Name:	**Matrikelnummer:**
Vorname:	
Studiengang:	**Platz:**

Aufgabe:	**1**	**2**	**3**	**Gesamt**
Punkte:				

Bearbeitungszeit: 30 Minuten

Zugelassene Hilfsmittel:

- eine selbsterstellte, handgeschriebene Formelsammlung (1 Blatt DIN A4, einseitig beschrieben, keine Kopien oder Ausdrucke)
- ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne grafikfähiges Display Zeichenmaterialien (Zirkel, Geodreieck, Lineal, Stifte ...)

Bitte Studienausweis mit Lichtbild bereitlegen!

Bitte verwenden Sie keine roten Stifte. Nutzen sie ausschließlich die gehefteten Aufgabenblätter für ihre Lösungen (keine losen Extrablätter).

Studenten vergangener Jahrgänge optieren durch die Teilnahme an diesem Test verbindlich für den neuen Prüfungsmodus.

Alle Lösungswege sind nachvollziehbar zu dokumentieren und zu kommentieren! Die Angabe einer Zahlenwertlösung ohne erkennbaren Lösungsweg wird nicht gewertet!

Viel Erfolg!

Name: **Matrikelnummer:**

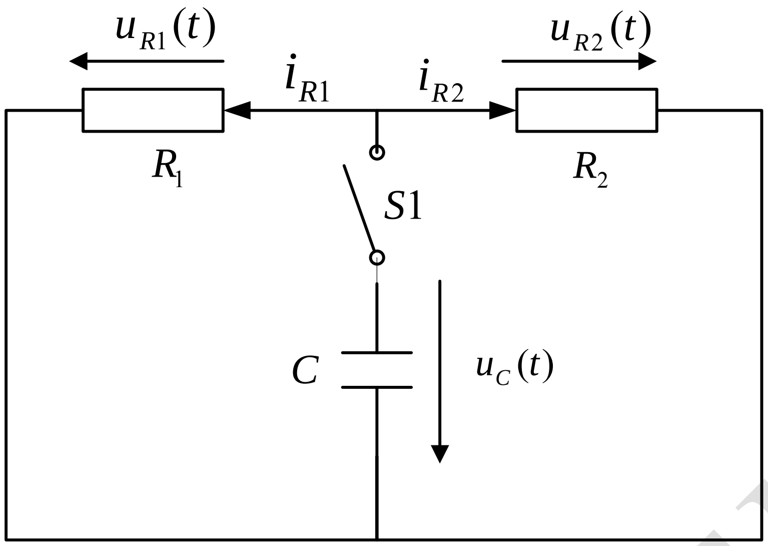
Aufgabe 1: Reihen- und Parallelschaltungen (10 Punkte)

Welche Aussagen sind richtig:

		ja	nein
1.1	Je größer der Widerstand R in einer RLC- Parallelschaltung, desto schneller wird die Schwingung gedämpft. (2 Punkte)	□	■
1.2	In einer RL- Parallelschaltung fließt der Strom zu einem bestimmten Zeitpunkt komplett durch den Widerstand, wenn die magnetische Energie der Spule Null ist. (2 Punkte)	■	□
1.3	In einer RC- Reihenschaltung fließt nach $t = 2\tau$ die Hälfte des Stroms wie bei $t = \tau$. (2 Punkte)	□	■
1.4	In einem LC- Schwingkreis mit Anfangswerten $u_C = u_0; i_L = 0$ wächst bei immer gleichem Anfangswert $u_C = u_0$ die Schwingungsamplitude des Stroms, je größer L gewählt wird. (2 Punkte)	□	■
1.5	In einer RC- Parallelschaltung fließt über den Widerstand kein Strom, wenn die Ladung des Kondensators Null ist. (2 Punkte)	■	□

Name: **Matrikelnummer:**

Aufgabe 2: Entladevorgang eines Kondensators **(10 Punkte)**



$R_1 = 200\Omega$
$R_2 = 100\Omega$
$C = 47\mu F$

Zum Zeitpunkt $t = 0\,s$ wird der Schalter S1 geschlossen. Vor diesem Zeitpunkt sei der Kondensator C auf die Spannung $U_{C0} = 5V$ aufgeladen.

2.1 Stellen Sie die Differentialgleichung für $u_C(t)$ für $t \geq 0$ auf. Formulieren Sie die Bedingung für den Anfangswert. (3 Punkte)

Maschengleichung: $u_C = u_{R2} = u_{R1}$

Knotenregel: $-i_C = i_{R1} + i_{R2}$

Einsetzen: $-i_C = i_{R1} + i_{R2} = -C\dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{u_C}{R_1} + \dfrac{u_C}{R_2} \Leftrightarrow \underline{\underline{\dfrac{du_C}{dt} + u_C\left(\dfrac{1}{R_1 C} + \dfrac{1}{R_2 C}\right) = 0}}$

Anfangswert: $\underline{\underline{u_C(t = 0^+) = U_{C0} = 5V}}$

2.2 Wie groß ist die Zeitkonstante τ dieser Schaltung ?

Exponentialansatz: $u_C(t) = U_{Ch0}\exp(-t/\tau), \qquad U_{Ch0} \in R$

Einsetzen in DGL: $-\dfrac{1}{\tau}U_{Ch0}\exp(-t/\tau) + U_{Ch0}\exp(-t/\tau)\left(\dfrac{1}{R_1 C} + \dfrac{1}{R_2 C}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{\tau} = \left(\dfrac{1}{R_1 C} + \dfrac{1}{R_2 C}\right) \Leftrightarrow \underline{\underline{\tau = \dfrac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2} = 3{,}1\bar{3}\ ms}}$

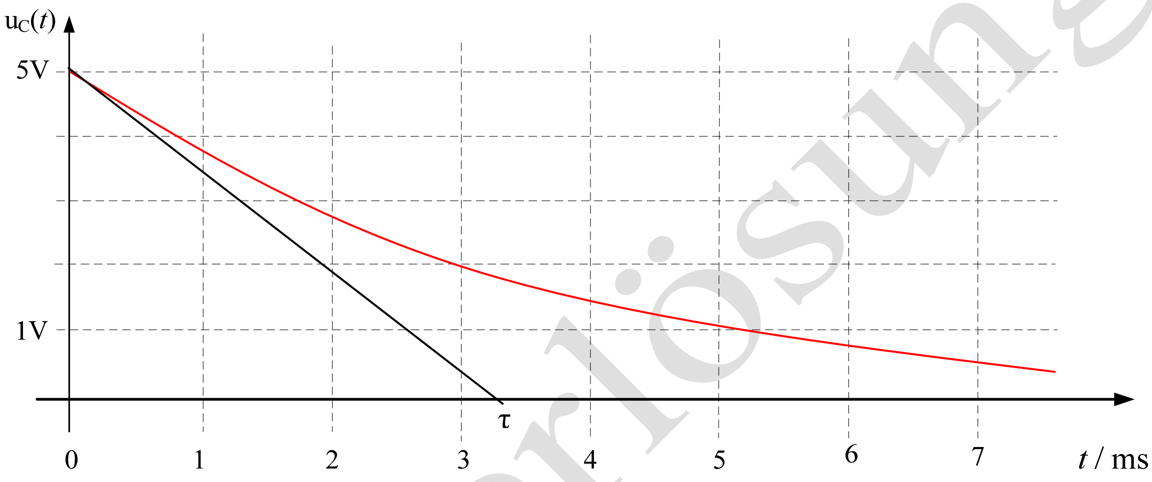
2.3 Geben Sie den Zeitverlauf von $u_C(t)$ für $t \geq 0$ an. (2 Punkte)

Mit $u_C(t) = U_{Ch0}\exp(-t/\tau)$ und $u_C(t=0) = U_{Ch0} = U_{C0} = 5V$ und $\tau = \dfrac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2} = 3{,}1\overline{3}\ ms$

folgt der Zeitverlauf von $u_C(t)$:

$$\underline{\underline{u_C(t) = 5V\exp(-t/3{,}1\overline{3}\ ms)}}$$

2.4 Skizzieren Sie qualitativ den Spannungsverlauf von $u_C(t)$ für $t \geq 0$. Kennzeichnen Sie in diesem Zusammenhang die Zeitkonstante τ. (2 Punkte)



2.5 Berechnen Sie den Zeitpunkt $t_{20\%}$ zu dem die Ladung des Kondensators auf $20\,\%$ seines Anfangswertes abgesunken ist. Wieviel Prozent seiner ursprünglich gespeicherten Energie hat der Kondensator bis dahin abgegeben ? (3 Punkte)

$$\frac{U_{C20\%}}{U_{C0}} \overset{!}{=} \exp(-t_{20\%}/\tau) = 0.2 \Leftrightarrow \ln(0.2) = \frac{t_{20\%}}{\tau} \Leftrightarrow \underline{\underline{t_{20\%} = 1.61\tau = 5{,}03\ ms}}$$

Energie eines Kondensators: $W = \dfrac{1}{2}CU^2$:

$$\frac{W_{C20\%}}{W_{C0}} = \frac{U_{20\%}{}^2}{U_{C0}{}^2} = \frac{1V^2}{5V^2} = 0{,}04$$

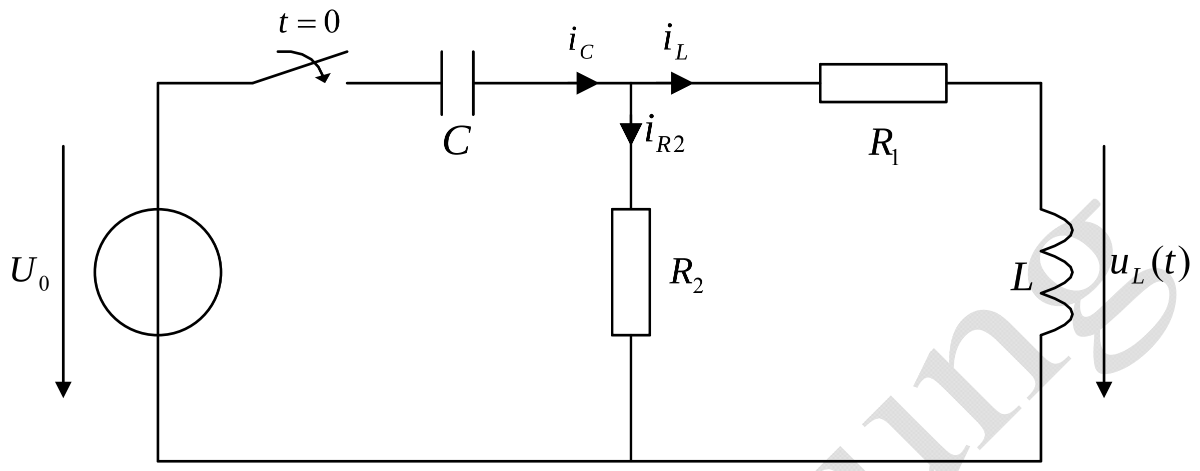
Relative abgegebene Energie zum Zeitpunkt $t_{20\%}$:

$$\underline{\underline{W_{C80\%} = 1 - W_{C20\%} = 96\%}}$$

Name: **Matrikelnummer:**

Aufgabe 3: RLC-Netzwerk (10 Punkte)

Gegeben sei folgendes Netzwerk. Zum Zeitpunkt $(t=0)$ ist keine Energie im Kondensator und auch der Spule gespeichert.



3.1 Stellen sie die Differentialgleichung für die Spannung $u_L(t)$ für $t \geq 0$ auf. (7 Punkte)

Maschengleichung: $U_0 = u_C + u_{R1} + u_L = u_C + R_1 i_L + u_L$

Ableiten: $0 = \frac{du_C}{dt} + R_1\frac{di_L}{dt} + \frac{du_L}{dt} = \frac{1}{C}i_C + \frac{R_1}{L}u_L + \frac{du_L}{dt}$

Knotenregel: $i_C = i_{R2} + i_L = \frac{u_{R2}}{R_2} + i_L$

Maschengleichung:

$$u_{R2} = u_{R1} + u_L \rightarrow i_C = \frac{u_{R2}}{R_2} + i_L = \frac{R_1}{R_2}i_L + \frac{1}{R_2}u_L + i_L = \left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)i_L + \frac{1}{R_2}u_L$$

Einsetzen:

$$\frac{1}{C}i_C + \frac{R_1}{L}u_L + \frac{du_L}{dt} = \frac{1}{C}\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)i_L + \frac{1}{CR_2}u_L + \frac{R_1}{L}u_L + \frac{du_L}{dt} = \frac{1}{C}\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)i_L + \frac{L+R_1R_2C}{LCR_2}u_L + \frac{du_L}{dt}$$

Ableiten: $0 = \frac{1}{C}\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)\frac{di_L}{dt} + \frac{L+R_1R_2C}{LCR_2}\frac{du_L}{dt} + \frac{d^2u_L}{dt^2} = \frac{1}{LC}\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)u_L + \frac{L+R_1R_2C}{LCR_2}\frac{du_L}{dt} + \frac{d^2u_L}{dt^2}$

Ergebnis: $\frac{d^2u_L}{dt^2} + \frac{L+R_1R_2C}{LCR_2}\frac{du_L}{dt} + \frac{1}{LC}\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)u_L = 0$

3.2 Identifizieren sie in der DGL aus 3.1 die Kennkreisfrequenz ω_0. (1 Punkt)

Die Kennkreisfrequenz ω_0 kann durch Koeffizientenvergleich der erstellten Differentialgleichung mit der Standartform $\ddot{x} + 2d\omega_0\dot{x} + \omega_0{}^2 x = 0$ bestimmt werden.

Ergebnis: $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)} = \sqrt{\frac{R_1+R_2}{LCR_2}}$

3.3 Wann ist die Schaltung tatsächlich schwingungsfähig? Geben sie eine Bedingung in Abhängigkeit von R_1, R_2, C, L an.
(2 Punkte)

Die Schaltung ist schwingungsfähig, wenn für die Dämpfung gilt $d < 1$.

Die Dämpfung d kann durch Koeffizientenvergleich der erstellten Differentialgleichung mit der Standartform $\ddot{x} + 2d\omega_0\dot{x} + \omega_0{}^2 x = 0$ bestimmt werden.

Man erhält: $2d\omega_0 = \frac{L + R_1R_2C}{LCR_2}$

Einsetzen von ω_0: $d = \frac{1}{2}\frac{L+R_1R_2C}{LCR_2}\sqrt{\frac{LCR_2}{R_1+R_2}} = \frac{1}{2}\frac{L+R_1R_2C}{\sqrt{LCR_2(R_1+R_2)}}$

Die Bedingung lautet: $d = \frac{1}{2}\frac{L+R_1R_2C}{\sqrt{LCR_2(R_1+R_2)}} < 1$