



# Elektrische Antriebstechnik

13.08.2015

<b>Name:</b>					<b>Matrikelnummer:</b>																								
<table border="1"> <tr> <td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td> </tr> </table>																				<table border="1"> <tr> <td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td> </tr> </table>									
<b>Vorname:</b>																													
<table border="1"> <tr> <td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td> </tr> </table>																													
<b>Studiengang:</b>					<input type="checkbox"/> <b>Fachprüfung</b> <input type="checkbox"/> <b>Leistungsnachweis</b>																								
<b>Aufgabe:</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>Gesamt</b>	<b>Note</b>																							
<b>(Punkte)</b>	<b>(14)</b>	<b>(16)</b>	<b>(15)</b>	<b>(15)</b>	<b>(60)</b>																								

**Bearbeitungszeit: 120 Minuten**

**Zugelassene Hilfsmittel:**

- ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne grafikfähiges Display
- Zeichenmaterialien (Zirkel, Geodreieck, Lineal, Stifte...)

**Bitte beachten Sie:**

- Sie können nur dann an der Klausur teilnehmen, wenn Sie sich im System PAUL angemeldet haben. Falls Sie trotz fehlender Anmeldung mitschreiben, wird das Ergebnis nicht gewertet.
- Bitte Studenausweis mit Lichtbild bereitlegen!
- Bitte beschriften Sie jeden Klausurbogen mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer. Benutzen Sie für jede Aufgabe einen neuen Klausurbogen. Verwenden Sie keine Bleistifte und keine roten Stifte.
- Bei Zahlenrechnungen sind die Maßeinheiten in jedem Schritt mitzuführen. Nichtbeachtung führt zu Punktabzug.
- Alle Lösungswege sind nachvollziehbar zu dokumentieren! Die Angabe eines Endergebnisses ohne erkennbaren Lösungsweg wird nicht gewertet.

**Viel Erfolg!**

**Aufgabe 1: Synchronmotor****(14 Punkte)**

Ein Synchronmotor wird am dreiphasigen 230/400 V Landesnetz mit der Frequenz  $f_{el} = 50$  Hz betrieben. Die Maschine ist in Stern geschaltet und weist die folgenden Daten auf:

- Polpaarzahl:  $p = 2$
- Erregerinduktivität:  $L_E = 0,04$  H
- Nennspannung:  $U_N = 400$  V
- Nennstrom:  $I_N = 8$  A
- Leistungsfaktor:  $\cos(\varphi_N) = 0,9$  (induktiv)
- Kippdrehmoment:  $T_K = 2,3 \cdot T_N$

Der Synchronmotor kann als verlustfrei angenommen werden. Die Erregerinduktivität unterliege keiner Stromsättigung und kann daher als konstant betrachtet werden.

- 1.1 Berechnen Sie mit Hilfe der gegebenen Daten die Scheinleistung  $S_N$ , die Wirkleistung  $P_N$  sowie die Blindleistung  $Q_N$  im Nennpunkt.
- 1.2 Wie groß sind das Nenndrehmoment  $T_N$  und das Kippdrehmoment  $T_K$ ? Ermitteln Sie damit den Kurzschlussstrom  $I_k$ .
- 1.3 Welchen Wert besitzt die Synchronreaktanz  $X_S$  und welcher Lastwinkel  $\vartheta_N$  stellt sich im Nennpunkt ein?
- 1.4 Konstruieren Sie das Zeigerdiagramm für den Nennpunkt. Beginnen Sie zunächst mit der Konstruktion des Spannungszeigers  $\underline{U}_{SN}$  sowie den Stromzeigern  $\underline{I}_k$  und  $\underline{I}_N$ . Komplettieren Sie das Zeigerdiagramm mit Hilfe der bekannten Winkelbeziehungen sowie den berechneten Winkeln. Ermitteln Sie **graphisch** die Werte für den Kurzschlussstrom  $I_{k0}$  sowie die Polradnennspannung  $U_{PN}$ . (Zu verwendende Maßstäbe:  $25$  V  $\hat{=} 1$  cm und  $2$  A  $\hat{=} 1$  cm)
- 1.5 Wie groß ist der Erregernennstrom  $I_{EN}$ ?
- 1.6 Der Leistungsfaktor soll auf 0,95 erhöht werden, wobei der Synchronmotor weiterhin mit Nenndrehmoment belastet wird. Auf welchen Wert muss dazu der Erregerstrom  $I_E$  geändert werden? Berechnen Sie hierfür zunächst den neuen Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  und ermitteln Sie mittels geometrischer Betrachtungen an Ihrem konstruierten Zeigerdiagramm die dafür erforderliche Polradspannung  $U_P$ . Stellen Sie zu deren Ermittlung geeignete, trigonometrische Gleichungen auf. Aus der berechneten Polradspannung kann dann der erforderliche Erregerstrom bestimmt werden.

**Aufgabe 2: Kran mit Gleichstromantrieb**

**(16 Punkte)**

Ein Kran mit fremderregter Gleichstrommaschine soll auf einer Baustelle Ziegelsteine auf ein im Bau befindliches Gebäude befördern. Der Kran zieht dabei die Masse  $m$  in der Zeit  $t$  auf die Höhe  $h$  hoch, wo sie abgeladen wird. Beim Hebevorgang soll die Drehzahl konstant angenommen werden. Der vorgeschaltete Gleichrichter als auch der Erregerkreis der Gleichstrommaschine können als verlustlos angenommen werden. Weitere Verluste in den Rollenlagern sowie im Getriebe sind ebenfalls zu vernachlässigen.

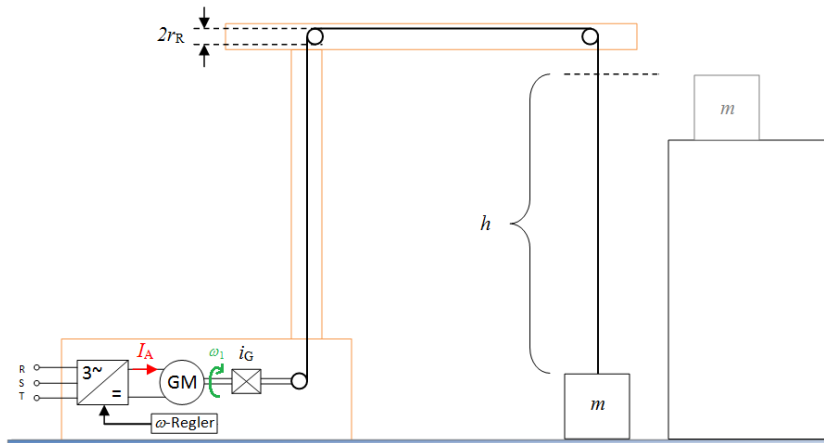


Abbildung 2.1: Kran mit Gleichstrommotor und vorgeschaltetem Gleichrichter zum Heben von Lasten

Von dem Kran sind weiterhin noch folgende Daten bekannt:

Radius einer Umlenkrolle $r_R$	0,2 m
Ankerwicklungswiderstand $R_A$	0,16 $\Omega$
Getriebeübersetzung $i_G$	15
Wärmewiderstand der Gleichstrommaschine $R_\theta$	0,15 K/W

- 2.1 Für das Hochziehen der Masse  $m$  auf die Höhe  $h = 25$  m muss das Netz die Energie  $W_{el} = 213,26$  kJ bereitstellen. Die Hubgeschwindigkeit  $v$  ist während dieses Vorgangs konstant. Auf einem elektrischen Anzeigerät wird während des Hubvorgangs eine elektrische Leistung von  $P_{el} = 11848$  W angezeigt. Berechnen Sie mit Hilfe der gegebenen Daten die Hochziehzeit  $t$  sowie die Hubgeschwindigkeit  $v$ .
- 2.2 Der Wirkungsgrad des Motors  $\eta$  beträgt während der Fahrt 0,92. Welche potentielle Energie  $W_{pot}$  ist nach dem Hubvorgang in der Masse  $m$  gespeichert? Welche Werte ergeben sich damit für die hochgezogene Masse  $m$  und für den Ankerstrom  $I_A$ , der hier als ideal geglättet angenommen werden kann?
- 2.3 Mit welcher Winkelgeschwindigkeit  $\omega_2$  dreht die abtriebsseitige Welle und welches Lastdrehmoment  $T_2$  wirkt auf diese? Wie groß ist das Antriebsdrehmoment  $T_1$  des Motors und mit welcher Winkelgeschwindigkeit  $\omega_1$  dreht dieser? Ermitteln Sie weiterhin noch den wirksamen Erregerfluss  $\psi_E'$ ?

2.4 Zeichnen Sie in das nachfolgende Diagramm, das den Betriebsbereich des Gleichstrommotors zeigt, die Lastkennlinie sowie den Arbeitspunkt ( $T_1, \omega_1$ ) ein.

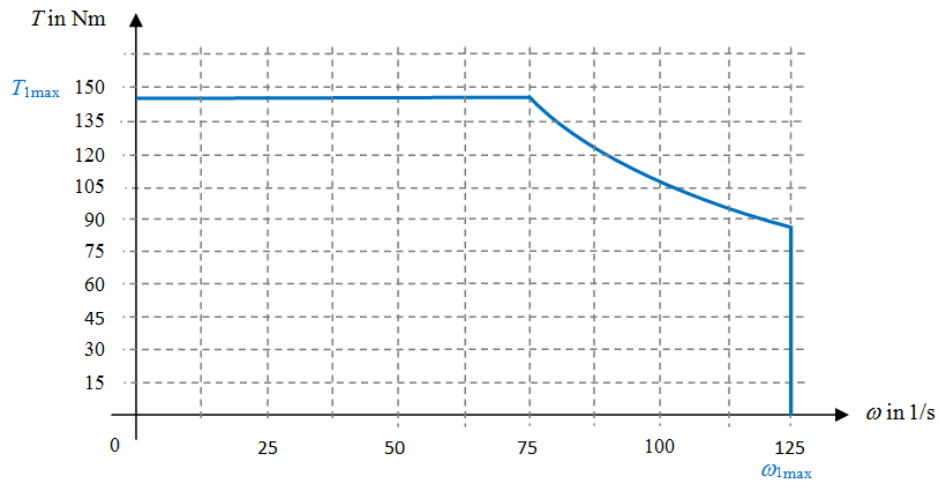


Abbildung 2.2: Betriebsbereich des Gleichstrommotors

2.5 Auf welchen Wert muss die Masse  $m$  erhöht werden, damit der Gleichstrommotor genau am Übergang vom Ankerstellbereich zum Flussschwächbereich arbeitet? Welcher Nennerregerfluss  $\psi_{EN}'$  liegt in diesem Arbeitspunkt vor und wie lange dauert nun der Hubvorgang? Vernachlässigen Sie den Einfluss des Drehzahlreglers und nehmen Sie einen gesteuerten Betrieb an.

2.6 Die Beförderung der Ziegelsteine erfolgt nun nach dem in Abbildung 2.3 gezeigten Spiel: Während der Betriebszeit  $t_b$  wird die Masse auf die Höhe  $h$  hochgezogen. In der Zeit  $t_p$  findet das Abladen der Masse, das Abseilen des Kranhakens sowie die Neubeladung statt. Wie nennt man diese Betriebsart? Die Masse beträgt nun bei jedem Hubvorgang  $m = 2000$  kg. Ermitteln Sie damit den sich einstellenden Ankerstrom  $I_{A_{S3}}$  sowie den zugehörigen Überlastfaktor  $\frac{P_{VS3}}{P_{VS1}}$ . Welcher Wert ergibt sich für die obere Temperaturgrenze  $\Delta\theta_{max}$ ? Das thermische Modell der Gleichstrommaschine kann als einfaches, einmaschiges Netzwerk (ein Freiheitsgrad) angenommen werden. Das unten gezeigte Spiel wurde ausschließlich im Ankerstellbereich durchgeführt. Desweiteren sind die Auswirkungen der Beschleunigungs- und Bremsphasen auf den Ankerstrom  $I_A$  zu vernachlässigen.

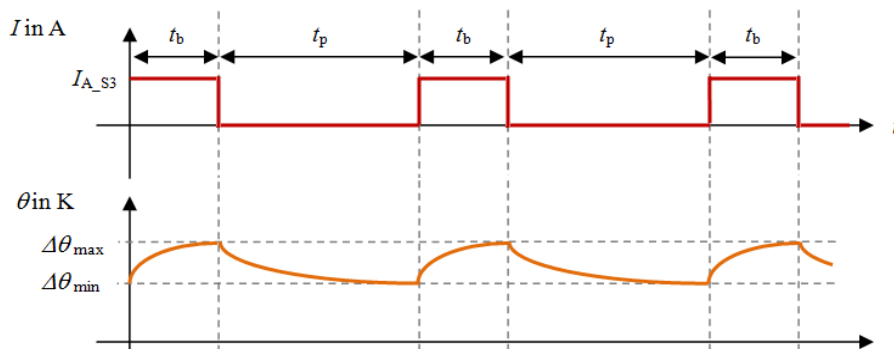


Abbildung 2.3: Ankerstrom- und Temperaturverlauf für periodischen Betrieb der Antriebsmaschine

**Aufgabe 3: Gleichstrommaschine**

**(15 Punkte)**

**3.1** Welche drei Schaltungsarten gibt es für Gleichstrommaschinen? Zeichnen Sie die jeweiligen Ersatzschaltbilder mit den jeweiligen Strom- und Spannungsgleichungen.

Im Weiteren sei die Gleichstrommaschine mit Fremderregung mit folgenden Kenndaten betrachtet:

Ankernennspannung	$U_{A,N}$	220 V
Ankernennstrom	$I_{A,N}$	20 A
Erregernennspannung	$U_{E,N}$	220 V
Erregernennstrom	$I_{E,N}$	1,14 A
Ankerwiderstand	$R_A$	1,41 $\Omega$
Nennleistung	$P_N$	4000 W
Nenn Drehzahl	$n_N$	1500 $\text{min}^{-1}$

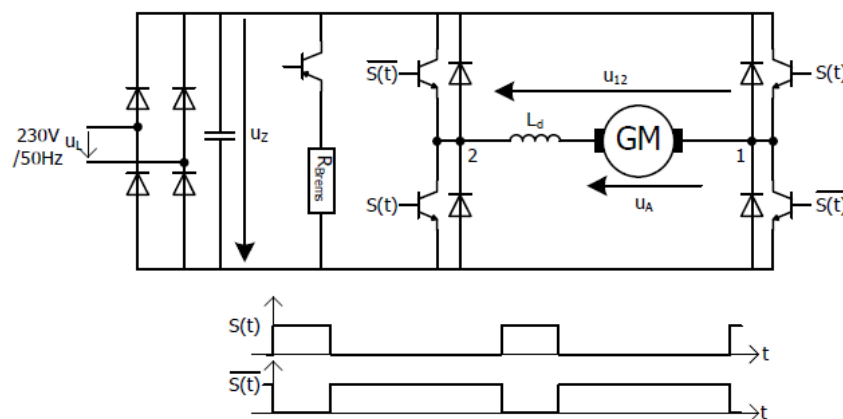
**3.2** Bestimmen Sie das Drehmoment  $T_N$  im Nennbetrieb.

**3.3** Wo entstehen im Motor elektrische Verluste? Wie groß sind die gesamten elektrischen Verluste und welchen Wirkungsgrad  $\eta_N$  hat der Motor im Nennpunkt?

**3.4** Bestimmen Sie nun den Anlaufankerstrom  $i_{A,0}$  und das Losbrechdrehmoment  $T_0$  für den stationären Betrieb bei Speisung mit Nennspannung.

**3.5** Wie kann nun der Anlaufstrom reduziert werden? Zeichnen Sie für die beiden Möglichkeiten ein Ersatzschaltbild.

Nun soll der Motor für den Antrieb eines Aufzugs eingesetzt werden. Die Ankerspannung lässt sich dabei durch einen Transistorsteller variieren. Der Antrieb wird am einphasigen 230 V-Netz betrieben:



**Abbildung 3.1: Gleichstrommaschine mit Transistorsteller**

**3.6** Leiten Sie den Zusammenhang  $U_A = f(U_Z, a)$  für die über eine Pulsperiode der Dauer  $T$  gemittelte Ankerspannung  $U_A$  in Abhängigkeit der Zwischenkreisspannung  $U_Z$  und des Tastgrades  $a$  im eingeschwingenen, stationären Betrieb her.

- 3.7** Der Ankerstrom soll 30 A nicht überschreiten. Welche Ankerspannung  $U_A$  ist beim Anlaufen einzustellen, damit diese Bedingung eingehalten wird? Welcher Tastgrad  $a$  muss eingestellt werden, um diese Spannung zu stellen?
- 3.8** Nun soll bei maximaler Drehzahl mit einem Drehmoment von 20 Nm gebremst werden. Die zurückgespeiste Leistung wird dann im Bremswiderstand vernichtet. Wie groß ist dafür der Bremswiderstand auszulegen? Die Spannung  $U_Z$  soll maximal 400 V betragen.

**Aufgabe 4: Asynchronmaschine**
**(15 Punkte)**

- 4.1** Zeichnen Sie das stationäre Ersatzschaltbild des Asynchronmotors bei einer Drehzahl von  $n = 0 \frac{1}{\text{min}}$ .

Nun sei ein **Kurzschlussläufer** mit folgenden Kenndaten gegeben

Nennleistung	$P_N$	21,5 kW
Polpaarzahl	$p$	2
Netzfrequenz	$f_N$	60 Hz
Netzspannung	$U_N$	566 V
Nenn Drehzahl	$n_N$	1700 min <sup>-1</sup>
Statorwiderstand	$R_s$	0 Ω
Rotorwiderstand	$R_r$	0,1 Ω
Gegeninduktivität	$L_M$	65 mH
Statorinduktivität	$L_s$	66 mH
Rotorinduktivität	$L_r$	66 mH
Mechanischer Wirkungsgrad (keine mechanischen Verluste)	$\eta_{\text{mech}}$	1

- 4.2** Bestimmen Sie die Leerlaufdrehzahl  $n_0$  der Maschine.
- 4.3** Bestimmen Sie das Drehmoment  $T_N$  und den Schlupf  $s_N$  im Nennpunkt.
- 4.4** Transformieren Sie das T-Ersatzschaltbild in ein  $\Gamma$ -Ersatzschaltbild des rotierenden Kurzschlussläufers mit Zuhilfenahme folgender Transformationsbeziehungen:

$$L_{\sigma r}' = \frac{\sigma}{1 - \sigma} L_s$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$$

$$R_r' = \frac{L_s^2}{L_m^2} R_r$$

- 4.5** Welchen Wirkungsgrad  $\eta_N$  hat der Motor im Nennpunkt? Welche elektrische Leistung bezieht er dabei?
- 4.6** Bestimmen Sie das maximale Drehmoment  $T_{\text{max}}$  des Motors und den zugehörigen Schlupf  $s_{T_{\text{max}}}$ . Wie heißt dieser Betriebspunkt?
- 4.7** Wie groß ist die elektrische Leistung  $P_{\text{el}, T_{\text{max}}}$  und der Wirkungsgrad  $\eta_{\text{el}, T_{\text{max}}}$  in dem in 4.6 ermittelten Betriebspunkt?

**Lösung****Aufgabe 1) Synchronmotor****[14 Punkte]**

1.1) Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung im Nennpunkt:

$$S_N = 3U_S \cdot I_N = 3 \cdot 230 \text{ V} \cdot 8 \text{ A} = \underline{\underline{5520 \text{ VA}}}$$

$$P_N = 3U_S \cdot I_N \cdot \cos(\varphi_N) = 3 \cdot 230 \text{ V} \cdot 8 \text{ A} \cdot 0,9 = \underline{\underline{4968 \text{ W}}}$$

$$Q_N = \sqrt{S_N^2 - P_N^2} = \sqrt{(5520 \text{ VA})^2 - (4968 \text{ W})^2} = \underline{\underline{2406,1 \text{ VA}}}$$

**[3 Punkte]**

1.2) Nenn- und Kippdrehmoment, Kurzschlussstrom:

$$T_N = \frac{P_N}{\omega_m} = \frac{4968 \text{ W}}{\frac{1}{2}2\pi \cdot 50 \text{ Hz}} = \underline{\underline{31,627 \text{ Nm}}}$$

$$T_K = 2,3 \cdot T_N = 2,3 \cdot 31,627 \text{ Nm} = \underline{\underline{72,6 \text{ Nm}}}$$

$$I_k = \frac{T_K \omega}{3p \cdot U_S} = \frac{72,6 \text{ Nm} \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ Hz}}{3 \cdot 2 \cdot 230 \text{ V}} = \underline{\underline{16,527 \text{ A}}}$$

**[2 Punkte]**

1.3) Polradwinkel im Nennpunkt und Synchronreaktanz:

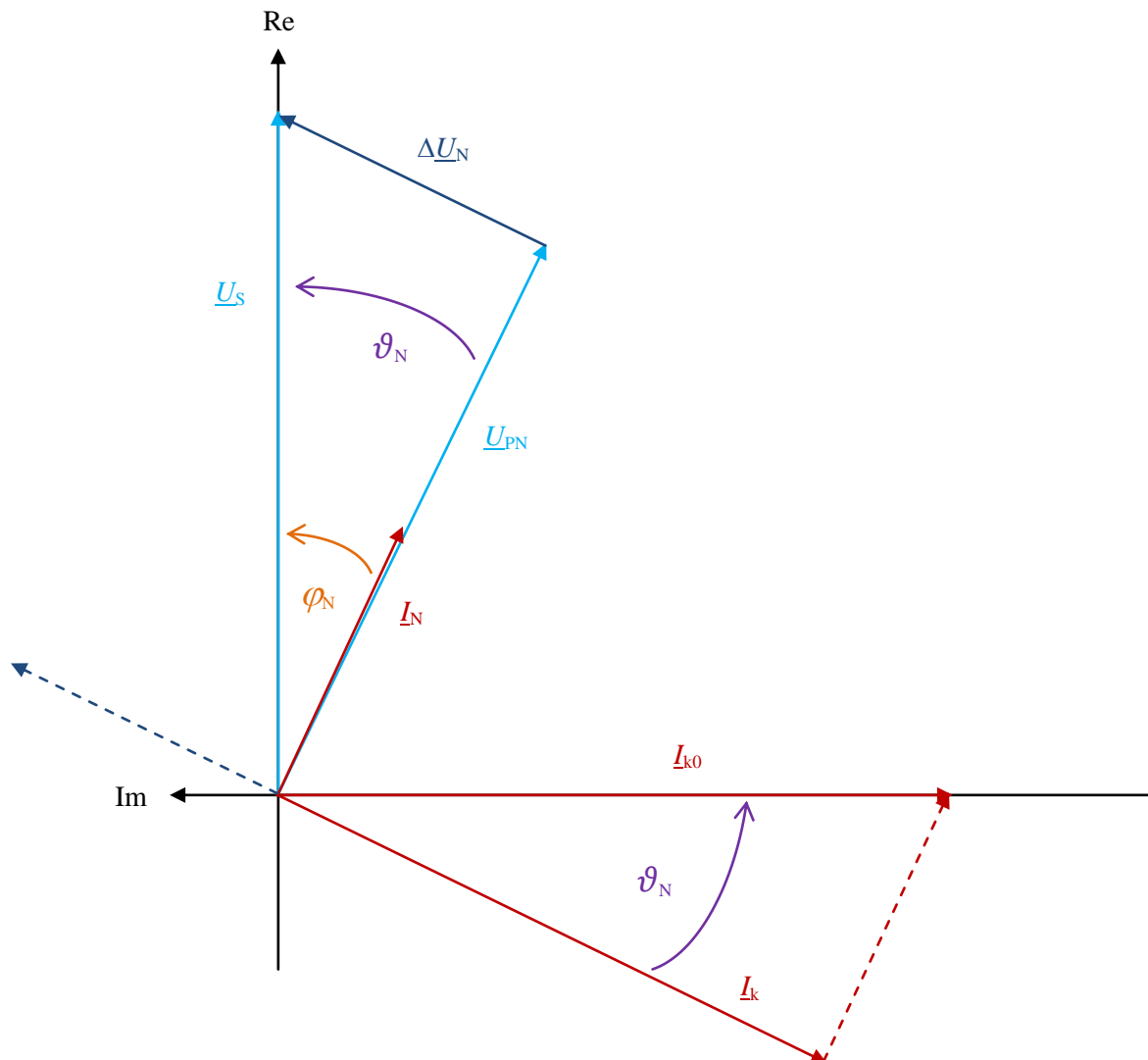
$$I_N \cdot \cos(\varphi_N) = I_k \cdot \sin(\vartheta_N) \quad \rightarrow \quad \vartheta_N = \arcsin\left(\frac{I_N \cdot \cos(\varphi_N)}{I_k}\right) = \underline{\underline{26,28^\circ}}$$

$$Q_N = 3 \cdot X_S \cdot I_N^2 \rightarrow X_S = \frac{Q_N}{3I_N^2} = \frac{2406,1 \text{ VA}}{3 \cdot (8 \text{ A})^2} = \underline{\underline{12,53 \Omega}}$$

**[2 Punkte]**



## 1.4) Zeigerdiagramm, graphische Bestimmung der Polradspannung und des Kurzschlussstroms:



- Stromzeiger  $\underline{I}_N$  und  $\underline{I}_k$  eintragen  $\rightarrow \underline{I}_{k0}$  durch Zeigeraddition ermitteln
- $\underline{U}_S$  in reelle Achse legen; Zeigerlänge von  $\Delta \underline{U}$  ermitteln
- Winkellagen von  $\Delta \underline{U}$  und  $\underline{U}_{PN}$  bekannt  $\rightarrow$  Schnittpunkt liefert die Zeigerlängen

$$I_{k0} = 9,1 \text{ cm} \cdot 2 \frac{\text{A}}{\text{cm}} = \underline{\underline{18,2 \text{ A}}}$$

$$\Delta U_N = X_S \cdot I_N = 12,53 \Omega \cdot 8 \text{ A} = \underline{\underline{100,24 \text{ V}}} \quad (\text{Länge des Zeigers: ca. 4 cm})$$

$$U_{PN} = 8,25 \text{ cm} \cdot 25 \frac{\text{V}}{\text{cm}} = \underline{\underline{206,3 \text{ V}}}$$

[3 Punkte]

1.5) Nennerergerstrom:

$$I_{\text{EN}} = \frac{U_{\text{PN}}}{\omega L_{\text{E}}} = \frac{206,3 \text{ V}}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0,04 \text{ H}} = \underline{\underline{16,4 \text{ A}}}$$

**[1 Punkt]**

1.6) Änderung des Erregerstroms, sodass sich ein  $\cos(\varphi) = 0,95$ :

Zunächst wird der neue Phasenverschiebungswinkel ermittelt:

$$\varphi = \arccos(0,95) = 18,2^\circ$$

Die Winkellage des Polradspannungszeigers bleibt aufgrund der weiteren Belastung mit Nennlast unverändert. Der Anstellwinkel des Differenzspannungszeigers  $\Delta U$  muss von  $25,842^\circ$  auf  $18,2^\circ$  geändert werden. Aus dem Zeigerdiagramm ergeben sich die zwei folgenden Gleichungen:

$$U_{\text{P}} \cdot \sin(\vartheta_{\text{N}}) = \Delta U \cdot \cos(18,2^\circ) \quad (\text{I})$$

$$U_{\text{S}} - \Delta U \cdot \sin(18,2^\circ) = U_{\text{P}} \cdot \cos(\vartheta_{\text{N}}) \quad (\text{II})$$

Gleichung (I) nach  $\Delta U$  aufgelöst und in (II) eingesetzt, ergibt:

$$U_{\text{S}} - \frac{U_{\text{P}} \cdot \sin(\vartheta_{\text{N}})}{\cos(18,2^\circ)} \cdot \sin(18,2^\circ) = U_{\text{P}} \cdot \cos(\vartheta_{\text{N}})$$

Aufgelöst nach  $U_{\text{P}}$  liefert:

$$U_{\text{P}} = \frac{U_{\text{S}}}{\cos(\vartheta_{\text{N}}) \cdot [1 + \tan(\vartheta_{\text{N}}) \tan(18,2^\circ)]} = \frac{230 \text{ V}}{\cos(26,28^\circ) \cdot [1 + \tan(\vartheta_{\text{N}}) \tan(18,2^\circ)]} = \underline{\underline{221,05 \text{ V}}}$$

Der Erregerstrom muss damit auf den folgenden Wert erhöht werden:

$$I_{\text{E}} = \frac{U_{\text{P}}}{\omega L_{\text{E}}} = \underline{\underline{17,59 \text{ A}}}$$

**[3 Punkte]**

**Aufgabe 2) Kran mit Gleichstromantrieb****[16 Punkte]**

2.1) Hochziehzeit und Hubgeschwindigkeit:

$$t = \frac{W_{\text{el}}}{P_{\text{el}}} = \frac{213260 \text{ J}}{11848 \text{ W}} = \underline{\underline{18 \text{ s}}}$$

$$v = \frac{h}{t} = \frac{25 \text{ m}}{18 \text{ s}} = \underline{\underline{1,39 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

**[2 Punkte]**

2.2) Potentielle Energie, hochgezogene Masse und Ankerstrom:

$$W_{\text{pot}} = \eta \cdot W_{\text{el}} = 0,92 \cdot 213260 \text{ J} = \underline{\underline{196,2 \text{ kJ}}}$$

$$W_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h \rightarrow m = \frac{W_{\text{pot}}}{gh} = \frac{196200 \text{ J}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 25 \text{ m}} = \underline{\underline{800 \text{ kg}}}$$

$$P_V = R_A \cdot I_A^2 \rightarrow I_A = \sqrt{\frac{P_{\text{el}}(1-\eta)}{R_A}} = \sqrt{\frac{11848 \text{ W}(1-0,92)}{0,16 \Omega}} = \underline{\underline{76,968 \text{ A}}}$$

**[3 Punkte]**

2.3) Drehmomente und Winkelgeschwindigkeiten, wirksamer Erregerfluss:

$$T_2 = m \cdot g \cdot r_R = 800 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,2 \text{ m} = \underline{\underline{1569,9 \text{ Nm}}}$$

$$\omega_2 = \frac{v}{r_R} = \frac{1,39 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,2 \text{ m}} = \underline{\underline{6,944 \frac{1}{\text{s}}}}$$

$$T_1 = \frac{1}{i_G} \cdot T_2 = \frac{1}{15} \cdot 1569,9 \text{ Nm} = \underline{\underline{104,64 \text{ Nm}}}$$

$$\omega_1 = i_G \cdot \omega_2 = 15 \cdot 6,944 \frac{1}{\text{s}} = \underline{\underline{104,16 \frac{1}{\text{s}}}}$$

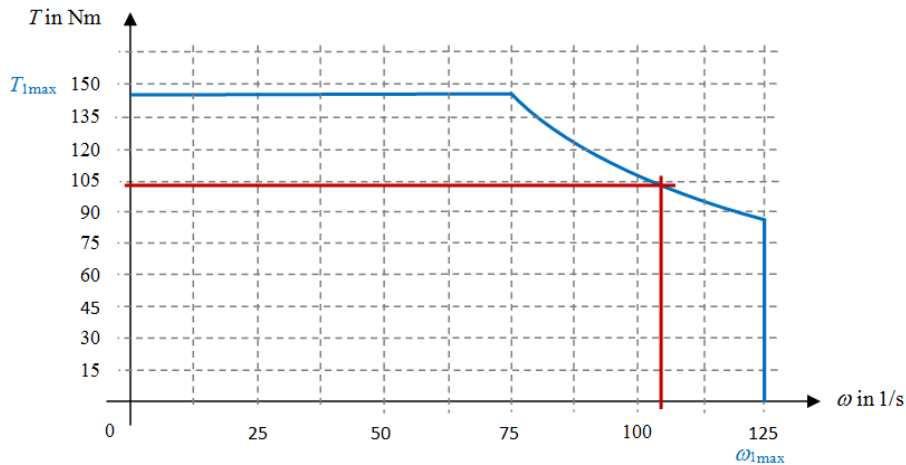
$$\psi'_E = \frac{T_1}{I_A} = \frac{104,64 \text{ Nm}}{77 \text{ A}} = \underline{\underline{1,359 \text{ Vs}}}$$

**[4 Punkte]**

## 2.4) Lastkennlinie:

Vom Drehzahlregler eingestellter Arbeitspunkt:

$$\omega_1 = \omega_1^* = 104,16 \frac{1}{s} \quad T_1 = 104,64 \text{ Nm}$$


**[1 Punkt]**

 2.5) Hubvorgang für Arbeitspunkt an der Grenze: *Ankerstellbereich - Flussschwächbereich*:

Betrachtung im Ankerstellbereich:

$$T_2' = m' g r_R \rightarrow m' = \frac{T_2'}{g \cdot r_R} = \frac{T_{1\max} \cdot i_G}{g \cdot r_R} = \frac{145,33 \text{ Nm} \cdot 15}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,2 \text{ m}} = \underline{\underline{1111,11 \text{ kg}}}$$

$$\text{mit: } T_{1\max} = \frac{P_{1\max}}{\omega_{1\text{grenz}}} = \frac{T_1 |_{\text{AP}} \cdot \omega_1 |_{\text{AP}}}{\omega_{1\text{grenz}}} = \frac{10900 \text{ W}}{75 \frac{1}{s}} = 145,33 \text{ Nm}$$

$$\psi'_{\text{EN}} = \frac{T_{1\max}}{I_{\text{Amax}}} = \frac{145,33 \text{ Nm}}{76,968 \text{ A}} = \underline{\underline{1,8874 \text{ Vs}}} \quad (I_{\text{Amax}} = I_{\text{A}} \text{ im FS-Bereich})$$

 $\Rightarrow$  Wirksamer Erregerfluss im Ankerstellbereich

$$t' = \frac{h}{v'} = \frac{h}{\omega_2' \cdot r_R} = \frac{25 \text{ m}}{\frac{75 \frac{1}{s}}{15} \cdot 0,2 \text{ m}} = \underline{\underline{25 \text{ s}}}$$

**[3 Punkte]**

2.6) Ankerstrom im S3-Betrieb, Überlastfaktor und obere Temperaturgrenze:

Betriebsart: **Aussetzbetrieb**

Ankerstrom für gegebene Last:

$$I_{AS3} = \frac{m \cdot g \cdot r_R}{\psi_{EN} \cdot i_G} = \frac{2000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,2 \text{ m}}{1,8874 \text{ Vs} \cdot 15} = \underline{\underline{138,6 \text{ A}}}$$

Überlastfaktor:

$$\frac{P_{VS3}}{P_{VS1}} = \left( \frac{I_{AS3}}{I_{Amax}} \right)^2 = \left( \frac{138,6 \text{ A}}{76,968 \text{ A}} \right)^2 = \underline{\underline{3,24}}$$

Obere Temperaturschranke:

$$\Delta\theta_{max} = P_{VS1} \cdot R_\theta = R_A \cdot I_{Amax}^2 \cdot R_\theta = 0,16 \Omega \cdot (76,968 \text{ A})^2 \cdot 0,15 \frac{\text{K}}{\text{W}} = \underline{\underline{142,3 \text{ K}}}$$

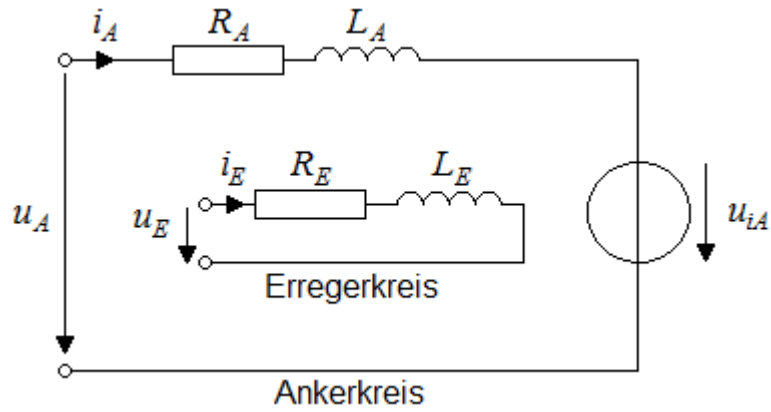
**[3 Punkte]**

**Aufgabe 3)** Gleichstrommaschine

**[15 Punkte]**

3.1) Ersatzschaltbilder

Fremderregte Gleichstrommaschine

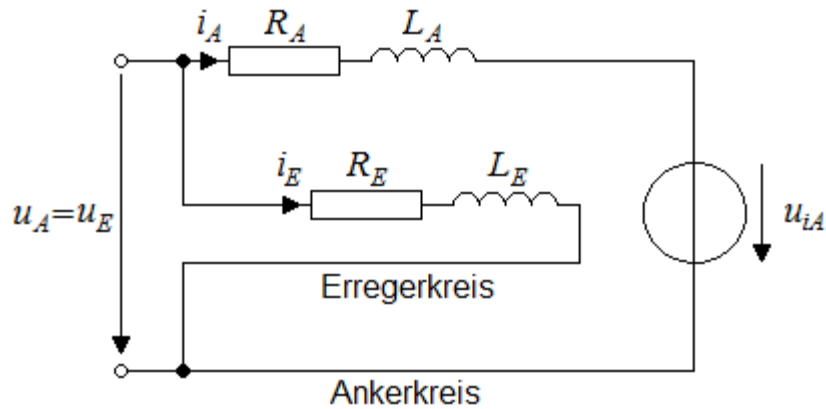


Ankerkreis

$$u_A = R_A i_A + L_A \frac{di_A}{dt} + u_{iA}$$

$$u_E = R_E i_E + L_E \frac{di_E}{dt}$$

Gleichstromnebenschlussmaschine

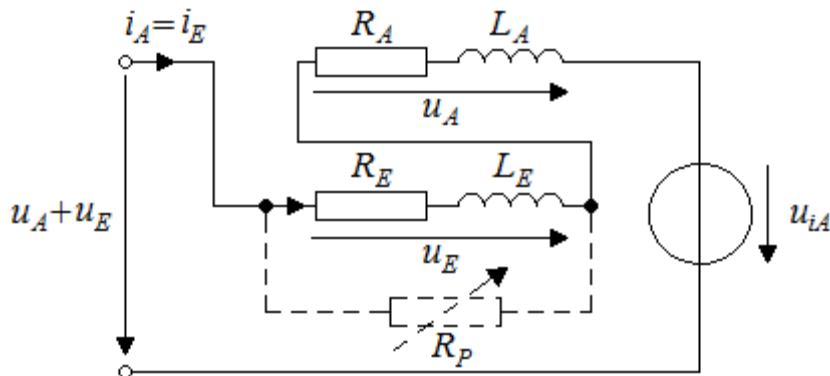


Ankerkreis

$$I = I_A + I_E$$

$$U_E = U_A$$

Gleichstromreihenschlussmaschine



$$U = U_A + U_E$$

$$I_E = I_A$$

**[2 Punkte]**

3.2) Bemessungsdrehmoment:

$$P_N = T_N \cdot \omega_N$$

$$\omega_N = 2\pi \cdot n_N \frac{\text{min}}{60\text{s}}$$

$$T_N = \frac{P_N \cdot 60\text{s}}{2\pi \cdot n_N \cdot \text{min}} = \frac{4000\text{W} \cdot 60\text{s}}{2\pi \cdot 1500 \frac{1}{\text{min}} \cdot \text{min}} = \frac{240000}{3000 \cdot \pi} \text{Nm} = 25\text{Nm}$$

**[1 Punkte]**

3.3) Nennwirkungsgrad:

$$\eta_N = \frac{P_N}{P_{el,N}} = \frac{P_N}{U_{AN} I_{AN} \cdot U_{EN} I_{EN}} = \frac{4000\text{W}}{220\text{V} \cdot 20\text{A} + 220\text{V} \cdot 1,14\text{A}} = \frac{4000\text{W}}{4650,5\text{W}} = 86\% \quad \text{[1 Punkt]}$$

3.4) Anlaufankerstrom:

$$U_A = R_A i_A + U_I = R_A i_A + \psi_E' \cdot \omega$$

$$\text{Da } \omega = 0$$

$$\Rightarrow U_A = R_A i_{A,0}$$

$$\Rightarrow i_{A,0} = \frac{U_A}{R_A} = \frac{220\text{V}}{1,41\Omega} = 156\text{A}$$

Losbrechdrehmoment

$$T = \psi_E' \cdot i_A$$

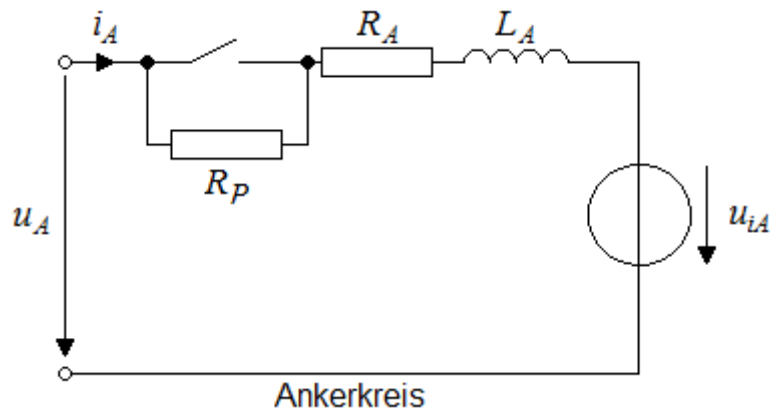
$$\Rightarrow \psi_E' = \frac{T}{i_A} = \frac{T_N}{i_{AN}}$$

$$T_0 = \psi_E' \cdot i_{A,0} = \frac{25\text{Nm}}{20\text{A}} \cdot 156\text{A} = 195\text{Nm}$$

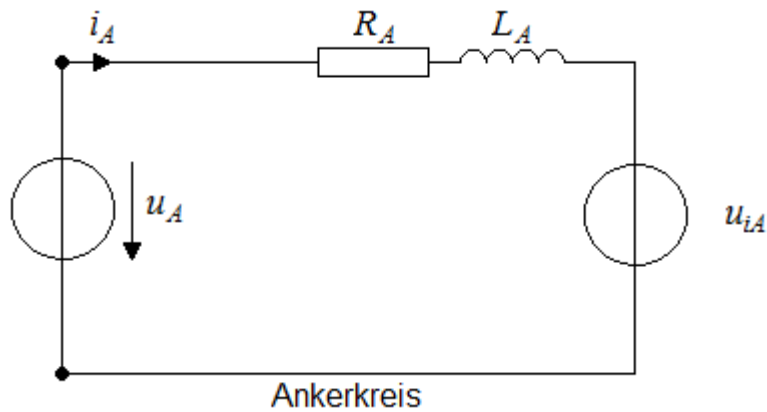
$$n_N = \frac{1}{p} (1 - s_N) f_N \rightarrow f_N = \frac{n_N p}{1 - s_N} = \frac{48,68 \frac{1}{\text{s}} \cdot 1}{1 - 0,035} = 50,45 \text{ Hz} \approx \underline{\underline{50 \text{ Hz}}}$$

**[2 Punkt]**

3.5) Zuschaltbarer Widerstand im Ankerkreis



Variieren der Anlaufspannung



[2 Punkte]

3.6) Herleitung der mittleren Ankerspannung  $U_A$  in Abhängigkeit von  $U_Z$  und  $a$

Maschengleichung:

$$u_A = u_{12} - L_A \frac{di_A}{dt}$$

$$\overline{u_A} = \frac{1}{T} \int_0^T u_A \cdot dt = \overline{u_{12}} = \frac{1}{T} \int_0^T u_{12} \cdot dt - \frac{L_d}{T} \int_0^T \frac{di_A}{dt} \cdot dt$$

$$\overline{u_A} = \frac{1}{T} \int_0^{aT} U_Z \cdot dt + \frac{1}{T} \int_{aT}^T (-U_Z) \cdot dt - \frac{L_d}{T} \int_0^T \frac{di_A}{dt} \cdot dt$$

$$\overline{u_A} = \frac{U_Z}{T} (aT - 0 + (-T) + aT) - \frac{L_d}{T} (i_A(T) - i_A(0))$$

$$\overline{u_A} = \frac{U_Z}{T} (2aT - T) - \frac{L_d}{T} (i_A(T) - i_A(0)) = U_Z(2a - 1) - \frac{L_d}{T} (i_A(T) - i_A(0))$$



Im eingeschwungenen Zustand besitzt der Strom  $i_A$  zu Beginn ( $t=0$ ) der Schaltperiode den gleichen Wert wie am Ende der Schaltperiode ( $t=T$ ). Somit errechnet sich die mittlere Ankerspannung  $\overline{U}_A$  zu:

$$\overline{U}_A = U_z(2a - 1)$$

**[2 Punkte]**

3.7) Ankerspannung bei Anlaufstrom 30 A

$$U_A = R_A i_A = 1,41\Omega \cdot 30A = 42,3V$$

Tastgrad

$$\begin{aligned} \overline{U}_A &= U_z(2a - 1) \\ \frac{\overline{U}_A}{U_z} &= 2a - 1 \\ \frac{\overline{U}_A}{U_z} + 1 &= 2a \\ a &= \frac{\frac{\overline{U}_A}{U_z} + 1}{2} \\ a &= \frac{\frac{42,3V}{230V} + 1}{2} = 0,591 \end{aligned}$$

**[2 Punkte]**

3.8) Maximale Drehzahl:

$$\begin{aligned} U_i &= \psi_E' \cdot \omega \\ \omega &= \frac{U_i}{\psi_E'} \\ U_A &= R_A I_A + U_i \\ U_i &= U_A - R_A I_A \\ \omega &= \frac{U_A - R_A I_{AN}}{\psi_E'} = \frac{U_A - R_A I_{AN}}{\frac{T_{Brems}}{I_{AN}}} \\ \Rightarrow \omega_{max} &= \frac{U_{A,max} - R_A I_{AN}}{\frac{T_{Brems}}{I_{AN}}} \\ U_{A,max} &= 400V \\ \Rightarrow \omega_{max} &= \frac{400V - 1,41\Omega \cdot 20A}{\frac{20Nm}{20A}} = 371,8 \frac{1}{s} \\ n_{max} &= \frac{\omega_{max} \cdot 60s}{2\pi \cdot min} = \frac{371,8 \frac{1}{s} \cdot 60s}{2\pi \cdot min} = 3550 \frac{1}{min} \end{aligned}$$

Mechanische Leistung wird auf Ankerwiderstand und Bremswiderstand aufgeteilt:

$$P_M = P_V + P_{Brems}$$
$$P_{Brems} = P_M - P_V$$

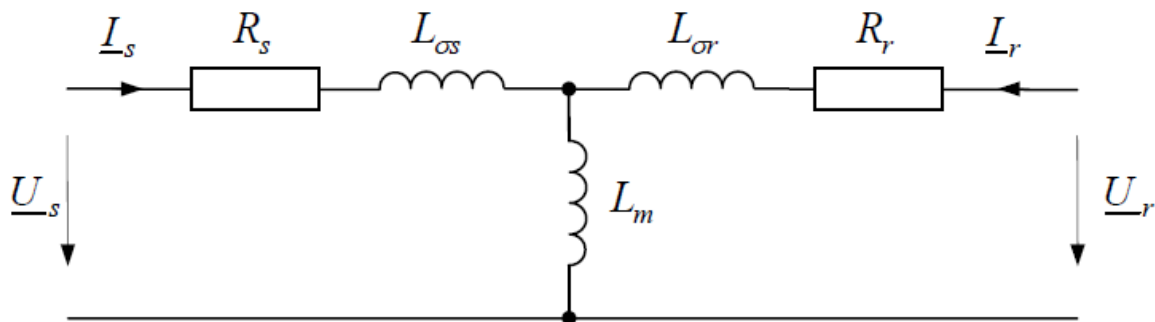
$$\frac{U_A^2}{R_{Brems}} = T_{Brems}\omega_{max} - R_A I_{AN}$$

$$R_{Brems} = \frac{U_A^2}{T_N \omega_{max} - R_A I_{AN}} = \frac{(400V)^2}{20Nm \cdot 371,8 \frac{1}{s} - 1,41\Omega \cdot 20A} = \frac{160000V^2}{7436 \frac{Nm}{s} - 28,2\Omega A} = 21,6\Omega$$

**[3 Punkte]**

**Aufgabe 4) Asynchronmaschine**
**[15 Punkte]**

4.1) Theoriefrage:


**[1 Punkt]**

4.2) Leerlaufdrehzahl

$$n_0 = f_{mech,0} \frac{60s}{min}$$

$$p = \frac{\omega_{rs}}{\omega_{mech}}$$

$$\omega_{rs} = \omega_s - \omega_r$$

$$s = \frac{\omega_r}{\omega_s}$$

 Im Leerlauf gilt  $s = 0$  und damit  $\omega_r = 0$ 

$$p = \frac{\omega_{rs}}{\omega_{mech,0}} = \frac{2\pi f}{2\pi f_{mech,0}}$$

$$f_{mech,0} = \frac{f}{p} = \frac{60Hz}{2} = 30Hz$$

$$n_0 = 30Hz \cdot \frac{60s}{min} = 1800 \frac{1}{min}$$

**[2 Punkte]**

4.3) Bemessungsdrehmoment und Schlupf im Nennpunkt:

$$P_N = \omega_{mech,N} T_N$$

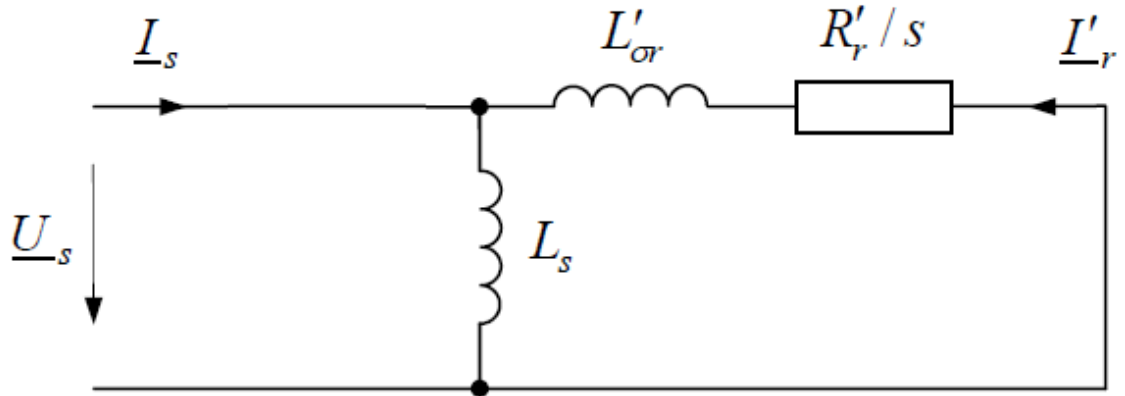
$$T_N = \frac{P_N}{\omega_{mech,N}} = \frac{P_N}{n_N \cdot 2\pi \frac{min}{60s}} = \frac{21,5kW}{1700 \frac{1}{min} \cdot 2\pi \frac{min}{60s}} = 120Nm$$

$$s = \frac{\omega_r}{\omega_s} = \frac{\omega_s - \omega_{rs}}{\omega_s} = \frac{\omega_s - p \cdot \omega_{mech}}{\omega_s} = \frac{f - p \cdot f_{mech}}{f}$$

$$s_N = \frac{f - p \cdot f_{mech,N}}{f} = \frac{60\text{Hz} - 2 \cdot 1700 \frac{1 \text{ min}}{\text{min } 60\text{s}}}{60\text{Hz}} = \frac{1}{30} = 0,056$$

[2 Punkte]

4.4) Γ-Ersatzschaltbild des rotierenden Kurzschlussläufers



[1 Punkte]

4.5) el. Leistung und Wirkungsgrad im Nennpunkt:

$$\eta_N = 1 - s_N = 1 - 0,056 = 94,4\%$$

$$P_{el,N} = \frac{P_N}{\eta_N} = \frac{21,5 \text{ kW}}{0,944} = 22,78 \text{ kW}$$

[2 Punkte]

4.6) Maximales Drehmoment und Schlupf in dem Betriebspunkt:

$$\omega_{rk} = \frac{R'_r}{L'_{\sigma r}} = \frac{R_r}{\sigma L_r} = \frac{R_r}{L_r - \frac{L_M^2}{L_s}} = \frac{0,1\Omega}{0,066\text{H} - \frac{(0,065\text{H})^2}{0,066\text{H}}} = 50 \frac{1}{\text{s}}$$

$$s_k = \frac{\omega_{rk}}{\omega_s} = \frac{50 \frac{1}{\text{s}}}{2\pi \cdot 60 \frac{1}{\text{s}}} = 0,133$$

$$\frac{T}{T_K} = \frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}$$

$$T_k = \frac{T_N \left( \frac{s_N}{s_k} + \frac{s_k}{s_N} \right)}{2} = 168 \text{ Nm}$$

**Dieser Punkt heisst Kippunkt!**

[3 Punkt]

4.7) Wirkungsgrad und el. Leistung im Kippunkt:

$$\eta_k = 1 - s_k = 1 - 0,133 = 86,7\%$$

$$P_{el,K} = \frac{P_k}{\eta_k} = \frac{T_k \omega_{rk}}{\eta_k} = \frac{168Nm \cdot 50 \frac{1}{s}}{0,867} = 9,69 kW$$

**[2 Punkt]**