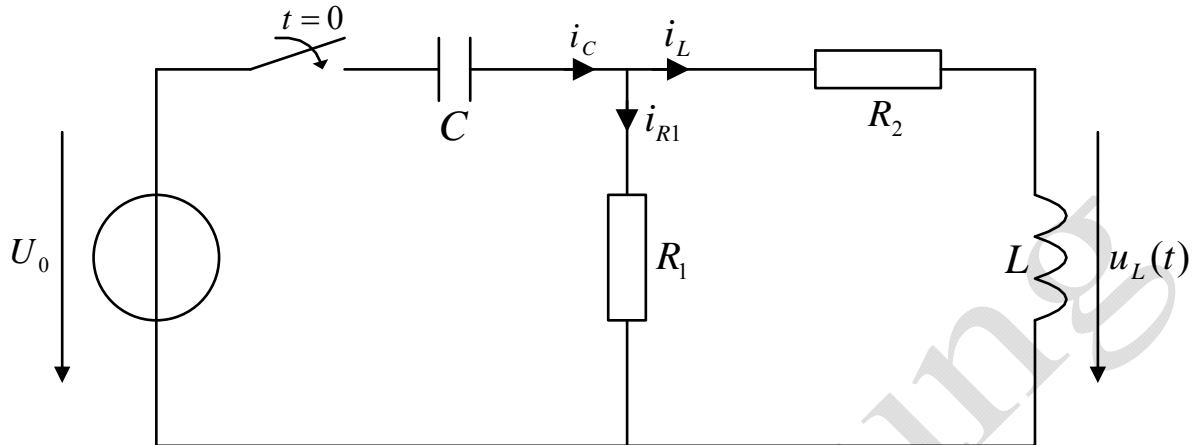
$$\frac{W_{C10\%}}{W_{C0}} = \frac{U_{10\%}^2}{U_{C0}^2} = \frac{0,4V^2}{4V^2} = 0,01$$

Relative abgegebene Energie zum Zeitpunkt  $t_{10\%}$ :

$$\underline{\underline{W_{C80\%} = 1 - W_{C10\%} = 99\%}}$$

**Aufgabe 3: RLC-Netzwerk****(10 Punkte)**

Gegeben sei folgendes Netzwerk. Zum Zeitpunkt ( $t = 0$ ) ist keine Energie im Kondensator und auch der Spule gespeichert.



**3.1 Stellen sie die Differentialgleichung für die Spannung  $u_L(t)$  für  $t \geq 0$  auf.**  
(7 Punkte)

Maschengleichung:  $U_0 = u_C + u_{R_2} + u_L = u_C + R_2 i_L + u_L$

Ableiten:  $0 = \frac{du_C}{dt} + R_2 \frac{di_L}{dt} + \frac{du_L}{dt} = \frac{1}{C} i_C + \frac{R_2}{L} u_L + \frac{du_L}{dt}$

Knotenregel:  $i_C = i_{R_1} + i_L = \frac{u_{R_1}}{R_1} + i_L$

Maschengleichung:  $u_{R_1} = u_{R_2} + u_L \rightarrow i_C = \frac{u_{R_1}}{R_1} + i_L = \frac{R_2}{R_1} i_L + \frac{1}{R_1} u_L + i_L = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) i_L + \frac{1}{R_1} u_L$

Einsetzen:

$$\frac{1}{C} i_C + \frac{R_2}{L} u_L + \frac{du_L}{dt} = \frac{1}{C} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) i_L + \frac{1}{CR_1} u_L + \frac{R_2}{L} u_L + \frac{du_L}{dt} = \frac{1}{C} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) i_L + \frac{L + R_1 R_2 C}{LCR_1} u_L + \frac{du_L}{dt}$$

Ableiten:  $0 = \frac{1}{C} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{di_L}{dt} + \frac{L + R_1 R_2 C}{LCR_1} \frac{du_L}{dt} + \frac{d^2 u_L}{dt^2} = \frac{1}{LC} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_L + \frac{L + R_1 R_2 C}{LCR_1} \frac{du_L}{dt} + \frac{d^2 u_L}{dt^2}$

Ergebnis:  $\frac{d^2 u_L}{dt^2} + \frac{L + R_1 R_2 C}{LCR_1} \frac{du_L}{dt} + \frac{1}{LC} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_L = 0$

**3.2 Identifizieren sie in der DGL aus 3.1 die Kennkreisfrequenz  $\omega_0$ .**  
(1 Punkt)

Die Kennkreisfrequenz  $\omega_0$  kann durch Koeffizientenvergleich der erstellten Differentialgleichung mit der Standardform  $\ddot{x} + 2d\omega_0 \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$  bestimmt werden.

Ergebnis:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} = \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{LCR_1}}$

Name:

Matrikelnummer:

---

**3.3 Wann ist die Schaltung tatsächlich schwingungsfähig? Geben sie eine Bedingung in Abhängigkeit von  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C$ ,  $L$  an.**  
(2 Punkte)

Die Schaltung ist schwingungsfähig, wenn für die Dämpfung gilt  $d < 1$ .

Die Dämpfung  $d$  kann durch Koeffizientenvergleich der erstellten Differentialgleichung mit der Standardform  $\ddot{x} + 2d\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = 0$  bestimmt werden.

Man erhält:  $2d\omega_0 = \frac{L + R_1R_2C}{LCR_1}$

Einsetzen von  $\omega_0$ :  $d = \frac{1}{2} \frac{L + R_1R_2C}{LCR_1} \sqrt{\frac{LCR_1}{R_1 + R_2}} = \frac{1}{2} \frac{L + R_1R_2C}{\sqrt{LCR_1(R_1 + R_2)}}$

Die Bedingung lautet:  $d = \frac{1}{2} \frac{L + R_1R_2C}{\sqrt{LCR_1(R_1 + R_2)}} < 1$