



Antriebe für umweltfreundliche Fahrzeuge

Prof. Dr.-Ing. Joachim Böcker

Skript zur Vorlesung

Stand vom 09.08.2019

Universität Paderborn

Fachgebiet Leistungselektronik und Elektrische Antriebstechnik

Dieses Skriptum ist vornehmlich für die Studenten der Universität Paderborn als vorlesungsbegleitende Unterlage gedacht. Über das Internet steht es auch anderen Interessierten zur Verfügung. In jedem Fall ist nur die private, individuelle, nicht-kommerzielle Nutzung gestattet. Insbesondere ist nicht gestattet, das Skript oder Teile daraus weiter zu verbreiten, zu vervielfältigen oder in anderen Zusammenhängen zu verwenden. Ausnahmen bedürfen der Genehmigung des Verfassers. Der Verfasser ist für Hinweise auf Fehler oder Unzulänglichkeiten dankbar.

Inhalt

| 1 | Eir | lleitung | 4 | | |
|----|--------------|---|-----|--|--|
| 2 | Ele | ementare Fahrdynamik | 8 | | |
| | 2.1 | Kinematik und Dynamik | 8 | | |
| | 2.2 | Schlupf und Kraftschluss | 15 | | |
| | 2.3 | Leistung, Arbeit, Energie | 18 | | |
| 3 | Ve | rbrauchsberechnung | 21 | | |
| 4 | Re | kuperation der Bremsleistung | 33 | | |
| 5 | Ve | rbrennungsmotoren | 36 | | |
| 6 | Ge | triebe | 41 | | |
| | 6.1 | Untersetzungs- und Schaltgetriebe | 41 | | |
| | 6.2 | CVT-Getriebe | 42 | | |
| | 6.3 | Planetengetriebe | 42 | | |
| 7 | En | ergiespeicher | 48 | | |
| | 7.1 | Doppelschicht-Kondensatoren | 50 | | |
| | 7.2 | Batterien | 57 | | |
| | 7.3 | Schwungräder | 72 | | |
| 8 | Br | ennstoffzellen | 74 | | |
| | 8.1 | Typen von Brennstoffzellen | 74 | | |
| | 8.2 | Elektrochemie und Thermodynamik der Brennstoffzelle | 74 | | |
| | 8.3 Gleic | Reales Verhalten von Brennstoffzellen abseits des thermodynamischen hgewichts | 78 | | |
| | 8.4 | Kühlung | 81 | | |
| | 8.5 | Historie und Stand der Technik | 82 | | |
| | 8.6 | Wasserstoffreformierung | 84 | | |
| | 8.7 | Primärenergie | 84 | | |
| 9 | Ele | ktrische Antriebe | 85 | | |
| | 9.1 | Permanentmagnet Synchronmotoren | 87 | | |
| 1 | 0 Ba | tteriefahrzeuge | 99 | | |
| 1 | 1 Br | ennstoffzellenfahrzeuge | 101 | | |
| 12 | 2 Hy | 2 Hybridantriebe 102 | | | |

| 2.1 | Serienhybrid | 102 |
|------|---|--|
| 2.2 | Parallelhybrid | 105 |
| 2.3 | Leistungsverzweigte Hybridantriebe | 107 |
| Bor | dnetz | 112 |
| Ele | ktrische Wandler | 115 |
| 4.1 | Gleichspannungswandler | 116 |
| 4.2 | Wechselrichter | 120 |
| 4.3 | Gleichrichter | 122 |
| 4.4 | Induktive Ladewandler | 125 |
| Ele | mente der Optimierung | 126 |
| 5.1 | Parameter und Zielfunktion | 126 |
| 5.2 | Empfindlichkeitsanalyse | 126 |
| 5.3 | Pareto-Optimalität | 127 |
| Die | thermodynamischen Potenziale | 130 |
| Abl | kürzungen | 138 |
| Lite | eratur | 139 |
| | 2.1 2.2 2.3 Bor Elei 4.1 4.2 4.3 4.4 Elei 5.1 5.2 5.3 Die Abl Lite | 2.1 Serienhybrid 2.2 Parallelhybrid 2.3 Leistungsverzweigte Hybridantriebe Bordnetz Bordnetz Elektrische Wandler 4.1 Gleichspannungswandler 4.2 Wechselrichter 4.3 Gleichrichter 4.4 Induktive Ladewandler Elemente der Optimierung 5.1 Parameter und Zielfunktion 5.2 Empfindlichkeitsanalyse 5.3 Pareto-Optimalität Die thermodynamischen Potenziale Abkürzungen Literatur |

1 Einleitung

Der heute vorherrschende Antrieb bei Straßenfahrzeugen ist der verbrennungsmotorische Antrieb mit seinen beiden Varianten des Diesel- und Ottomotors. In den vergangenen Dekaden gab es immer wieder ideenreiche Ansätze, Elektroantriebe oder Mischformen von Verbrennungs- und Elektroantrieben für Straßenfahrzeuge einzusetzen. Diese Ansätze konnten sich bislang, abgesehen von Sonderanwendungen, nicht etablieren.

Ende des 19. Jahrhunderts war allerdings die heutige Vorherrschaft des Verbrennungsmotors noch nicht abzusehen. Der Präsident des "Mitteleuropäischen Motorwagen-Vereins" Oberbaurat a. D. Klose im Gründungsjahr 1897 des Vereins:

"Als Motorfahrzeuge, welche ihre Energie zur Fortbewegung mit sich führen, machen sich zur Zeit drei Gattungen bemerkenswert, nämlich: durch Dampf bewegte Fahrzeuge, durch Oelmotoren bewegte Fahrzeuge und durch Elektrizität bewegte Fahrzeuge. Die erste Gattung dürfte voraussichtlich in Zukunft hauptsächlich für Wagen auf Schienen und schwere Straßen-Fahrzeuge in Betracht kommen, während das große Gebiet des weiten Landes von Oelmotorfahrzeugen durcheilt werden und die glatte Asphaltfläche der großen Städte wie auch die Straßenschiene von mit Sammlerelektrizität getriebenen Wagen belebt sein wird."



Bild 1-1: Der Lohner-Porsche: Zur Weltausstellung 1900 in Paris wurde dieses von Ferdinand Porsche (damals 25 Jahre alt) konstruierte und von der k.u.k.-Hofwagenfabrik Jakob Lohner & Co, Wien, gefertigte Elektrofahrzeug erstmalig vorgestellt. Frontantrieb mit Radnabenmotoren (!), Masse 1 t, davon 410 kg Batterie, ca. 50 km Reichweite, Reisegeschwindigkeit 37 km/h, max. 50 km/h

In der Frühphase des Automobils gab es durchaus eine erhebliche Zahl elektrisch angetriebener Fahrzeuge (Bild 1-1). Nicht zuletzt durch die Erfindung des elektrischen Anlassers konnte sich aber der Verbrennungsmotor gegenüber dem Elektroantrieb durchsetzen.

Derzeit scheint sich die Technik in verschiedenen Gebieten aber soweit entwickelt zu haben, dass sich alternative Antriebe für Straßenfahrzeuge sowohl technisch als auch wirtschaftlich durchsetzen könnten.

Die für Fahrzeuge relevanten technologischen Entwicklungen sind im Einzelnen:

- Die Entwicklung der Brennstoffzelle hat erhebliche Fortschritte gemacht, wenngleich diese nicht so rasant waren, wie erwartet wurde. Die Brennstoffzelle ermöglicht gegebenenfalls den Zugang zu anderen Energiekreisläufen, die allerdings bislang als nur grob skizziert gelten können.
- Die Speicherung von Wasserstoff hat ebenfalls Fortschritte gemacht, wenngleich die erreichten Speicherkapazitäten im Vergleich zu konventionellen Kraftstoffen immer noch bescheiden ausfallen.
- Die Prozessortechnik erlaubt heute die Steuerung komplexer Gesamtsysteme, was noch vor wenigen Jahren nicht oder nicht wirtschaftlich vertretbarem Aufwand möglich war.
- In der Leistungselektronik stehen heute leistungsfähige Bauelemente (IGBT; MOSFET) zur Verfügung, die die Umformung elektrischer Energie in kleinen Volumina mit guten Wirkungsgraden erlaubt.
- Permanent-Magnet-Materialien haben sich in den letzten ein bis zwei Dekaden eine rasante Entwicklung erfahren. Sie erlauben die Konstruktion elektrischer Motoren mit sehr großen Leistungen und Drehmomenten bezogen auf ihr Volumen und ihr Gewicht.
- Lange Zeit stellte die Blei-Batterie den Standard für die Speicherung elektrischer Energie dar. Nun haben sich neue Batterien (Lithium-Ionen, Nickel-Metall-Hybrid, auch Nickel-Cadmium) derart entwickelt, dass sie deutlich bessere Charakteristiken (Leistungsdichte, Lebensdauer) als die bewährte Blei-Batterie aufweisen.
- Ein völlig neuer Speicher elektrischer Energie, der Doppelschichtkondensator, besser als Supercap oder Ultracap bekannt, hat sich nach immer noch anhaltender stürmischer Entwicklung bereits viele Einsatzgebiete erobern können.

Die Entwicklungen werden im automobilen Bereich von der Öffentlichkeit aufmerksam verfolgt, gelegentlich auch euphorisch überbewertet. Dagegen werden die Entwicklungen im Bereich der Schienenfahrzeuge in der Öffentlichkeit nicht sehr stark wahrgenommen, obwohl es viele Parallelen gibt und die Antriebstechnik der Schienenfahrzeuge im Vergleich zu der von Straßenfahrzeugen teilweise als weiter vorangeschritten charakterisiert werden kann:

- Seit etwa 2 Dekaden werden elektrische Schienenfahrzeuge fast ausschließlich mit Drehstromantrieben ausgerüstet, was durch den Einsatz moderner Leistungselektronik möglich wurde. Gleichstromantriebe wurden dadurch vollständig verdrängt.
- Dieselelektrische Schienenfahrzeuge stellen ein Pendant zu hybriden Straßenfahrzeugen dar. Anders als im automobilen Bereich sind sie dort aber bereits eingeführte, erprobte Produkte.
- Ebenso wie im automobilen Bereich wird an neuen Konzepten mit neuartigen Speichern oder Brennstoffzellen-Fahrzeugen gearbeitet.

Eine neue Technik wird sich nicht um ihrer selbst willen durchsetzen, sondern sie muss Vorteile gegenüber dem bisherigen Stand bieten. Anders als bei vielen anderen Produkten spielt sich dies bei Fahrzeugen nicht allein im Spannungsfeld zwischen Hersteller und Kunde ab, sondern es sind weitere Interessengruppen beteiligt:

- Endkunden, Fahrer, Passagiere
- Hersteller, Zulieferer
- Betreiber (im öffentlichen Verkehr)
- Gesellschaft, Staat, Politik



Bild 1-2: Beziehungen beim Individualverkehr



Bild 1-3: Beziehungen beim öffentlichen Verkehr

Selbst wenn technische Neuerungen in einer volkswirtschaftlichen Gesamtsicht Vorteile versprechen, ist eine Einführung stark erschwert, wenn einzelne Interessengruppen Nachteile erfahren. Die besten Chancen hat eine Neuerung, wenn es zu einer *Win-Win-Situation*, also eines mehr oder minder gleichen Zugewinns für alle Gruppen kommt. Die Interessenlagen der beteiligten Gruppen können folgendermaßen umrissen werden:

Endkunde, Fahrer, Passagiere:

Mobilitätsanspruch, Zeit, Kosten, Komfort, Spaß, Individualität, Zuverlässigkeit, Sicherheit

Hersteller, Zulieferer:

Gestehungskosten, Akzeptanz, Alleinstellungsmerkmale, Wettbewerbsvorteile, Image, Wachstum, Profit

Betreiber:

Wirtschaftlichkeit, Zuverlässigkeit, Verfügbarkeit, Sicherheit, Akzeptanz, Kosten, Rendite

Gesellschaft, Staat, Politik:

Primärenergieverbrauch, Flächenverbrauch, Emission von Schadstoffen und Lärm, Klimaschutz, Sicherheit, Steuereinnahmen, Besteller von Transportleistungen im öffentlichen Personen-Nahverkehr

Viele Entwicklungen auf dem Gebiet umweltfreundlicher Fahrzeuge wurden nicht durch Käufernachfrage, sondern maßgeblich durch die kalifornische Gesetzgebung, das *Low Emission and Clean Fuel Program* im Rahmen des *Clean Air Act* aus dem Jahr 1990 forciert,

welches inzwischen mehrmals modifiziert wurde. Diese Gesetzgebung strahlt auch auf andere Länder aus.

2 Elementare Fahrdynamik

2.1 Kinematik und Dynamik

Am Fahrzeug greifen verschiedene externe Kräfte an, die für das dynamische Verhalten des Fahrzeugs und des Fahrantriebs wesentlich sind. Es wird hier eine sehr einfache Modellbildung vorgenommen. Die für die Bewegung in Fahrtrichtung wesentlichen äußeren Kräfte und Drehmomente sind der aerodynamische Widerstand $F_{\rm L}$, die in Fahrtrichtung wirkende Anteile der Gewichtskräfte $F_{\rm gF}$ und $F_{\rm gR}$, die Kontaktkraft zwischen Rad und Untergrund in Fahrtrichtung (die Traktionskraft) F_x sowie der Rollwiderstand, der vereinfacht als am Radaufstandspunkt angreifendes Drehmoment $T_{\rm r}$ modelliert werden kann.



Bild 2-1: Kräfte und Drehmomente am Fahrzeug

An dieser Stelle sei an das Schnittprinzip der Mechanik erinnert: Erst durch den Freischnitt (hier zwischen Chassis, Rad und Fahrbahn) werden die zwischen den Komponenten wirkenden inneren Kräfte und Drehmomente *freigelegt*. Nach dem dritten Newtonschen Axiom (*actio et reactio*) wirkt eine freigelegte Kraft jeweils in *entgegengesetzten* Richtungen auf die beiden Schnittufer. Es daher zwingend notwendig, dass System im freigeschnittenen Zustand neu zu zeichnen, da es sonst nicht gelingt, die Wirkungsrichtungen der Kräfte eindeutig darzustellen. Obwohl leider häufig zu sehen, ist es regelmäßig *falsch*, innere Kräfte und Drehmomente in ein nicht freigeschnittenes System einzuzeichnen, da die Richtungen daraus nicht zweifelsfrei hervorgehen.

Für das Fahrzeug führt das zu folgenden dynamischen Gleichungen:

$$m_{\rm F} \dot{v}_{\rm F} = F_{\rm R\,x} - F_{\rm gF} - F_{\rm L} \tag{2.1}$$

$$m_{\rm R}\dot{v}_{\rm R} = F_x - F_{\rm R\,x} - F_{\rm gR} \tag{2.2}$$

$$J_{\rm R}\dot{\omega} = T_{\rm a} - T_{\rm r} - rF_x \tag{2.3}$$

Hierbei F_{Rx} ist die Reaktionskraft zwischen Rad und Chassis in Bewegungsrichtung, T_a das am Rad angreifende Antriebsdrehmoment und r der Radius des Rades, genauer: der *dynamische Rollradius*. Es wird vereinfachend angenommen, dass sich alle angetriebenen Räder gleichartig verhalten. Sie werden summarisch zu einer Gesamtdrehträgheit zusammengefasst. Auch andere rotierende Komponenten (Wellen, Getriebe) des Antriebsstrangs seien hier subsummiert.

Neben den dynamischen sind die kinematischen Gleichungen zu berücksichtigen. Fahrzeug und Rad bewegen sich gleich schnell, also

$$v = v_{\rm R} = v_{\rm F} \tag{2.4}$$

Damit können die beiden translatorischen dynamischen Gleichungen zu

$$m\dot{v} = F_x - F_g - F_L \tag{2.5}$$

mit

$$m = m_{\rm F} + m_{\rm R} \tag{2.6}$$

$$F_{g} = F_{gR} + F_{gF}$$

= $(m_{F} + m_{R})g\sin\gamma$ (2.7)
= $mg\sin\gamma$

zusammengefasst werden.

Das Antriebsdrehmoment und das Widerstandsdrehmoment der Rollreibung können in entsprechende Ersatzkräfte umgerechnet werden:

$$F_{\rm a} = T_{\rm a} / r \tag{2.8}$$

$$F_{\rm r} = T_{\rm r} / r \tag{2.9}$$

Damit ergibt sich das Gleichungssystem

$$m\dot{v} = F_x - F_g - F_L \tag{2.10}$$

$$J_{\mathrm{R}}\dot{\omega} = r(F_{\mathrm{a}} - F_{\mathrm{r}} - F_{\mathrm{x}}) \tag{2.11}$$

Unter der Annahme, dass das Rad ideal abrollt, also

$$v = \omega r \tag{2.12}$$

resultiert als Bewegungsgleichung für das gesamte Fahrzeug

$$\left(m + \frac{J_{\rm R}}{r^2}\right)\dot{v} = F_{\rm a} - F_{\rm L} - F_{\rm g} - F_{\rm r}$$
 (2.13)

Die Kraft

$$F_{\rm w} = F_{\rm L} + F_{\rm r} + F_{\rm g} \tag{2.14}$$

wird auch als Gesamt-Widerstandkraft bezeichnet. Die Bewegungsgleichung erhält damit die besonders einfache Form

$$\widetilde{m}\dot{v} = F_{\rm a} - F_{\rm w} \tag{2.15}$$

wobei

$$\widetilde{m} = m + \frac{J_{\rm R}}{r^2} \tag{2.16}$$

die effektive translatorische Gesamtträgheit angibt. Das Verhältnis von effektiver Gesamtträgheit zur Masse

$$\xi = \frac{\tilde{m}}{m} = 1 + \frac{J_{\rm R}}{mr^2} \tag{2.17}$$

wird *Drehmassenzuschlagsfaktor* oder kurz *Massenfaktor* genannt. Ggf. werden dabei weitere Trägheitsmomente z. B. des Antriebsmotors J_M berücksichtigt werden, die dann über das jeweilige Getriebeübersetzungsverhältnis j wie folgt eingehen (vgl. Kapitel 6):

$$\xi = \frac{\tilde{m}}{m} = 1 + \frac{\left(J_{\rm R} + j^2 J_{\rm M}\right)}{mr^2}$$
(2.18)

| | $\xi = \frac{\tilde{m}}{m}^{-1}$ |
|-------------|----------------------------------|
| Pkw | 1,061,3* |
| Bus | 1,031,6* |
| Lokomotive | 1,151,25 |
| Personenzug | 1,061,09 |
| ICE 3 | 1,04 |

* die Werte sind abhängig vom gewählten Gang

Im stationären Zustand gilt

¹ Quellen der Daten:

Herzog: Kraftfahrzeugantriebe, Techn. Hochschule Mittelhessen, Zugriff 12.08.2019:

https://www.thm.de/me/fachbereich/team-me/professoren/content/91-klaus-herzog/98-downloadbereich.html D. Wende: Fahrdynamik des Schienenverkehrs, Vieweg-Täubner-Verlag, 2003

Spiess: Fahrdynamik des Schienenverkehrs, 2006, Zugriff 12.08.2019:

https://www.ids.uni-hannover.de/fileadmin/IDS/ids_lehre/SFZ/Fahrdynamik_2006.pdf

$$F_x = F_g + F_L \tag{2.19}$$

$$F_{\rm a} = F_{\rm w} = F_{\rm r} + F_{\rm g} + F_{\rm L} \tag{2.20}$$

Darüber hinaus liefert die Kräftebilanz in z-Richtung die Normalkraft des Radaufstandspunktes

$$F_z = m_{\rm F}g\cos\gamma + m_{\rm R}g\cos\gamma = mg\cos\gamma \tag{2.21}$$

Die Darstellung der Widerstandskraft über der Geschwindigkeit wird als Widerstands-Geschwindigkeits-Diagramm bezeichnet (Bild 2-2).

Für die beteiligten Kräfte und Drehmomente finden sich folgende Ansätze bzw. Näherungen:

Luftwiderstand²

$$F_{\rm L} = \frac{1}{2} \rho_{\rm L} c_{\rm w} A_{\rm F} v^2 \operatorname{sgn}(v) \tag{2.22}$$

Rollwiderstand

$$F_{\rm r} = \frac{T_{\rm r}}{r} = F_y c_{\rm r} \operatorname{sgn}(v)$$
(2.23)

Gewichtskraft

$$F_{g} = (m_{\rm F} + m_{\rm R})g\sin\gamma \tag{2.24}$$

mit

| $ ho_{ m L}$ | spezifische Dichte der Luft |
|------------------|--|
| A_{F} | wirksame Querschnittfläche des Fahrzeugs |
| $c_{\rm w}$ | Luftwiderstandsbeiwert |
| c _r | Rollwiderstandsbeiwert |
| F_y | Normalkraft |
| g | Gravitationsfeldstärke (Erdbeschleunigung) |
| γ | Steigungswinkel |

Der Luftwiderstandsbeiwert c_w ist nur von der Form (Gestalt), nicht von der absoluten Größe abhängig. Für den Luftwiderstand wird aber auch die Querschnittsfläche des Fahrzeugs benötigt, die von Fahrzeugherstellern häufig nicht angegeben wird. Viele Pkw liegen in der Größenordnung $A_F \approx 2 \text{ m}^2$. Aus den Abmessungen der Fahrzeugbreite *b* und -höhe *h* lässt sich mit

² Bei Schienenfahrzeugen sind aufwändigere Ansätze in Gebrauch, siehe z. B.:

J. Ihme: Schienenfahrzeugtechnik, Springer, 2016,

D. Wende: Fahrdynamik des Schienenverkehrs, Vieweg-Täubner-Verlag, 2003

$$A_{\rm F} \approx 0.8 \, bh$$

die Querschnittsfläche überschlägig abschätzen.

Einige Richtwerte und Beispiele für Luftwiderstandsbeiwerte und Querschnittsflächen sind in der folgenden Tabelle angegeben (die meisten Daten sind H. Naunheimer et al., "Fahrzeuggetriebe. Grundlagen, Auswahl, Auslegung und Konstruktion" entnommen):

| Fahrzeug | $c_{ m w}$ | $A_{\rm F}$ / m ² | $c_{\rm w}A_{\rm F}$ / m ² |
|----------------------------------|------------|------------------------------|---------------------------------------|
| Geometrische Formen | | | |
| optimaler Tropfen | 0,05 | | |
| Halbkugel | 0,34 | | |
| Kugel | 0,45 | | |
| Motorrad mit Fahrer [*] | 0,5-0,7 | 0,7-0,9 | 0,4-0,6 |
| BMW K 1200 S* | 0,58 | 0,71 | 0,41 |
| BMW R 1200 GS* | 0,62 | 0,85 | 0,52 |
| Cabriolet | 0,29-0,53 | 1,58-2,90 | 0,58-1,54 |
| Opel Tigra TwinTop | | | · · |
| Verdeck offen | 0,40 | 1,94 | 0,78 |
| Verdeck geschlossen | 0,35 | 1,94 | 0,67 |
| Mercedes-Benz SLK 200 K | | | |
| Verdeck offen | 0,37 | 1,93 | 0,71 |
| Verdeck geschlossen | 0,32 | 1,93 | 0,62 |
| Mercedes-Benz SL 500 | - | - | - |
| Verdeck offen | 0,34 | 2,00 | 0,68 |
| Verdeck geschlossen | 0,29 | 2,00 | 0,58 |
| Audi A4 Cabrio | - | - | - |
| Verdeck offen | 0,34 | 2,11 | 0,72 |
| Verdeck geschlossen | 0,31 | 2,11 | 0,65 |
| Limousine/SUV | 0,25-0,39 | 1,97-2,90 | 0,50-1,54 |
| Ford Fiesta 1.41 | 0,34 | 2,06 | 0,70 |
| VW Golf V 1.4l | 0,32 | 2,22 | 0,72 |
| Mercedes-Benz B 180 CDI | 0,30 | 2,42 | 0,73 |
| BMW 320i | 0,28 | 2,11 | 0,59 |
| Audi A6 Avant | 0,31 | 2,26 | 0,70 |
| Mercedes-Benz S 320 CDI | 0,26 | 2,40 | 0,62 |
| Mercedes-Benz ML 280 CDI | 0,34 | 2,81 | 0,96 |
| Porsche Cayenne Turbo | 0,39 | 2,78 | 1,09 |
| BMW 645i | 0,29 | 2,15 | 0,62 |
| Porsche 911 Carrera | 0,28 | 2,00 | 0,56 |
| Toyota Prius | 0,26 | | |
| Audi A2 | 0,25 | | |
| Van / Transporter | 0,35-0,40 | 3,1-4,2 | 1,1-1,7 |
| Opel Vivaro Life | 0,37 | 3,38 | 1,24 |
| Ford Transit MWB, MJ06 | 0,35 | 4,14 | 1,45 |
| Omnibus | 0,4-0,8 | 6,0-10,0 | 2,4-8,0 |
| Setra 415 HD | 0,44 | 8,26 | 3,63 |
| Leichte Lkw | 0,40-0,60 | 4,5-6,0 | 1,8-3,6 |
| Lkw (Solo) | 0,45-0,80 | 6,0-10,0 | 2,7-8,0 |
| Lkw mit Anhänger | 0.55-0.85 | 7.0-10.0 | 3.9-8.5 |

| Sattelzug | 0,45-0,75 | 7,0-10,0 | 3,2-7,5 |
|---------------|-----------|----------|-----------|
| Fahrrad | | | |
| Tourenfahrrad | 1,0-1,2 | 0,6 | 0,6-0,72 |
| Rennrad | 0,7-0,8 | 0,4 | 0,28-0,32 |

* Fahrer sitzend mit anliegender Bekleidung

Der Rollreibungskoeffizient c_r kann in erster Näherung als unabhängig von der Geschwindigkeit angesetzt werden. Folgende Werte sind typisch:

| | c _r |
|----------------------------|----------------|
| Pkw-Reifen auf Asphalt | 0,013 - 0,015 |
| Pkw-Reifen auf Schotter | 0,020 |
| Fahrrad-Reifen auf Asphalt | 0,007 |
| Rennrad | 0,003 - 0,006 |
| Lkw-Reifen auf Asphalt | 0,006 - 0,010 |
| Rad auf Schiene | 0,001 - 0,002 |



Bild 2-2: Widerstandskraft und Leistungsbedarf für ein Beispielfahrzeug mit m = 1500kg, $c_w = 0.3$, $A_F = 2 \text{ m}^2$, $c_r = 0.015$, Parameter der Kurvenschar ist die Steigung tan γ

2.2 Schlupf und Kraftschluss

Die Annahme eines ideal abrollenden Rades ist in der Praxis nicht haltbar. Die bezogene Differenz zwischen Umfangsgeschwindigkeit und Geschwindigkeit des Radaufstandspunktes wird als Schlupf *s* bezeichnet:

$$s = \frac{r\omega - v}{v_{\rm ref}} \,. \tag{2.25}$$

In der Literatur finden sich verschiedene Definitionen für den Schlupf, die sich in der Wahl der Bezugsgeschwindigkeit v_{ref} unterscheiden. Zum Teil werden auch unterschiedliche Definitionen für das Antreiben und Bremsen benutzt. Für den *Bremsschlupf* wird $v_{ref} = -v$ gesetzt,

$$s_{\rm brems} = \frac{v - r\omega}{v}, \qquad (2.26)$$

für den *Treibschlupf* $v_{ref} = \omega r$:

$$s_{\text{treib}} = \frac{r\omega - v}{r\omega}.$$
 (2.27)

Als eine einheitliche Definition, die für alle Fahrzustände verwendet werden kann, empfiehlt sich als Referenzgröße das Mittel zwischen Fahrzeug- und Radumfangsgeschwindigkeit,

$$v_{\rm ref} = \frac{1}{2} (r\omega + v). \tag{2.28}$$

Damit folgt

$$s = 2\frac{r\omega - v}{r\omega + v} \tag{2.29}$$

bzw.

$$r\omega = \frac{1+\frac{s}{2}}{1-\frac{s}{2}}v \approx (1+s)v$$
. (2.30)

Unter Annahme kleinen Schlupfes

weichen die unterschiedlichen Definitionen nicht viel voneinander ab,

$$s \approx s_{\text{treib}} \approx -s_{\text{brems}}$$
 (2.31)

Bei kleinem Schlupf kann weiterhin die obige Gesamtbewegungsgleichung

$$\widetilde{m}\dot{v} = F_{\rm a} - F_{\rm w} \tag{2.32}$$

als Näherung dienen, wobei allerdings die Dynamik des Rades vernachlässigt wird.

Ein Rad, welches keine Traktionskraft überträgt, rollt weitgehend schlupffrei. Das Treiben oder Bremsen ist aber immer mit Schlupf verbunden, da es sich nur um eine kraftschlüssige, keine formschlüssige Verbindung handelt. Beim treibenden Rad ist nach der hier verwendeten Schlupfdefinition der Schlupf positiv, beim bremsenden Rad negativ. Der Schlupf hängt maßgeblich von den Beschaffenheiten von Reifen und Fahrbahn bzw. von Rad und Schiene ab. Er liegt in normalen Fahrsituationen sowohl beim Reifen-Fahrbahn-Kontakt als auch beim Rad-Schiene-Kontakt in der Größenordnung weniger Prozent, kann aber bei schlechten Traktionsverhältnissen auf über 10 % steigen. Tendenziell muss bei Schienenfahrzeugen mit größerem Schlupf als bei Straßenfahrzeugen gerechnet werden. In außergewöhnlichen Fahrsituationen wie beim Gleiten und Schleudern wächst der Schlupf erheblich an. Beim Rad, welches beim Anfahren aus dem Stillstand schleudert (durchdreht), ist bei der hier verwendeten Definition der Schlupf s = 2 bzw. $s_{treib} = 1$, bei der Blockierbremsung s = -2 bzw. $s_{brems} = 1$.

Bei Schienenfahrzeugen ist der Schlupf der angetriebenen Räder – neben dem vom Verschleißzustand abhängigen Raddurchmesser (bis zu ca. -8 % bei abgefahrenen Rädern) – ein wesentlicher Grund, weshalb die Kenntnis der Raddrehzahl für die präzise Ermittlung der Fahrzeuggeschwindigkeit nicht ausreicht. Bei Schienenfahrzeugen wird deshalb oft ein unabhängiges Geschwindigkeitsmesssystem auf Basis von Radar oder Ultraschall eingesetzt.

Die Kraftschlussverhältnisse werden durch den Kraftschlusskoeffizienten oder -beiwert

$$\mu = \frac{F_x}{F_y} \tag{2.33}$$

beschrieben. Die Abhängigkeit des Kraftschlussbeiwerts vom Schlupf bzw. der Geschwindigkeit wird durch *Kraftschlusskennlinien* dargestellt. Die Kraftschlusskennlinien können sehr unterschiedliche Charakteristika aufweisen. Neben einem monotonen Verhalten bei kleinem Schlupf können ausgeprägte Kraftschlussmaxima auftreten. Das heißt, die Traktionskraft sinkt mit steigendem Schlupf wieder ab.

Im Kraftfahrzeug sind heute Anti-Blockier-System (ABS) und Anti-Schlupf-Regelung (ASR) Standard, mit denen verhindert wird, dass Betriebspunkte jenseits des Kraftschluss-Maximums eingenommen werden. Normalerweise greifen diese Systeme aber nur bei kritischen Fahrsituationen ein.

Bei Schienenfahrzeugen werden dagegen aufwändige Verfahren eingesetzt, um auch bei ungünstigen Kraftschlussverhältnissen und großen Traktionskräften dauerhaft möglichst genau im Kraftschlussmaximum zu fahren. Die Kraftschlusskennlinien sind für Bremsen und Antreiben etwa symmetrisch.

Auf trockenem Asphalt oder Beton werden maximale Kraftschlussbeiwerte von ca. 0,6-1,0 erreicht. Beim Rad-Schiene-Kontakt günstigstenfalls etwa 0,3-0,4. Bei Nässe oder Verschmutzungen verschlechtern sich diese Werte rapide. Die Kraftschlussverhältnisse hängen bei gleichen Materialien außerdem von der so genannten Konditionierung, der

Vorbeanspruchung des Materials ab: Die Oberflächenstruktur eines Stahlrades verändert sich während einer Fahrt ohne große Kraftschlussbeanspruchung derart, dass sich der maximal verfügbare Kraftschluss langsam verringert, das Rad wird glatter.

| | $\mu_{ m n}$ | $\mu_{ m max}$ | |
|--------------------|--------------|----------------|--|
| | trocken | nass | |
| Reifen auf Asphalt | 0,6-0,8 | 0,4-0,7 | |
| Reifen auf Beton | 0,6-1,0 | 0,3-0,7 | |
| Rad auf Schiene | 0,3-0,4 | 0,2-0,3 | |



Bild 2-3: Mögliche Verläufe der Kraftschlusskennlinien

Aus dem maximalen Kraftschluss resultiert unmittelbar die maximale Steigfähigkeit eines Fahrzeugs unter der Annahme, dass alle Achsen gleichermaßen belastet und angetrieben werden, und dass bei langsamer Beharrungsfahrt die sonstigen Widerstandskräfte gegenüber dem Gewichtsanteil vernachlässigt werden können, zu

$$\tan \gamma_{\max} = \mu_{\max} \tag{2.34}$$

Wird nur ein Teil der Achsen angetrieben, muss berücksichtigt werden, dass nur die auf den angetriebenen Achsen lastenden Massen m_{treib} , nicht aber die von Losrädern getragenen Massen m_{los} für den Kraftschluss maßgeblich sind. Man erhält dann

mit

$$c_{\text{treib}} = \frac{m_{\text{treib}}}{m_{\text{treib}} + m_{\text{los}}} = \frac{m_{\text{treib}}}{m}$$
(2.36)

| | m _{treib} | т | c_{treib} | $\tan \gamma_{\rm max} \text{ bei}$ $\mu_{\rm max} = 0.3$ |
|----------------------------|--------------------|-------|----------------------|---|
| Güterzug mit Lokomotive | 80 t | 800 t | 0,10 | 3 % |
| ICE1 | 155 t | 849 t | 0,18 | 5,4 % |
| ICE3 | 220 t | 441 t | 0,5 | 15 % |

Der Kehrwert von c_{treib} wird auch als Zugmasseverhältnis bezeichnet.

Güterzüge können im Geltungsbereich der deutschen Eisenbahn-Bau- und Betriebsordnung (EBO) bei maximaler Länge von 740 m und einer maximalen Fahrwegbelastung von 5,6 t/m eine Gesamtmasse bis 3700 t erreichen. Im Güterverkehr mit Dänemark sind sogar Züge bis 835 m im Einsatz. In anderen Ländern sind Güterzüge von einigen Kilometern Länge üblich.

Lokomotiv-bespannte Züge, aber auch die ersten beiden ICE-Generationen mit Lokomotivähnlichen Triebköpfen können daher nur geringe Steigungen überwinden. Daher sind in Deutschland die Hauptstrecken in der Regel mit Steigungen von maximal 2,5% trassiert. Zur Überwindung größerer Steigungen werden u. a. in den Alpenländern doppelt oder sogar dreifach bespannte Züge eingesetzt. Der ICE 3, bei dem 4 von 8 Wagen angetrieben werden, ist derzeit der einzige Zug, der die mit 4,0 % Steigung trassierte Schnellfahrstrecke Köln-Rhein/Main befahren darf. Bei der 12-teiligen Variante des ICE 4 werden 6 Wagen angetrieben, bei der 7-teiligen Variante sind es 3. Die Traktionsverhältnisse des ICE 4 sind daher ähnlich günstig wie die des ICE 3.

Bemerkenswert sind Straßenbahnstrecken in Lissabon mit Steigungen von über 10%.

Die bessere Steigfähigkeit von Straßenfahrzeugen mit Allradantrieb erklärt sich nach diesen Erläuterungen von selbst.

2.3 Leistung, Arbeit, Energie

Aus den dynamischen Gleichungen folgt die Leistungsbilanz

$$P_{\rm a} = E_{\rm kin} + E_{\rm pot} + P_{\rm d} \tag{2.37}$$

mit der Antriebsleistung

$$P_{\rm a} = \omega T_{\rm a} \,, \tag{2.38}$$

der kinetischen Energie

$$E_{\rm kin} = \frac{1}{2} (m_{\rm F} + m_{\rm R}) v^2 + \frac{1}{2} J_{\rm R} \omega^2 \approx \frac{1}{2} \widetilde{m} v^2$$
(2.39)

und der potenziellen Energie

$$E_{\rm pot} = mgh , \qquad (2.40)$$

wobei

$$h = \int \sin \gamma \, v \, dt \,, \tag{2.41}$$

sofern g = const., sich also das Fahrzeug nicht zu weit von Normal-Null entfernt. Die Größe P_{d} ist die Dissipationsleistung,

$$P_{\rm d} = \omega T_{\rm r} + v F_{\rm L} + (r\omega - v) F_x = P_{\rm d,Rad} + P_{\rm d,Luft} \quad , \tag{2.42}$$

mit

$$P_{\rm d,Rad} = \omega T_{\rm r} + (r\omega - v)F_x, \qquad (2.43)$$

$$P_{\rm d,Luft} = F_{\rm L} v \,. \tag{2.44}$$

Stationäre Rechnung:

$$P_{d,Rad} = \omega r F_r + (r\omega - v)(F_a - F_r) = (r\omega - v)F_a + vF_r \approx (sF_a + F_r)v$$
(2.45)

Der Wirkungsgrad des Rades lässt sich für den Fall des Antreibens über

$$\eta_{\text{Rad}} = \frac{P_{\text{a}} - P_{\text{d,Rad}}}{P_{\text{a}}} = 1 - \frac{(r\omega - v)F_{\text{a}} + vF_{\text{r}}}{\omega r F_{\text{a}}} = \frac{v}{\omega r} \left(1 - \frac{F_{\text{r}}}{F_{\text{a}}}\right) \approx (1 - s) \left(1 - \frac{c_{\text{r}}}{\mu + c_{\text{r}}}\right)$$
(2.46)

einführen.

Bis auf den Luftwiderstand wird die Dissipationsleistung im Kontaktbereich Reifen-Fahrbahn bzw. Rad-Schiene umgesetzt und kann dort zu einer erheblichen Erwärmung führen.



Bild 2-4: Lokale Wirkung der Dissipationsleistung am Rad Der Leser könnte versuchen, durch genaue Betrachtung eine Hypothese für die Schadensursache aufzustellen Quelle: <u>https://www.trainorders.com/discussion/read.php?2,1974063</u>, 20.08.2019

3 Verbrauchsberechnung

Der Antrieb muss über einem Zeitintervall $[t_1, t_2]$ bzw. über einer Wegstrecke $[x_1, x_2]$ die Arbeit

$$W_{a}(t_{1},t_{2}) = \int_{t_{1}}^{t_{2}} P_{a} dt = \int_{x_{1}}^{x_{2}} F_{a} dx$$
(3.1)

Leisten. Da Anteile der Antriebsleistung verloren gehen, also dissipiert werden, darf W_a nicht als *Energie*, sondern muss als *Arbeit* bezeichnet werden, ggf. auch als *Energieverbrauch*.

Es ist nicht sinnvoll, antreibende und bremsende Leistungen gegeneinander aufzurechnen, wenn keine Rückgewinnung der Bremsleistung (*Rekuperation*) möglich ist. Die treibenden und bremsenden Phasen sollten also unterschieden werden. Dabei vereinfacht die Hilfsfunktion

$$\lambda(t) = \begin{cases} 1 \text{ wenn } P_{a} > 0\\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$$
(3.2)

die Darstellung der Treibleistung:

$$P_{\text{treib}}(t) = \lambda(t)P_{a}(t)$$
(3.3)

und der Bremsleistung

$$P_{\text{brems}}(t) = (\lambda(t) - 1)P_{a}(t)$$
(3.4)

bzw. der Treib- und Bremskraft

$$F_{\text{treib}}(t) = \lambda(t)F_{a}(t)$$
(3.5)

$$F_{\text{brems}}(t) = (\lambda(t) - 1)F_{a}(t)$$
(3.6)

Entsprechend definieren wir

$$W_{\text{treib}}(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} P_{\text{treib}} \, \mathrm{d}t \,, \quad W_{\text{brems}}(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} P_{\text{brems}} \, \mathrm{d}t \,.$$
 (3.7)

Bezieht man die geleistete Arbeit auf die zurückgelegte Strecke

$$L(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} v(t) \,\mathrm{d}t = x_2 - x_1 \tag{3.8}$$

erhält man den streckenspezifischen Energieverbrauch

$$V = \frac{W_{\text{treib}}}{L} \tag{3.9}$$

Der streckenspezifische Energieverbrauch hat die physikalische Dimension einer Kraft, die Maßeinheit ist 1 J/m = 1 N. Man kann den steckenspezifischen Verbrauch auch als über die Fahrstrecke gemittelte Antriebskraft interpretieren:

$$V = \overline{F_{\text{treib}}} = \frac{W_{\text{treib}}}{L} = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} \lambda F_a \, \mathrm{d} \, x \tag{3.10}$$

Setzt man für die Antriebskraft die einzelnen Terme ein, entsteht

$$V = \overline{F_{\text{treib}}} = \overline{\lambda F_{\text{a}}} = \overline{\lambda F_{\text{b}}} + \overline{\lambda F_{\text{L}}} + \overline{\lambda F_{\text{r}}} + \overline{\lambda F_{\text{g}}}$$
(3.11)

Für die einzelnen Anteile ergibt sich:

$$\overline{\lambda F_{b}} = \frac{1}{L} \int_{x_{1}}^{x_{2}} \lambda m \dot{v} \, \mathrm{d} \, x = \frac{1}{L} \int_{t_{1}}^{t_{2}} \lambda m \dot{v} \, \mathrm{d} \, t = \frac{1}{L} \int_{t_{1}}^{t_{2}} \lambda \frac{m}{2} \frac{\mathrm{d} \, v^{2}}{\mathrm{d} \, t} \, \mathrm{d} \, t = \frac{m}{2L} \sum_{k} \left[v^{2}(t_{k2}) - v^{2}(t_{k1}) \right], \quad (3.12)$$

wobei die Zeitpunkte t_{k1} , t_{k2} die Start- und Endzeitpunkt der jeweiligen treibenden Phasen sind, also diejenigen Zeitpunkte, an denen die Hilfsfunktion λ springt.

$$\overline{\lambda F_{\rm L}} = \frac{1}{L} \int_{x_1}^{x_2} \lambda \frac{1}{2} c_{\rm w} A_{\rm F} \rho_{\rm L} v^2 \, \mathrm{d} \, x = \frac{c_{\rm w} A_{\rm F} \rho_{\rm L}}{2L} \int_{x_1}^{x_2} \lambda v^2 \, \mathrm{d} \, x = \frac{c_{\rm w} A_{\rm F} \rho_{\rm L}}{2L} \int_{t_1}^{t_2} \lambda v^3 \, \mathrm{d} \, t$$
(3.13)

$$\overline{\lambda F_{\mathrm{r}}} = \frac{1}{L} \int_{x_{1}}^{x_{2}} \lambda c_{\mathrm{r}} N_{K} \,\mathrm{d}\,x = \frac{c_{\mathrm{r}} mg}{L} \int_{x_{1}}^{x_{2}} \lambda \cos \gamma \,\mathrm{d}\,x \approx \frac{c_{\mathrm{r}} mg}{L} \int_{x_{1}}^{x_{2}} \lambda \,\mathrm{d}\,x \tag{3.14}$$

$$\overline{\lambda F_{g}} = \frac{1}{L} \int_{x_{1}}^{x_{2}} \lambda F_{g} \, dx = \frac{1}{L} \int_{x_{1}}^{x_{2}} \lambda mg \sin \gamma \, dx = \frac{mg}{L} \sum_{k} \left[h(t_{k2}) - h(t_{k1}) \right]$$
(3.15)

Die Bestimmung der treibenden Phasen in einem Fahrtspiel, welche durch die Funktion λ angezeigt werden sollen, ist entgegen einem ersten Anschein nicht trivial. Entscheidend ist nicht das Vorzeichen der Beschleunigung, sondern ob der Antrieb Leistung abgibt, vgl. die Definition (3.2). Z. B. kann die Beschleunigung auf einer Gefällestrecke positiv sein, obwohl gebremst wird. Selbst auf ebener Strecke ist ein Absinken der Geschwindigkeit kein sicheres Anzeichen, dass gebremst wird, denn bereits bei Verringerung der noch positiven Antriebsleistung sinkt die Geschwindigkeit. Eine pragmatische Annahme für Fahrspiele in der Ebene besteht darin anzunehmen, dass verhältnismäßig geringe Verzögerungen wahrscheinlich nicht durch Wirkung der Bremsen verursacht werden. Ersetzen wir insofern (3.2) durch die Näherung

$$\lambda(t) = \begin{cases} 1 \text{ wenn } a = \dot{v} > -a_{\min} \\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$$
(3.16)

mit Werten $a_{\min} = 0, 2 \dots 0, 4 \text{ m/s}^2$, sind wir in der Lage, den Verbrauch als inneres Produkt zwischen einem Fahrzeug-spezifischen Vektor M und einem Fahrspiel-spezifischen Vektor K darzustellen:

$$V = M^{\mathrm{T}}K = V_{\mathrm{b}} + V_{\mathrm{L}} + V_{\mathrm{r}} + V_{\mathrm{g}} = \begin{bmatrix} m \\ c_{\mathrm{w}}A_{\mathrm{F}} \\ mc_{\mathrm{r}} \\ m \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} K_{\mathrm{b}} \\ K_{\mathrm{L}} \\ K_{\mathrm{r}} \\ K_{\mathrm{g}} \end{bmatrix}$$
(3.17)

mit

$$K_{\rm b} = \frac{1}{2L} \sum_{k} \left[v^2(t_{k2}) - v^2(t_{k1}) \right]$$
(3.18)

$$K_{\rm L} = \frac{\rho_l}{2L} \int_{x_1}^{x_2} \lambda v^2 \, \mathrm{d} \, x = \frac{\rho_l}{2L} \int_{t_1}^{t_2} \lambda v^3 \, \mathrm{d} \, t$$
(3.19)

$$K_{\rm r} \approx \frac{g}{L} \int_{x_1}^{x_2} \lambda \,\mathrm{d}\,x = \frac{g}{L} \int_{t_1}^{t_2} \lambda v \,\mathrm{d}\,t = g \frac{L_{\rm treib}}{L}$$
(3.20)

$$K_{\rm g} = \frac{g}{L} \sum_{k} \left[h(t_{k2}) - h(t_{k1}) \right]$$
(3.21)

Mit dieser Darstellung gelingt eine Empfindlichkeitsanalyse (s. Kapitel Optimierung) des Verbrauchs in Abhängigkeit von Masse, aerodynamischem Widerstand und Rollreibungsbeiwert:

$$\frac{\partial V}{\partial m} = K_{\rm b} + K_{\rm g} + c_{\rm r} K_{\rm r}$$
(3.22)

$$\frac{\partial V}{\partial (c_{\rm w}A_{\rm F})} = K_{\rm L} \tag{3.23}$$

$$\frac{\partial V}{\partial c_{\rm r}} = mK_{\rm r} \tag{3.24}$$

Daraus ergeben sich die Empfindlichkeitsmaße

$$\varepsilon_{\rm m} = \frac{m(K_{\rm b} + K_{\rm g} + c_{\rm r}K_{\rm r})}{V}$$
(3.25)

$$\varepsilon_{c_{w}A_{F}} = \frac{c_{w}A_{F}K_{L}}{V}$$
(3.26)

$$\varepsilon_{c_{\rm r}} = \frac{c_{\rm r} m K_{\rm r}}{V} \tag{3.27}$$

Betrachten wir ein einfaches Beispiel: Das Fahrspiel bestehe aus einer Beschleunigung aus dem Stillstand auf 50 km/h, dann Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit über 500 m auf ebener Strecke und Abbremsen. Stark vereinfachend sei angenommen, dass der Beschleunigungs- und der Bremsvorgang sehr schnell erfolgen, so dass diese Phasen gegenüber der Gesamtstrecke vernachlässigt werden können. Dieses Fahrtspiel führt zu

$$K_{\rm b} = \frac{v^2}{2L} = 0.193 \frac{\rm m}{\rm s^2} \tag{3.28}$$

$$K_{\rm L} \approx \frac{\rho_l v^2}{2} = 125 \frac{\rm kg}{\rm ms^2}$$
 (3.29)

$$K_{\rm r} \approx g = 9.81 \frac{\rm m}{{\rm s}^2}$$
 (3.30)

$$K_{\rm g} = 0\frac{\rm m}{\rm s^2} \tag{3.31}$$

Man beachte, dass man diese Fahrspiel-spezifischen Werte ohne Kenntnis der Fahrzeugspezifischen Daten bestimmen kann.

Für ein Fahrzeug mit m = 1500 kg; $c_w = 0.3$; $A_F = 2 \text{ m}^2$; $c_r = 0.015 \text{ ergibt sich ein nun gemäß}$ (3.17) ein streckenspezifischer Verbrauch von

$$V = V_{\rm b} + V_{\rm L} + V_{\rm r} + V_{\rm g} = 289 \frac{\rm J}{\rm m} + 75 \frac{\rm J}{\rm m} + 220 \frac{\rm J}{\rm m}$$

$$V = 585 \frac{\rm J}{\rm m} = 58.5 \frac{\rm MJ}{100 \,\rm km} = 16.2 \frac{\rm kWh}{100 \,\rm km}^{-3}$$
(3.32)

Die Empfindlichkeitsmaße betragen

$$\varepsilon_{\rm m} = 0.87$$
, $\varepsilon_{c_{\rm w}}A_{\rm F} = 0.13$, $\varepsilon_{c_{\rm r}} = 0.38$ (3.33)

³ In dieser Vorlesung soll vorrangig die Einheit Joule (1 J = 1 Nm = 1 Ws) des Internationalen Maßsystems verwendet werden. In der Maßeinheit kWh spiegelt sich noch das altsumerische Hexagesimalsystem (ca. 3000 v. Chr.) mit der Zahl 60 als Basis wider.

An diesen Werten erkennt man, dass die Fahrzeugmasse m und danach der Rollwiderstand c_r bei dem eher für eine Stadtfahrt charakteristischen Fahrspiel die entscheidenden Rollen spielen. Der Verbrauchsanteil aufgrund des Luftwiderstands hat nur geringen Einfluss.

Bestimmt man für das gleiche Fahrspiel den streckenspezifischen Verbrauch für einen Rennradfahrer mit m = 85 kg; $c_w = 0.75$; $A_F = 0.4 \text{ m}^2$; $c_r = 0.004$ ergibt sich für die gleiche Fahrgeschwindigkeit von 50 km/h (ungeachtet der hierfür notwendigen körperlichen Kondition) ein Verbrauch von nur V = 57 J/m, also nur 1/10 des Verbrauchs eines Kraftfahrzeugs.

Das Beispiel verdeutlicht den großen Einfluss der Fahrzeugmasse auf den Verbrauch. Dennoch beobachtete man in der Vergangenheit eine stete Zunahme der Fahrzeugmasse über die Fahrzeuggenerationen hinweg. Dadurch werden zum erheblichen Teil andere Fortschritte der Verbrauchseinsparung aufgezehrt, siehe als Beispiel die Entwicklung der Masse der Golfgenerationen in Bild 3-1. Zwar scheint dieser Trend bei den letzten Golf-Generationen gebrochen, doch sind bei Fahrzeugen der Premium-Klasse Massen von 2 bis 2,5 t heute keine Seltenheit.



Bild 3-1: Entwicklung der Fahrzeugmasse über die Fahrzeuggenerationen am Beispiel des VW Golf, dargestellt sind die von der Ausstattung abhängigen minimalen und maximalen Werte der Masse des leeren Fahrzeugs (Quelle der Daten: Wikipedia, 25.11.2011, 23.10.2014, 09.08.2019)

Verbrauchswerte werden heute anhand standardisierter Fahrzyklen ermittelt. Seit September 2017 ist in der Europäischen Union die Worldwide Harmonized Light Vehicles Test Procedure (WLTP) maßgeblich, die den vorherigen Standard des Neuen Europäische Fahrzyklus (NEFZ) abgelöst hat. Dieser wurde wegen seines sehr praxisfernen Verlaufs und der daraus resultierenden niedrigen Verbrauchswerte stark kritisiert. Da in Deutschland die

Kraftfahrzeugsteuer nach den standardisierten Emissionswerten bestimmt wird, führte die Umstellung des Fahrzyklus-Standards bei vielen Fahrzeugen zu einer höheren Besteuerung.

Andere standardisierte Fahrzyklen sind die Amerikanische Federal Test Procedure FTP-75, der japanische JC08 sowie verschiedene im Artemis-Projekt definierten Zyklen für Stadtfahrt, Autobahn- und Landstraßenfahrt, die aber keine gesetzlichen Standards sind. Die Automobilhersteller testen ihre Fahrzeuge darüber hinaus nach firmeninternen Spezifikationen, doch werden weder die zugrunde gelegten Fahrspiele noch die damit ermittelten Verbrauchswerte publiziert.

All diese Fahrzyklen geben einen bestimmten Verlauf der Fahrzeuggeschwindigkeit über der Zeit vor.



Bild 3-2: Verschiedene Fahrzyklen

Für diese Fahrspiele wurden nun die Kenngrößen K_b , K_L und K_r bestimmt. Da alle Fahrspiele einen ebenen Streckenverlauf voraussetzen, ist $K_g = 0$. Die Werte wurden entsprechend der Formeln (3.18) bis (3.21) bestimmt, wobei a_{\min} in (3.16) zu 0,3 m/s² gewählt wurde. Die Tabelle gibt diese Ergebnisse wieder: WLTP

| Fahrzyklus | $K_{\rm b}$ in m/s ² | $K_{\rm L}$ in kg/ms ² | $K_{\rm r}$ in m/s ² | L in m |
|-----------------------|---------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|--------|
| v = const. = 50 km/h | 0,193 | 125 | 9,81 | 500 |
| NEFZ | 0,103 | 204 | 8,20 | 10 890 |
| FTP-75 | 0,174 | 99,6 | 5,83 | 17 769 |
| WLTP | 0,118 | 300 | 8,23 | 23 262 |

Für das Beispielfahrzeug mit m = 1500 kg; $c_w = 0.3$; $A_F = 2 \text{ m}^2$; $c_r = 0.015$ ergeben sich mit der Berechnungsmethode nach (3.17) die folgenden Energieverbrauchswerte und ihre Aufschlüsselung nach den Anteilen für Beschleunigung, Luft- und Rollreibungswiderstand:

| Fahrzyklus | V in J/m | $V_{\rm b}$ in J/m | $V_{\rm L}$ in J/m | $V_{\rm r}$ in J/m |
|-----------------------|----------|--------------------|--------------------|--------------------|
| v = const. = 50 km/h | 585 | 289 | 75 | 220 |
| NEFZ | 478 | 163 | 125 | 190 |
| FTP-75 | 485 | 211 | 89 | 186 |

177

180

185

542

Tabelle: Verbrauchsberechnung nach (3.17), $a_{\min} = 0.3 \text{ m/s}^2$

Als Vergleich wurden die Verbrauchswerte durch eine vollständige Simulationsrechnung mit Fahrspiel- und Fahrzeugdaten bestimmt. Die aus diesen Rechnungen resultierenden Verläufe der Antriebsleistung sind in Bild 3-3, Bild 3-4, Bild 3-5 dargestellt. Im Gegensatz zur Methode nach (3.17) muss hierbei für jeden Satz der Fahrzeugdaten das gesamte Fahrspiel durchgerechnet werden. Die auf diese Weise ermittelten Verbrauchswerte lauten:

Tabelle: Verbrauchsberechnung mit vollständiger Fahrzyklusberechnung

| Fahrzyklus | V in J/m | $V_{\rm b}$ in J/m | $V_{\rm L}$ in J/m | $V_{\rm r}$ in J/m |
|-----------------------|----------|--------------------|--------------------|--------------------|
| v = const. = 50 km/h | 585 | 289 | 75 | 220 |
| NEFZ | 479 | 166 | 125 | 188 |
| FTP-75 | 489 | 229 | 86 | 174 |
| WLTP | 544 | 183 | 180 | 180 |

Wie nicht anders zu erwarten, weichen diese Werte wegen der Näherungsannahme (3.16) von der ersten Tabelle ab, doch jeweils nur um wenige Prozent. Die Methode nach (3.17) liefert also durchaus brauchbare Werte für überschlägige Berechnungen.



Bild 3-3: Geschwindigkeit und Antriebsleistung beim NEFZ



Bild 3-4: Geschwindigkeit und Antriebsleistung beim FTP-75





Bild



Bild 3-6: Trajektorie des WLTP-Fahrzyklus als Kraft und Geschwindigkeit

3-6

Busse

Für die Verbrauchsberechnung von Stadtbussen seien die Größenordnungen der maßgeblichen Parameter hier genannt⁴:

$$c_{\rm r} \approx 0,006...0,010$$
,
 $c_{\rm w} \approx 0.8$, $A_{\rm F} \approx 2.85 \,{\rm m} \times 2.55 \,{\rm m} \approx 7.3 \,{\rm m}^2$
 $m \approx 12000 \,{\rm kg} + 2500 \,{\rm kg}$ (Standardbus)
 $m \approx 18000 \,{\rm kg} + 5000 \,{\rm kg}$ (Gelenkbus)
(3.34)

Die Massen sind als Fahrzeugmasse plus Zuladung angegeben. Hieraus resultieren mit typischen Stadt-Fahrspielen Verbrauchswerten von

$$V \approx 0.91 \text{ kWh/km} = 91 \text{ kWh}/100 \text{ km} \text{ (Standardbus)}$$

$$V \approx 1.19 \text{ kWh/km} = 191 \text{ kWh}/100 \text{ km} \text{ (Gelenkbus)}$$
(3.35)

Auch hier beziehen sich diese Angaben nur auf die Antriebsarbeit. Nebenaggregate sind nicht berücksichtigt.

Kenngrößen des Leistungsprofils

Als wichtigste Kenngrößen des zeitlichen Verlaufs der Leistung interessieren Mittel- und Spitzenwerte. Neben dieser recht groben Charakterisierung kann durch eine *Leistungs-Zeitdauer-Analyse* ein genauerer Einblick gewonnen werden und vom konkreten zeitlichen Verlauf abstrahiert werden: Für einen gegebenen zeitlichen Verlauf einer Leistung P(t) werden Mittelungen für verschiedene Fensterbreiten Δt durchgeführt und der jeweilige Maximalwert bestimmt:

$$\overline{P}(\Delta t) = \max_{t} \left(\frac{1}{\Delta t} \int_{t}^{t+\Delta t} P(\tau) \,\mathrm{d}\,\tau \right)$$
(3.36)

Das lässt sich als Worst-Case-Analyse verstehen: Ermittelt wird für ein gegebenes Zeitintervall Δt die jeweils größtmögliche auftretende Durchschnittsleistung. Mit $\overline{P}(0)$ erhält man als Grenzfall den Leistungsspitzenwert, mit $\overline{P}(\infty)$ den Mittelwert der Leistung. Zweckmäßigerweise wird in einem Diagramm die Δt -Achse logarithmisch dargestellt. In Bild 3-7 erkennt man, dass der WLTP nennenswert mehr Leistung fordert als der NEFZ und der FTP-75.

⁴ Thoralf Knote, Forschung für eine mobile Zukunft, Fraunhofer IVI, Vortrag in Osnabrück, 11.06.2013



Bild 3-7: Zeitdauerdiagramm der treibenden Leistung verschiedener Fahrzyklen

Eine andere Analyse des Leistungsbedarfs besteht in der Ermittlung der Verteilungsfunktion. Für einen gegebenen Wert einer Leistung P' wird die anteilige Zeitdauer ermittelt, während der der Leistungsbedarf kleiner oder gleich dem vorgegebenen Leistungswert ist:

$$F(P') = \frac{\mu(\{t | P(t) \le P'\})}{T}$$
(3.37)

In dieser Formel bezeichnet μ das Maß der Menge aller t, für die die Bedingung zutrifft, also die entsprechende Zeitdauer. T ist die Gesamtzeitdauer des gesamten Fahrspiels. Die Verteilungsfunktion ist prinzipiell eine monoton wachsende Funktion mit Funktionswerten zwischen 0 und 1.

Die Verteilungsfunktionen für die treibenden Leistungen sind für verschiedene Fahrspiele in Bild 3-8 dargestellt. Auch in diesem Diagramm sieht man, dass die Verteilung beim WLTP gegenüber den anderen Fahrspielen hin zu höheren Leistungen, also nach rechts verschoben ist. Allen Fahrspielen ist aber gemein, dass während rund 40% der Zeit gar keine treibende Leistung abgefordert wird, das Fahrzeug also antriebslos ausrollt, bremst oder steht.



Bild 3-8: Verteilungsfunktionen der Antriebsleistung bei verschiedenen Fahrzyklen

Neben der Verteilungsfunktion könnte man auch die *Verteilungsdichte* bestimmen, die man über die Ableitung der Verteilungsfunktion gewinnt:

$$f(P') = \frac{\mathrm{d} F(P')}{\mathrm{d} P'} \tag{3.38}$$

Bei der Bestimmung der Verteilungsdichte hat man häufig das Problem, dass ihr Verlauf – insbesondere bei kleineren Datensätzen – sehr irregulär ausschaut, so dass man meist zusätzlich eine Glättung oder eine lokale Mittelung vornimmt.

4 Rekuperation der Bremsleistung

Bei konventionellen Fahrzeugen wird durch die Bremsen die kinetische Energie des Fahrzeugs in Wärme umgewandelt, die Energie geht verloren, sie wird dissipiert. Theoretisch könnte diese erzeugte Wärmemenge mittels einer geeigneten Wärmekraftmaschine wieder für Antriebszwecke genutzt werden, was jedoch wegen der erreichbaren Wirkungsgrade und technischen Schwierigkeiten nicht interessant ist.

Durch Wandlung der kinetischen Energie in eine speicherbare Energieform könnte diese für die nächste Beschleunigung des Fahrzeugs wiederverwendet und der Energieverbrauch reduziert werden. Diesen Vorgang bezeichnet man als *Rekuperation*. Als Energiespeicher kommen Batterien, Kondensatoren, Schwungräder oder pneumatische bzw. hydraulische Systeme in Betracht.

Bei elektrischen Schienenfahrzeugen kann statt einer Speicherung im Fahrzeug die Bremsleistung auch in das Stromnetz zurückgespeist werden. Dies erweist sich bei näherem Hinsehen meist weniger attraktiv als zunächst vermutet. Straßenbahnen, U- und teilweise auch S-Bahnen (wie in Hamburg und Berlin) werden an Gleichspannungsnetzen von 750 V betrieben. Diese Gleichspannungsnetze werden typischerweise über Gleichrichter aus dem öffentlichen Stromversorgungsnetz gespeist. Diese Gleichrichter sind aber in aller Regel nicht rückspeisefähig. Eine Rückspeisung elektrischer Leistung von einem Fahrzeug in das Gleichspannungs-Fahrleitungsnetz ist also nur dann möglich, wenn andere aufnahmefähige Fahrzeuge vorhanden sind, also bei genügend dichter Zugfolge. Bei Abständen von einigen Kilometern zwischen den Fahrzeugen ginge aber entweder ein erheblicher Teil der rückgespeisten Leistung durch Joulesche Wärme in der Fahrleitung verloren oder könnte gar nicht erst eingespeist werden, weil die Spannung am Einspeisepunkt aufgrund des ohmschen Spannungsabfalls womöglich über die zulässigen Grenzen stiege. In solchen Fällen bremsen die Fahrzeuge zwar trotzdem elektrisch, doch wird die zurückgewonnene elektrische Leistung in Bremswiderständen dissipiert.

Bei Vollbahnen sieht die Rückspeisefähigkeit im Fahrleitungssnetz mit 16,7 Hz und 15 kV (in Deutschland, Österreich, Schweiz) wegen des höheren Spannungsniveaus und der Anbindung der Fahrleitung an ein eigenes 110 kV-Verbundnetz über (bidirektional wirksame) Transformatoren dagegen günstiger aus.

Im Folgenden soll durch grundsätzliche Überlegungen das Potenzial der Bremsrekuperation mittels eines Speichers auf einem Fahrzeug in Bezug auf Wirkungsgradverbesserung bzw. Energieverbrauch abschätzt werden, ohne dass an dieser Stelle auf die erforderlichen technischen Komponenten der Energie-Wandlung und -Speicherung eingegangen wird:

Ein Fahrzeug mit der Geschwindigkeit v besitzt die kinetische Energie

$$E_{\rm kin} = \frac{1}{2}mv^2 \tag{4.1}$$

Vereinfacht gesprochen soll beim Bremsen diese Energie gespeichert und beim nächsten Anfahren zum Beschleunigen wiederverwendet werden. Der Vorgang des Speicherns und Wiederverwendens geschieht jedoch nicht ohne Verluste. Es wird daher ein Wirkungsgrad η_{rekup} in Ansatz gebracht. Je nach eingesetztem technischem System liegen realistische Wirkungsgrade in der Größenordnung von 0,6 bis 0,8. Betrachten wir nun einen sehr einfachen Fahrzyklus, bei dem die Fahrt mit einer konstanten Geschwindigkeit v nach einer jeweiligen Streckenlänge L durch Bremsen und Wiederanfahren unterbrochen wird. Es sei angenommen, dass das Abbremsen und Beschleunigen sehr schnell erfolgt, so dass die hierfür erforderlichen Strecken gegenüber L und deshalb auch Luft- und Rollwiderstand während dieser Phasen vernachlässigt werden können. Unter dieser vereinfachenden Annahme wird stets die gesamte kinetische Energie umgesetzt. Für das Anfahren benötigt das nicht rekuperierende Fahrzeug also die Energie E_{kin} nach (4.1), das rekuperierende Fahrzeug dagegen nur den Anteil

$$W_{\text{beschl}} = \left(1 - \eta_{\text{rekup}}\right) E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 \left(1 - \eta_{\text{rekup}}\right)$$
(4.2)

an neu zuzuführender Energie. Während der Fahrt benötigt das Fahrzeug zur Überwindung der Fahrtwiderstände auf ebener Strecke außerdem die Leistung

$$P_{\rm w} = vF_{\rm w} = v(F_{\rm L} + F_{\rm r}) \tag{4.3}$$

Es ergibt sich der streckenspezifische Verbrauch für das rekuperierende Fahrzeug

$$V_{\rm rekup} = F_{\rm w} + \frac{W_{\rm beschl}}{L} = F_{\rm w} + \left(1 - \eta_{\rm rekup}\right) \frac{E_{\rm kin}}{L} = F_{\rm L} + F_{\rm r} + \frac{1}{2L} m v^2 \left(1 - \eta_{\rm rekup}\right)$$
(4.4)

Die relative Verbrauchseinsparung gegenüber dem nicht rekuperierenden Fahrzeug mit

$$V = F_{\rm w} + \frac{E_{\rm kin}}{L} = F_{\rm L} + F_{\rm r} + \frac{1}{2L}mv^2$$
(4.5)

ist demnach

$$\frac{V - V_{\text{rekup}}}{V} = \frac{\eta_{\text{rekup}} \frac{E_{\text{kin}}}{L}}{F_{\text{w}} + \frac{E_{\text{kin}}}{L}} = \frac{\eta_{\text{rekup}} E_{\text{kin}}}{LF_{\text{w}} + E_{\text{kin}}}$$
(4.6)



Bild 4-1: Relative Verbrauchseinsparung über Fahrgeschwindigkeit und Streckenlänge. Daten des Beispielfahrzeuges:

 $m = 1500 \text{ kg}; c_{\text{w}} = 0.3; A_{\text{F}} = 2 \text{ m}^2; c_{\text{r}} = 0.015; \rho_{\text{L}} = 1.2 \text{ kg/m}^3; \eta_{\text{rekup}} = 0.7$

Wie das Diagramm zeigt, ist mit realistischen Verbrauchseinsparungen um 10% zu rechnen, bei Stadtfahrten ggf. bis zu 20%, bei längeren Überlandfahrten verschwindet die Einsparung vollständig. Ergänzt man einen konventionellen verbrennungsmotorischen Antrieb um eine derartige Rekuperation, werden die tatsächlichen Einsparungen noch geringer sein: Während der Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit arbeitet der Motor meist im vom Wirkungsgrad ungünstigen Teillastbetrieb. Beim Beschleunigen, wenn dem Motor höhere Leistung abverlangt wird, ist der Wirkungsgrad günstiger. Eine Unterstützung des Anfahrens durch die gespeicherte Energie würde den Verbrennungsmotor wieder in den Teillastbetrieb bringen und den Gesamtwirkungsgrad verschlechtern. Um die Vorteile der Rekuperation voll zu nutzen, ist die Auslegung des gesamten Systems zu überarbeiten: Z. B. kleinere Bemessungsleistung des Verbrennungsmotors und ein intelligentes Energiemanagement.

Die Rekuperation führt andererseits zu höheren Kosten und größerer Masse des Fahrzeugs, was in einer Systembetrachtung ebenfalls berücksichtigt werden muss.

Bei elektrischen Schienenfahrzeugen ist neben der Energieeinsparung die Reduzierung der Spitzenleistung im Fahrdraht von großem Interesse, weil auf diese Weise die Leitungsverluste, aber auch die vorzuhaltende installierte Einspeiseleistung reduziert werden können.

5 Verbrennungsmotoren

Verbrennungsmotoren werden nur kurz phänomenologisch mit den wichtigsten Eigenschaften vorgestellt. Die für Fahrzeuge wichtigsten Arten sind Kolbenmotoren, speziell der Otto- und der Diesel-Motor. Beim Otto-Motor wird ein Benzin-Luft-Gemisch (bei geregeltem Katalysator stöchiometrisch, d. h. mit $\lambda = 1$) verdichtet und in der Nähe des oberen Totpunkts durch die Zündkerze gezündet. Beim Dieselmotor wird nur Luft, diese aber wesentlich stärker als das Gemisch beim Ottomotor verdichtet ($\varepsilon = 1:14...25$ beim Diesel- im Gegensatz zu 1:7...14 beim Ottomotor). In der Nähe des oberen Totpunkts wird Dieselkraftstoff eingespritzt, der aufgrund der hohen Temperatur und Verdichtung selbsttätig zündet und mit Luftüberschuss $\lambda > 1$ verbrennt. Aufgrund des günstigeren Druckverlaufs durch die beim Dieselmotor länger andauernde Verbrennungsphase erreichen Dieselmotoren bessere Wirkungsgrade als Ottomotoren. Beim Vergleich der Verbrauchswerte in Einheiten von Treibstoffvolumen pro Strecke wird jedoch häufig die höhere volumetrische Energiedichte (unterer Heizwert) von Diesel gegenüber Benzin von rund 12% übersehen. Zum Vergleich sind in der folgenden Tabelle auch Daten anderer Treibstoffe mit aufgeführt.

| | Dichte | Volu- | Gravi- | Massen- | Energie- |
|-----------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-------------------|-------------------|
| | bei 15°C | metrischer | metrischer | spezif. | spezif. |
| Treibstoff | | unterer ¹ | unterer ¹ | CO ₂ - | CO ₂ - |
| | | Heizwert | Heizwert | Äquivalent | Äquivalent |
| | in kg/m ³ | in GJ/m ³ | in MJ/kg | in kg/kg | in kg/GJ |
| Benzin | 720775 | 32 | 42,5 | 3,15 | 73 |
| Diesel | 830 | 35,3 | 42,5 | 3,15 | 73 |
| Methanol CH ₃ OH | 792 | 15,5 | 19,7 | 1,38 | 70 |
| Ethanol C_2H_5OH | 790 | 21 | 27 | 1,91 | 70 |
| Flüssiggas C_3H_8 , C_4H_{10} | 580 | 26,7 | 46,0 | 3,0 | 65 |
| H_2 gasf. 1 Bar | 0,084 | 0,010 | 120,0 | 0 | 0 |
| H ₂ gasf. 200 Bar | 16 | 1,9 | 120,0 | 0 | 0 |
| H_2 gasf. 700 Bar | 42 | 5,0 | 120,0 | 0 | 0 |
| H ₂ flüssig | 71 | 8,5 | 120,0 | 0 | 0 |

¹ Der *untere Heizwert* (oder kurz Heizwert) gibt die Reaktionsenthalpie an, wobei angenommen wird, dass gasförmige Verbrennungsprodukte entstehen. Kondensiert das Wasser im Abgas, was zwar im Verbrennungsmotor nicht auftritt, aber in Brennwertthermen ausgenutzt wird, wird zusätzlich die Kondensationsenthalpie des Wassers von 40,657 MJ/kMol bzw. 2,26 MJ/kg (bezogen auf die Masse des Wassers) frei. Die entsprechend erhöhten Werte führen dann zu den *oberen Heizwerten* oder *Brennwerten* der Treibstoffe, die aber für Verbrennungsmotoren keine Bedeutung haben.

Verbrennungsmotoren sind einer analytischen Modellbildung nur bedingt zugänglich. Stattdessen werden empirisch ermittelte stationäre Kennfelder angegeben, die abhängig von der Motordrehzahl Auskunft über Drehmoment, Verbrauch oder Wirkungsgrad geben. Statt des Drehmoments und der Drehzahl werden aber häufig die Begriffe *Mitteldruck* und *mittlere Kolbengeschwindigkeit* verwendet. Diese Größen können in Drehmoment und Drehzahl umgerechnet werden. Dazu dienen die folgenden Zusammenhänge.

Die Geometrie des Verbrennungsmotors wird durch folgende Größen und Beziehungen beschreiben:
| Gesamt-Hubraum | $V_{\rm h} = zhA = z\frac{\pi}{4}d^2h$ |
|-------------------------------|---|
| Zylinderzahl | Z |
| Kolbenhub | h = 2r |
| Kurbelwellenradius | r |
| Kolben-Querschnittsfläche | $A = \frac{\pi}{4}d^2$ |
| Kolbendurchmesser ("Bohrung") | d |
| Verdichtung | $\varepsilon = \frac{V_{\rm c} + V_{\rm h}}{V_{\rm c}}$ |
| Verdichtungs- oder Restraum | $V_{\mathbf{c}}$ |

Aus diesen geometrischen Beziehungen können die folgenden Zusammenhänge hergeleitet werden:

| Mittlere Kolbengeschwindigkeit zwischen oberem und unterem Totpunkt | $c_{\rm m} = \frac{h}{T/2} = \frac{h\omega}{\pi}$ |
|--|---|
| Periodendauer einer Kurbeldrehung | $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$ |
| Winkelgeschwindigkeit | ω |

Der so genannte *effektive Mitteldruck* $p_{\rm m}$ ist ein idealisierter, als konstant angenommener Druck, der während des Arbeitstaktes, also während einer Kolbenbewegung vom unteren zum oberen Totpunkt, die gleiche Arbeit verrichtet wie die tatsächlichen, stark schwankenden Druckverläufe in den Zylindern. Außerdem ist diese Größe bereits um die mechanischen Reibverluste befreit, so dass der Mitteldruck $p_{\rm m}$ direkt mit der Wellenleistung in Beziehung gesetzt werden kann:

$$P_{\rm mech} = \omega T = \frac{z}{a} A p_{\rm m} c_{\rm m}$$
(5.1)

In dieser Gleichung gibt die Zahl a das Verhältnis der Gesamtzahl der Takte zur Zahl der Arbeitstakte an. Beim Viertaktmotor ist a = 4, beim Zweitakter ist a = 2. Setzt man die obige Beziehung für die mittlere Kolbengeschwindigkeit ein, lässt sich der Zusammenhang zwischen Kolbenmitteldruck und Drehmoment identifizieren:

$$T = \frac{V_{\rm h}}{a\pi} p_{\rm m} \tag{5.2}$$

Mit Hilfe dieser Beziehungen können alle Kennfelder, die für Kolbenmitteldruck und Kolbengeschwindigkeit angegeben werden, in Drehmoment-Drehzahl-Kennfelder umgerechnet werden und umgekehrt.

Verbrennungsmotoren weisen eine Reihe von Eigenarten auf: Der Motor kann von allein nicht starten, er muss durch ein anderes Aggregat zum Starten gedreht werden. Im Betrieb darf eine Mindestdrehzahl, die Rundlaufgrenze, nicht unterschritten werden. Die Drehzahl-Drehmoment-Kennfelder werden durch zwei Grenzkurven begrenzt: Die obere Grenzkurve des maximal erreichbaren Drehmoments, die Volllastkennlinie, ist stark drehzahlabhängig und weist im mittleren Drehzahlbereich ein Maximum auf (Bild 5-1). Dieses ist bei Ottomotoren deutlich ausgeprägt, Dieselmotoren weisen ein breiteres Maximum auf. Trotz des bei größeren Drehzahlen wieder abnehmenden Drehmoments erreicht der Verbrennungsmotor seine größte Leistung bei hohen Drehzahlen. Das Leistungsmaximum wird meist unterhalb der Maximaldrehzahl erreicht, ggf. auch bei maximaler Drehzahl. Die untere Grenzkurve ist das Schleppdrehmoment, welches negativ ist. Dieses kann zum Bremsen des Fahrzeugs genutzt werden, um die Reibungsbremsen zu schonen.



Bild 5-1: Typische Volllastkennlinien und Schleppcharakteristik eines Verbrennungsmotors O: Punkt absoluter maximale Leistung

◊: Punkt absoluten maximalen Drehmoments



Bild 5-2: Volllastkennlinien und Schleppcharakteristik über der Fahrgeschwindigkeit mit verschiedenen Getriebeübersetzungen (blau) im Vergleich mit der Widerstandkraft und dem Leistungsbedarf für verschiedene Steigungen (rot)

Die Darstellung des Verbrauchs als Isolinien in einem Drehzahl-Drehmoment-Diagramm bezeichnet man wegen ihres charakteristischen Aussehens als *Muschelkurven*. Der Verbrauch wird meist in Volumen Kraftstoff pro Arbeit mit der Maßeinheit g/kWh angegeben. Die Umrechnung in Standard-SI-Einheiten ergibt

$$1\frac{g}{kWh} = 1\frac{g}{3,6 MJ} = 0,278\frac{kg}{GJ}$$

Über die Reaktionsenthalpie, den Heizwert, kann der Verbrauch direkt in einen Wirkungsgrad umgerechnet werden. Der spezifische Heizwert von Diesel- oder Benzinkraftstoff beträgt etwa 43 MJ/kg. Ein Verbrauchswert von 200 g/kWh wie im optimalen Betriebspunkt des Motors aus Bild 5-3 entspricht also einem respektablen Wirkungsgrad von

$$\eta = \frac{1}{200 \text{ g/kWh 43 MJ/kg}} = \frac{1}{55 \text{ kg/GJ 43 MJ/kg}} = 0,42$$

Mit Hilfe des Wirkungsgrades kann auch der streckenspezifische Kraftstoffverbrauch bestimmt werden. Nehmen wir überschlägig einen mittleren Wirkungsgrad von 0,3 und einen Energiebedarf von 500 J/m an, bekommen wir für Dieselkraftstoff

$$\frac{500 \,\text{J/m}}{0.3 \times 35 \,\text{MJ/m}^3} = 0.48 \frac{\text{L}}{\text{km}} = 4.8 \frac{\text{L}}{100 \,\text{km}}$$

Ebenso können wir die streckenspezische CO₂-Emissionen bestimmen:

$$\frac{3,15 \times 500 \,\text{J/m}}{0,3 \times 43 \,\text{MJ/kg}} = 122 \frac{\text{g}}{\text{km}}$$

Dieser Wert liegt deutlich über dem ab 2020 beschlossenen EU-Grenzwert von 95 g/km, der sich allerdings noch auf den unrelatistischen NEFZ bezieht.

Der Wirkungsgrad von Verbrennungsmotoren ist im Bereich großer Drehmomente bzw. großer Leistungen am günstigsten. Ist bei vorgegebenem Leistungsbedarf die Wahl der Drehzahl frei, sollte in der Regel die kleinstmögliche Drehzahl gewählt werden. Benzinmotoren erreichen prinzipbedingt einen etwas schlechteren Wirkungsgrad als Dieselmotoren. Im Teillastbereich verschlechtert sich der Wirkungsgrad deutlich.

Die Drehzahlspreizung $\omega_{\min} / \omega_{\max}$ eines Verbrennungsmotors beträgt typischerweise etwa 1:8. Verbrennungsmotoren können nur in einer Richtung drehen, was einen gesonderten Rückwärtsgang erfordert. Dies ist bei elektrischen Antrieben, die ohne Einschränkung in beide Richtungen drehen können, nicht notwendig.



Bild 5-3: Drehmoment-Drehzahl-Kennfeld eines Verbrennungsmotors

6 Getriebe

6.1 Untersetzungs- und Schaltgetriebe

Getriebe dienen der Drehzahl bzw. der Drehmomentanpassung. Das Verhältnis von Antriebsund Abtriebsdrehzahl wird als Übersetzung

$$j = \frac{\omega_1}{\omega_2} \tag{6.1}$$

bezeichnet. Beim ideal verlustfreien und trägheitslosen Getriebe ergibt sich aus der Leistungsbilanz

$$P_1 = \omega_1 T_1 = P_2 = \omega_2 T_2 \tag{6.2}$$

das Verhältnis der Drehmomente zu

$$j = \frac{T_2}{T_1}$$
(6.3)

In einem realen Getriebe lassen sich die Verhältnisse überschlägig durch den Getriebewirkungsgrad η und einen konstanten Verlustanteil P_0 beschreiben:

$$P_2 = \eta P_1 - P_0 \tag{6.4}$$

Der Wirkungsgrad liegt von Schaltgetrieben und Getrieben mit fester Übersetzung liegt im Bereich von 95..98%.

Für die Untersuchung dynamischer Vorgänge muss auch die Trägheit des Getriebes berücksichtigt werden. Bei stationären oder quasistationären Betrachtungen kann diese jedoch gegenüber der Trägheit des Fahrzeugs meist vernachlässigt oder den anderen rotierenden Massen zugeschlagen werden.

Die Drehzahlspreizung eines Verbrennungsmotors reicht für den gesamten Geschwindigkeitsbereich eines Fahrzeugs nicht aus. Daher werden in Pkw Schaltgetriebe mit meist 5 bis 7 Schaltstufen, in Nutzfahrzeugen häufig noch mehr Gänge eingesetzt. Die Übersetzung des 1. Gangs wird in der Regel nach der geforderten Steigfähigkeit des Fahrzeugs, die des höchsten Gangs nach der Maximalgeschwindigkeit bemessen. Die Abstufung der Übersetzungen ist den konstruktiven Möglichkeiten des Getriebes unterworfen. Die Gründe, warum beim Verbrennungsmotor ein Getriebe mit mehreren Schaltstufen erforderlich ist, seien noch einmal stichwortartig zusammengefasst:

- unzureichende Drehzahlspreizung des Verbrennungsmotors
- unzureichendes Drehmoment des Verbrennungsmotors bei kleinen Drehzahlen
- Bereitstellung der Maximalleistung in einem breiten Fahrgeschwindigkeitsbereich
- Verbrauchsminimierung

6.2 CVT-Getriebe

Im Gegensatz zum Schaltgetriebe wird beim CVT (Continuous Variable Transmission) durch ein Schubband, welches über verstellbare konische Profile läuft, das Übersetzungsverhältnis kontinuierlich verstellt. Vorteile sind der Wegfall des Schaltvorgangs und die Möglichkeit, den Verbrennungsmotor bei einer vorgegebenen Leistung bei der bezüglich des Verbrauchs günstigsten Drehzahl betreiben zu können. Die höheren Verluste eines CVT-Getriebes relativieren dieses Optimierungspotenzial. Der Wirkungsgrad moderner CVT-Getriebe liegt um 85%.



Bild 6-1: CVT-Getriebe (Audi, Luk)

6.3 Planetengetriebe

Das Prinzip eines *Planetengetriebes* ist unten im Bild dargestellt. Planetengetriebe bestehen aus dem Sonnenrad, den Planetenrädern und dem Hohlrad. Sonnen- und Hohlrad werden auf von außen zugänglichen Wellen herausgeführt. Die Bewegung der Planetenräder wird über den Steg (Planetenradträger), welcher die Planetenräder führt, auf eine äußere Welle übertragen. Konstruktiv wird dies durch Hohlwellen erreicht. Das Planetengetriebe besitzt also insgesamt drei Wellen mit den Winkelgeschwindigkeiten ω_1 (Sonnenrad), ω_2 (Steg), ω_3 (Hohlrad). Die Winkelgeschwindigkeit der Planetenräder ω_4 ist nach außen nicht direkt sichtbar.



Bild 6-2: Prinzip eines Planetengetriebes

Kinematische Gleichungen

Die Geschwindigkeiten des Berührpunktes zwischen Sonnen- und Planetenrad müssen für beide Räder gleich sein. Dies führt auf die Beziehung

$$r_1\omega_1 = (r_1 + r_2)\omega_2 - r_2\omega_4 \tag{6.5}$$

Die Auswertung des Berührpunktes zwischen Planeten- und Hohlrad ergibt:

$$r_3\omega_3 = (r_1 + r_2)\omega_2 + r_2\omega_4 \tag{6.6}$$

Mittels Addition dieser beiden Gleichung wird ω_4 eliminiert und man erhält

$$r_1\omega_1 + r_3\omega_3 = 2(r_1 + r_2)\omega_2 = (r_1 + r_3)\omega_2$$
(6.7)

wobei für den letzten Umformungsschritt

$$r_3 = r_1 + 2r_2 \tag{6.8}$$

verwendet wurde. Etwas umgeformt, kann man dies auch als

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{r_3} = \frac{\omega_3 - \omega_2}{r_1} = a$$
(6.9)

schreiben. Diese Gleichung lässt sich graphisch in einem *Nomogramm* darstellen, wie man einfach überprüfen kann. Die Größe *a* ist dabei die Steigung der Verbindungsgerade der drei Geschwindigkeitswerte und kann als Charakterisierung der Drehzahlunterschiede interpretiert werden. Aufgrund der geometrischen Veranschaulichung ergibt sich sofort, dass Drehzahlen mit verschiedenen Vorzeichen auftreten können, siehe Bild 6-3. Die Drehfrequenz ω_2 liegt aber stets zwischen ω_1 und ω_3 .



Bild 6-3: Nomogramm für die Winkelgeschwindigkeiten eines Planetengetriebes. Jede Gerade verbindet die jeweils zueinander passenden Winkelgeschwindigkeiten der drei Wellen

Mit Hilfe von a und der Winkelgeschwindigkeit ω_2 können die anderen beiden Winkelgeschwindigkeiten ausgedrückt werden:

$$\omega_1 = \omega_2 - ar_3$$

$$\omega_3 = \omega_2 + ar_1$$
(6.10)

Planetengetriebe können als Schaltgetriebe eingesetzt werden, indem jeweils eine der drei Wellen fixiert wird und sich auf diese Weise zwischen den anderen beiden Wellen ein entsprechendes Übersetzungsverhältnis einstellt. Im Hybridantrieb des Toyota Prius wird aber ein Planetengetriebe derart betrieben, dass sich alle drei Wellen simultan drehen, siehe Abschnitt 12.3.

Dynamische Gleichungen

Die Drehmomentbilanz ergibt bei vernachlässigten Trägheiten insgesamt

$$T_1 + T_2 + T_3 = 0 \tag{6.11}$$

Aus der Drehmomentbilanz am Planetenrad ergibt sich außerdem sich die Beziehung

$$\frac{T_1}{r_1} = \frac{T_3}{r_3} \tag{6.12}$$

bzw.

$$r_3 T_1 = r_1 T_3 \tag{6.13}$$

Beide dynamischen Gleichungen lassen sich graphisch durch die Drehmomentwaage darstellen, Bild 6-4.



Bild 6-4: Drehmomentwaage beim Planetengetriebe

Die beiden Beziehungen zwischen den Drehmomenten führen zu

$$T_{1} = -\frac{r_{1}}{r_{1} + r_{3}} T_{2}$$

$$T_{3} = -\frac{r_{3}}{r_{1} + r_{3}} T_{2}$$
(6.14)

Das bedeutet, das Drehmoment am Planetenrad wird stets in einem gleichen Verhältnis auf die Drehmomente von Sonnen- und Hohlrad aufgeteilt.

Bei Getrieben findet man statt der Angaben der Radien meist Zahnzahlen. Obwohl die Zahnzahlen proportional zu den Radien sein sollten, lässt sich die Beziehung zwischen den Radien (6.8) nicht auf die Zahnzahlen übertragen. Beispielsweise gilt für das Planetengetriebes des Toyota Prius $2z_2 < z_3 - z_1$, siehe Bild 6-5. Das Planetenrad ist also etwas kleiner, als es der idealen Geometrie entspräche, wodurch die Zahnräder Spiel erhalten. Dies ist beabsichtigt, da andernfalls unerwünschte Pressungen die Folge wären. Eine Überprüfung zeigt, dass die obigen

kinematischen Beziehungen gültig bleiben, wenn sie allein mit den Zahnzahlen z_1 und z_3 ausgedrückt werden:

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{z_3} = \frac{\omega_3 - \omega_2}{z_1} = a$$
(6.15)

$$T_{1} = -\frac{z_{1}}{z_{1} + z_{3}} T_{2}$$

$$T_{3} = -\frac{z_{3}}{z_{1} + z_{3}} T_{2}$$
(6.16)



Bild 6-5: Planetengetriebe des Toyota Prius I. Zahnzahlen: $z_1 = 30$, $z_2 = 23$, $z_3 = 78$

Leistungen

Aus den erarbeiteten Beziehungen zwischen den Winkelgeschwindigkeiten und den Drehmomenten lässt sich nun auch eine Aussage über die Leistungen ableiten. Verluste werden wieder vernachlässigt. Die Multiplikation der Gleichungen (6.14) mit den jeweiligen Winkelgeschwindigkeiten nach (6.10) ergibt

$$P_{1} = \omega_{1}T_{1} = -(\omega_{2} - ar_{3})\frac{r_{1}}{r_{1} + r_{3}}T_{2} = -\frac{r_{1}}{r_{1} + r_{3}}P_{2} + a\frac{r_{1}r_{3}}{r_{1} + r_{3}}T_{2}$$

$$P_{3} = \omega_{3}T_{3} = -(\omega_{2} + ar_{1})\frac{r_{3}}{r_{1} + r_{3}}T_{2} = -\frac{r_{3}}{r_{1} + r_{3}}P_{2} - a\frac{r_{1}r_{3}}{r_{1} + r_{3}}T_{2}$$
(6.17)

Die Leistung P_2 wird also entsprechend auf P_1 und P_3 aufgeteilt. Über den Parameter *a* kann man diese Leistungsaufteilung beeinflussen. Über die Vorzeichen entscheiden im Wesentlichen die Drehzahlen: Wenn die Drehfrequenzen ω_1 und ω_3 verschiedene Vorzeichen besitzen, gilt gleiches auch für die Leistungen P_1 und P_3 . Ein positives Vorzeichen bedeutet hier, dass Leistung an das Getriebe abgegeben wird, ein negatives Vorzeichen, dass das Getriebe Leistung abgibt. Für hybride Antriebssysteme sind Planetengetriebe von besonderem Interesse, da sie die Kopplung von elektrischen und verbrennungsmotorischen Antrieben gestatten. Im Kontext hybrider Antriebssysteme wird ein Planetengetriebe auch als leistungsverzweigtes Getriebe oder Überlagerungsgetriebe bezeichnet, vgl. Abschnitt 12.3.

7 Energiespeicher

Die für den Antrieb eines Fahrzeugs notwendige Energie muss entweder kontinuierlich zugeführt oder sie muss in einem Speicher mitgeführt werden.

Fahrzeuge mit kontinuierlicher Energiezufuhr sind:

- Fahrzeuge mit Oberleitung oder Stromschiene
- Langstator-Linearmotoren
- Solarmobile
- Segelschiffe
- Gierfähren

Autark operierende Fahrzeuge müssen Energie in einem Speicher mitführen. Als Energiespeicher kommen in Betracht:

- Tank für Treibstoffe
- pneumatisch/hydraulische Speicher
- Schwungräder
- Batterien
- Kondensatoren

Hervorzuheben sind bidirektionale Energiespeicher, die während der Fahrt entweder durch Rekuperation oder durch andere Aggregate wieder geladen werden können. Für ausschließlich oder teilweise elektrisch angetriebene Fahrzeuge sind naturgemäß die Speicher von Interesse, die elektrische Energie unmittelbar speichern können. Daher werden Batterien und Kondensatoren im Folgenden schwerpunktmäßig betrachtet.

 Tabelle
 7-1:
 Vergleich
 verschiedener
 Batterien
 und
 Doppelschicht-Kondensatoren

 (Datenquelle: u.a. Jossen-Weydanz, "Moderne
 Akkumulatoren richtig einsetzen")
 Image: State S

| Speichertyp | Zellen- | Energie- | Leistungs- | Lebensda | uer | Kosten |
|---------------------|----------|----------|------------|-----------------------|-------|------------------------|
| | Nennspg. | dichte | dichte | | | |
| | in V | in kJ/kg | in W/kg | Zyklen ¹ | Jahre | in €/kWh |
| Blei-Säure | 2,0 | 100-125 | 200-300 | 300-1500 ² | 2-3 | 5-150 |
| Blei Wickelzellen | 2,0 | 20-100 | 100-3000 | | | |
| NiCd | 1,2 | 70-180 | 200-1000 | 1000-4000 | 3-10 | 250 |
| NiMH | 1,2 | 165-380 | 300-1500 | >2000 | 10 | 300-350 |
| Li-Ion Energy | 3,6 | 360-600 | 200-400 | 2000-5000 | 10 | 300 ³ -1500 |
| Li-Ion High Power | 3,6 | 250-350 | 2000-4000 | 2000 | 10 | 500 ³ -1800 |
| UltraCap | 2,7 | 10-20 | 1000-10000 | 4 | 10 | 10k-70k |
| Carbon- | | 20-75 | 500-1000 | >1 Mio. | 20 | 10k-25k |
| Schwungrad | | | | | | |
| Zielwerte der | | 360-700 | 75-200 | 1000 | 10 | 100-150 |
| Automobilhersteller | | | | | | |

¹ Angegeben sind die Zyklen bei vollständiger Entladung, worunter meist nur 80% DOD (depth of discharge) verstanden wird, wobei die Quellenangaben stark variieren. Die Zahl der Lastzyklen hängt entscheidend von dem Lade-Entlade-Hub (DOD) ab. Nur selten werden Batterien aber so eingesetzt, dass sie vollständig entladen werden. Wenn eine hohe Lebensdauer erreicht werden soll, ist ein Betrieb mit nur 10-20% DOD typisch. Hierbei werden deutlich höhere Zyklenzahlen erreicht. Bei NiMH-Zellen werden von Herstellern z.B. bei 20% DOD 60.000 Zyklen angegeben. Allerdings muss dann die effektive Energiedichte auf den genutzten Teil umgerechnet werden. ² bei 10% DOD

³ avisierte Zielwerte. Für Energiezellen werden die avisierten Kosten bereits bei Laptopzellen erreicht, für Leistungszellen ist momentan eher der höhere Wert anzusetzen.

⁴ Größten Einfluss auf die Lebensdauer bei Doppelschicht-Kondensatoren haben die Temperatur und die Höhe der Spannung. Die Zahl der Ladezyklen ist dagegen keine die Alterung direkt beeinflussende Größe. Dennoch geben Hersteller oft Zyklenzahlen von 500.000 bis 1.000.000 an.

Einen Vergleich der verschiedenen Speichertypen bietet das Ragone-Diagramm (Bild 7-1). Hierbei wird die spezifische, auf die Masse bezogene Energiedichte

$$\widetilde{E} = \frac{E_{\text{nenn}}}{m}$$
(7.1)

über der spezifischen Leistungsdichte

$$\widetilde{P} = \frac{P_{\text{nenn}}}{m}$$
(7.2)

in der Regel logarithmisch dargestellt. Aus der spezifischen Energiedichte und der spezifischen Leistung lässt sich eine für den Speicher jeweils typische Entladezeit

$$\tau = \frac{\widetilde{E}}{\widetilde{P}} = \frac{E_{\text{nenn}}}{P_{\text{nenn}}}$$
(7.3)

bestimmen.





7.1 Doppelschicht-Kondensatoren

Die Kapazität eines Kondensators lässt sich durch die Formel

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d} \tag{7.4}$$

beschreiben. Bei konventionellen Kondensatoren werden große Kapazitäten durch hohe Dielektrizitätszahlen $\varepsilon_r = 6500...10000$, große Elektrodenflächen A und geringe Elektrodenabstände d (Elektrolytschichtdicke) von einigen µm erreicht. Die typischen Entlade-Zeitkonstanten liegen im Bereich von 100 ms.

Die Speicherung elektrischer Energie mittels Kondensatoren hat erheblichen Auftrieb durch die Entwicklung der sogenannten Doppelschicht-Kondensatoren (Supercap, Ultracap) erfahren. Bei Doppelschicht-Kondensatoren wird im Vergleich zum normalen Folien- oder Elektrolytkondensator eine enorme Steigerung der Kapazität durch zwei Effekte erreicht:

- Statt eines nicht leitenden Dielektrikums beim Folienkondensator (d ≈ 1 µm, ε_r ≈ 3) oder eines Elektronen-/Ionen-leitenden Elektrolyten und einer Oxidschicht an der Anode (d ≈ 200 500 nm, ε_r ≈ 10...40) beim Elektrolytkondensator wird beim Doppelschichtkondensator als Elektrolyt ein Material eingesetzt, welches Ionen, nicht aber Elektronen leitet. Zwischen dem Elektrolyten und beiden Elektroden bildet sich eine Grenzfläche, über die die Ladungsträger (weder Elektronen noch Ionen) aufgrund der chemischen Bindungsenergie nicht übertreten können. Die Ladungen sammeln sich deshalb auf beiden Seiten der Grenzfläche (im Elektronenleiter als Elektronen, im Ionenleiter als Ionen) in einer sehr dünnen Schicht, der sogenannten *Helmholtz-Doppelschicht*. Für die Bestimmung der resultierenden Kapazität ist nicht die Schichtdicke des Elektrolyten, sondern allein die Dicke der Ladungsschicht maßgeblich, die im Bereich von 1 nm liegt. Die Permittivität liegt bei ca. ε_r ≈ 40.
- Zum anderen wird eine beachtliche Vergrößerung der wirksamen Oberfläche durch die Verwendung porösen Karbonmaterials (Aktivkohle) als Elektroden erreicht: 2·10⁶ m²/kg = 2·km²/kg. Die effektive Fläche eines mittelgroßen Doppelschichtkondensators beträgt etwa der eines Fußballfelds.



Bild 7-2: Prinzipbild eines Doppelschicht-Kondensators im Vergleich mit einem Folien- und einem Elektrolyt-Kondensator



Bild 7-3: Aufbau eines Doppelschicht-Kondensators (Quelle: Epcos)



Bild 7-4: Ersatzschaltbild des Doppelschicht-Kondensators

Das elektrische Verhalten eines Doppelschicht-Kondensators kann für Frequenzen $f \le 1/\tau = 1/R_iC$ passabel durch ein Ersatzschaltbild (Bild 7-4) mit Innenwiderstand R_i und idealem Kondensator C beschrieben werden. Für höhere Frequenzen sind Doppelschichtkondensatoren nur bedingt geeignet, da die Diffusionsvorgänge der Ionen im Elektrolyten und insbesondere in den Poren der Elektroden den Ladungsaustausch behindern. Das Ersatzschaltbild in Bild 7-4 gilt dann nicht mehr.

Ein Nachteil von Doppelschicht-Kondensatoren ist ihre kleine zulässige Maximalspannung von 2,3 bis 2,7 V. Bei Überschreitung der zulässigen Spannung schreitet die Alterung schnell voran, da es zu einem Ladungsübertritt zwischen Elektrode und Elektrolyt kommt. Durch Reihenschaltungen von Kondensatorzellen erreicht man wie bei Batterien höhere Spannungen, wobei allerdings die Symmetrierung der einzelnen Zellenspannungen sichergestellt werden muss.



Bild 7-5: Die Reihenschaltung von Doppelschicht-Kondensatoren zum Erreichen einer höheren Gesamtspannung erfordert eine Spannungsüberwachung und -begrenzung jedes einzelnen Kondensators.

Die Energieentnahme bzw. das Aufladen des Doppelschicht-Kondensators geht (wie bei jedem konventionellen Kondensator ebenso) mit einer Veränderung der Spannung einher. Deshalb kann der Kondensator in aller Regel nicht direkt an eine Gleichspannungsebene eines Fahrzeugsystems angeschlossen werden, sondern benötigt einen Gleichstromsteller zur Spannungsanpassung. Der Gleichstromsteller wird meist nur für einen bestimmten Spannungsbereich ausgelegt. Die Maximalspannung soll so bemessen werden, dass die mögliche Kondensatorspannung voll genutzt werden kann. Das tatsächliche Vermögen, Energie zu puffern, ergibt sich also nach

$$\Delta E = E_{\max} - E_{\min} = \frac{1}{2} C \left(U_{\max}^2 - U_{\min}^2 \right)$$
(7.5)

Ist die minimale Spannung beispielsweise 50% der Maximalspannung, kann der theoretische Energieinhalt des Kondensators nur zu 75% genutzt werden.



Bild 7-6: Nutzbarer Energieinhalt des Kondensators



Bild 7-7: Anbindung des Doppelschicht-Kondensators an ein Gleichspannungsnetz

Der Kondensatorstrom wird nicht allein durch die Grenzdaten des Kondensators beschränkt, sondern ebenso durch den Gleichstromsteller, welcher in der Regel spannungsunabhängig eine Stromgrenze $I_{\rm max}$ vorgibt. Für die Leistung bedeutet dies, dass diese wie in Bild 7-8 spannungsabhängig begrenzt ist. Selbst wenn der Gleichstromsteller derart ausgelegt wäre, dass der Kondensator bis zu einer Spannung nahe Null betrieben werden könnte, reduziert sich die maximale Leistung durch die Strombegrenzung mit abnehmender Spannung. Ist dies ggf. für den Entladevorgang hinnehmbar, muss bedacht werden, dass beim nächsten Aufladen zum Beispiel bei einem Rekuperationsvorgang mit hoher Brems-Spitzenleistung der Kondensator bei sehr kleiner Spannung zunächst auch nur eine sehr kleine Leistung aufnehmen kann. Auch aus diesem Grund ist es sinnvoll, stets eine minimale Spannung im Kondensator zu belassen.



Bild 7-8: Leistungsbeschränkung beim Doppelschicht-Kondensator

Wirkungsgrad

Der Wirkungsgrad kann bei Speichern nicht sinnvoll als Quotient der Momentanleistungen, sondern muss als Verhältnis von entnommener Energie zu eingespeicherter Energie definiert werden. Als solcher hängt der Wirkungsgrad vom konkreten Verlauf des Lade-Entlade-Zyklus ab. Zur Beurteilung helfen idealisierte Ladezyklen: Es werde angenommen, dass der Kondensator über eine Zeitdauer T_c mit konstanter Leistung P_c geladen (c wie *charge*) und dann über eine Zeit T_d mit der Leistung P_d entladen werde (d wie *discharge*), bis wieder der Anfangszustand erreicht wird. Zur Berechnung des Wirkungsgrades für einen solchen idealisierten Ladezyklus werde das einfache Ersatzschaltbild nach Bild 7-4 mit einem Innenwiderstand und einer idealen verlustfreien Kapazität zu Grunde gelegt. Um den Rechengang zu vereinfachen, wird gegenüber dem eben skizzierten Lade-Entlade-Profil eine kleine Modifikation zugestanden: Statt konstanter äußerer Leistung P = ui soll von davon ausgegangen werden, dass die innere Leistung, nämlich die Leistung an der inneren idealen Verluit des Ersatzschaltbildes $P = u_i i$, konstant sei. Dadurch wird das ursprüngliche Profil nur wenig modifiziert.

$$E = \frac{1}{2}Cu_i^2 \tag{7.6}$$

$$\dot{E} = P = const. \Rightarrow E(t) - E_0 = \frac{1}{2}C[u_i^2(t) - u_{i0}^2] = Pt$$
(7.7)

$$u_i^2(t) = u_{i0}^2 + \frac{2P}{C}t$$
(7.8)

Die am Innenwiderstand bis zur Zeit T anfallenden Verluste belaufen sich auf

$$W_{R} = \int_{0}^{T} Ri^{2}(t)dt = R\int_{0}^{T} \frac{P^{2}}{u_{i}^{2}(t)}dt = R\int_{0}^{T} \frac{P^{2}}{u_{i0}^{2} + \frac{2P}{C}t}dt = \frac{1}{2}RCP\int_{0}^{T} \frac{\frac{2P}{C}}{u_{i0}^{2} + \frac{2P}{C}t}dt$$

$$= \frac{1}{2}RCP \left| \ln\left(u_{i0}^{2} + \frac{2P}{C}T\right) - \ln\left(u_{i0}^{2}\right)\right| = \frac{1}{2}RCP \left| \ln\frac{\frac{1}{2}Cu_{i0}^{2} + PT}{\frac{1}{2}Cu_{i0}^{2}} \right| = \frac{1}{2}RCP \left| \ln\frac{E(T)}{E_{0}} \right|$$
(7.9)

Beim Ladevorgang mit $P = P_c$ ist der Anfangswert $E_0 = E_{\min}$ und der Endwert $E(T_c) = E_{\max}$; beim Entladen mit $P = -P_d$ sind die Anfangs- und Endwerte entsprechend vertauscht. Die Verluste beider Vorgänge lassen sich im Ergebnis dann zu

$$W_{R\Sigma} = W_{Rd} + W_{Rc} = \frac{1}{2} RC (P_d + P_c) \ln \frac{E_{\max}}{E_{\min}} = -\frac{1}{2} RC (P_d + P_c) \ln \left(1 - \frac{\Delta E}{E_{\max}}\right)$$
(7.10)

zusammenfassen. Nimmt man an, dass der Lade-Entlade-Zyklus mit E_{max} die maximal zulässige Energie bzw. Spannung des Kondensators voll ausnutzt, lässt sich die Größe $\Delta E / E_{\text{max}}$ als relative Entladetiefe (*depth of discharge, DOD*) interpretieren. Die Verluste wachsen also linear mit den Leistungen; die Entladetiefe geht über den Logarithmus ein.

Der Wirkungsgrad bestimmt sich nun zu

$$\eta = \frac{\Delta E - W_{Rd}}{\Delta E + W_{Rc}} = \frac{1 - \frac{W_{Rd}}{\Delta E}}{1 + \frac{W_{Rc}}{\Delta E}} = \frac{1 + \frac{RCP_d}{2\Delta E}\ln\left(1 - \frac{\Delta E}{E_{\max}}\right)}{1 - \frac{RCP_c}{2\Delta E}\ln\left(1 - \frac{\Delta E}{E_{\max}}\right)} = \frac{1 + \frac{1}{2}\frac{\tau}{T_d}\ln\left(1 - \frac{\Delta E}{E_{\max}}\right)}{1 - \frac{1}{2}\frac{\tau}{T_c}\ln\left(1 - \frac{\Delta E}{E_{\max}}\right)}$$
(7.11)

mit

$$\tau = RC \tag{7.12}$$

Typische Werte dieser Zeitkonstante liegen im Bereich um 1 s. Nimmt man gleiche Lade- und Entladezeiten an, die groß gegenüber der Zeitkonstante sind, $T = T_d = T_c \gg \tau$, und geht von einem typischem DOD von $\Delta E / E_{\text{max}} = 0,75$ aus, erhält man über eine Taylorentwicklung $(1+x)/(1-x) \approx 1+2x$

$$\eta \approx 1 + \frac{\tau}{T} \ln 0,25 = 1 - \frac{\tau}{T} \ln 4 \approx 1 - 1,4 \frac{\tau}{T}$$

In erster Näherung reduziert sich der Wirkungsgrad also umgekehrt proportional zur Lade-Entlade-Zeit.



Bild 7-9: Wirkungsgradverlauf des Doppelschichtkondensators in Abhängigkeit des Ladungshubs *DOD* und der bezogenen Entladezeit T/τ

7.2 Batterien

Einige elektrochemische Grundlagen

Batterien sind elektrochemische Energiespeicher. Die Energie wird durch chemische Stoffumwandlung gespeichert und kann durch Umkehrung der Reaktion wieder abgegeben werden. Eine Batterie besteht aus zwei Elektroden, der Anode und der Kathode, und einem Elektrolyten zwischen den Elektroden (Bild 7-10).

In Batterien laufen beim Laden und Entladen elektrochemische Reaktionen ab. Ganz allgemein wird bei einer chemischen Reaktionen Energie freigesetzt oder aufgenommen, begrifflich korrekt: die Reaktionsenthalpie ΔH . Es wird angenommen, dass die chemische Reaktion reversibel, also nahe dem thermodynamischen Gleichgewicht abläuft. Aus dem Reaktionsprodukt können durch Energiezufuhr wieder die Ausgangsstoffe gewonnen werden:

$$A + B \xrightarrow{\text{Entladen}} AB + \Delta H \tag{7.13}$$

mit

$$\Delta H = H_A + H_B - H_{AB} \tag{7.14}$$

Die Reaktionsenthalpie ist die bei konstantem Umgebungsdruck freigesetzte Energie. Diese ist jedoch nicht vollständig nutzbar. Es muss nämlich noch die Entropiebilanz

$$\Delta S = S_A + S_B - S_{AB} \tag{7.15}$$

betrachtet werden. Wird angenommen, dass die Reaktion im Sinne der Thermodynamik reversibel abläuft, gilt zwischen Entropie S, Temperatur T und umgesetzter Wärmemenge ΔQ nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik der Zusammenhang

$$\Delta Q = T \Delta S \tag{7.16}$$

Die Entropiedifferenz führt also sogar bei einer reversiblen Reaktion zwangsläufig zu einer Abgabe oder Aufnahme von Wärme (der *Reaktionswärme*). Bei einem irreversiblen Verbrennungsprozess wird hingegen ein weiterer Teil oder sogar die gesamte Reaktionsenthalpie in Wärme umgesetzt. Abhängig vom Vorzeichen der Entropiedifferenz kann die Reaktionswärme für einige Batterietypen positiv, für andere negativ sein. Beispielsweise ist für *NiCd-* und *NiMH-*Zellen $\Delta Q > 0$, sie geben also beim Entladen Wärme ab und nehmen den gleichen Teil beim Laden wieder auf, während *Pb-*Zellen beim Entladen Wärme aufnehmen, also $\Delta Q < 0$, und beim Laden wieder abgeben.

Die Reaktionswärme steht also als elektrische Energie nicht zur Verfügung. Der für nutzbare Anteil der Reaktionsenthalpie ist demnach nur

$$\Delta G = \Delta H - \Delta Q = \Delta H - T\Delta S \tag{7.17}$$

Diese Beziehung wird Gibbs'sche Gleichung und die Größe ΔG freie Enthalpie oder Gibbs-Potenzial genannt. Die Besonderheit einer elektrochemischen gegenüber anderen chemischen Reaktionen ist, dass die an der Reaktion beteiligten Elektronen über Elektroden als elektrischer Strom abgegriffen und nutzbar gemacht werden. Die resultierende elektrische Spannung folgt nun unmittelbar aus den Enthalpie- und Entropieänderungen. Hierzu muss nur noch die Zahl n_e der an der Reaktion beteiligten freien Elektronen bekannt sein, die sich aus den Teilreaktionen an den positiven und negativen Elektroden ergibt (s. Tabelle 7-2). Bei den meisten elektrochemischen Reaktionen werden ein oder zwei Elektronen je Molekül ausgetauscht, also $n_e = 1$ oder 2. Die freie Enthalpie muss nun gleich der je kMol geleisteten elektrischen Arbeit sein:

$$\Delta W_{el} = \int_{\Delta t} u(t)i(t)dt = UI\Delta t = U\Delta Q_{el} = Un_e e N_A \stackrel{!}{=} \Delta G = \Delta H - T\Delta S$$
(7.18)

Bei dieser Gleichung wird wieder angenommen, dass die Reaktion nahe dem thermodynamischen Gleichgewicht stattfindet, dass also der fließende elektrische Strom nur sehr klein ist. Dabei sind:

 N_A Avogadro'sche Zahl, die Zahl der Moleküle in einem kMol: $N_A = 6,022 \ 10^{26}$ /kMol, auch als mittlere Masse eines Kern-Elementarteilchens (Proton bzw. Neutron) interpretierbar:

$$m_{\text{Neutron}} \approx m_{\text{Proton}} \approx \frac{1}{N_A} \cdot 1 \frac{\text{kg}}{\text{kMol}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$$

e Elementarladung $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ As

Daraus lässt sich die Leerlaufspannung U_{th} (die thermodynamische Gleichgewichtsspannung) für eine vollständig geladene Batterie berechnen:

$$U_{th} = \frac{\Delta H - T\Delta S}{n_e e N_A} \tag{7.19}$$

Die für die einzelnen Batterietypen charakteristischen Reaktionen sind in Tabelle 7-2 zusammengefasst.



Bild 7-10: Prinzipieller Aufbau einer Batterie, die Richtungen der Elektronen- und Ionenströme sind für den Fall des Entladens, i > 0, eingezeichnet

Glossar

Anion: Negativ geladenes Molekül

Kation: Positiv geladenes Molekül

Anode:

Elektrode, an der elektrochemische *Oxidation* stattfindet. Dies geht einher mit der Abgabe von Elektronen an den angeschlossenen elektrischen Pol und der Aufnahme von Anionen aus den Elektrolyten bzw. der Abgabe von Kationen an den Elektrolyten.

Kathode:

Elektrode, an der elektrochemische *Reduktion* stattfindet. Elektronen werden vom elektrischen Pol aufgenommen und entweder Anionen an den Elektrolyten abgegeben bzw. Kationen aufgenommen.

In der *Elektrochemie* beziehen sich die Bezeichnungen *Anode* und *Kathode* auf die elektrochemischen Vorgänge der Oxidation und Reduktion. Wird eine Batterie entladen, ist somit der negative Pol die Anode und der positive die Kathode, wird sie geladen, kehren sich die Vorgänge der Oxidation und Reduktion um. Entsprechend ist dann die Anode der positive und die Kathode der negative Pol. Dagegen werden bei *elektrotechnischen* Komponenten die Bezeichnungen nur von der Polarität abhängend benutzt: Positiver Pol: Anode, negativer Pol: Kathode. Um Missverständnisse zu vermeiden, werden die beiden Elektroden im Folgenden als *positive* und *negative* Elektrode bezeichnet.

Elektrolyt:

Durch den Elektrolyten fließt während der Ladung oder Entladung ein elektrischer Strom, der aber nicht durch Elektronen, sondern durch Ionen getragen wird. Entweder stellt der Elektrolyt eigene Anionen und Kationen für die elektrochemischen Reaktionen an den Elektroden bereit und verändert sich dadurch während der Reaktion oder er leitet lediglich die Ionen zwischen den Elektroden und verändert sich selbst während des Lade- oder Entladevorgangs chemisch nicht.

Separator:

Der Separator hat die Aufgabe, die Elektroden räumlich voneinander zu trennen, um Kurzschlüsse zu verhindern. Für die beteiligten Ionen muss der Separator durchlässig (permeabel) sein.

| Тур | Reaktionen | Zellen- spannung |
|---|--|---------------------|
| Blei-Säure | Gesamt: $Pb + PbO_2 + 2H_2SO_4 \xrightarrow[Laden]{\text{Entladen}} 2PbSO_4 + 2H_2O$ | |
| Pb/PbO ₂ / H ₂ SO ₄ | Pos.: $PbO_2 + H_2SO_4 + 2H^+ + 2e^- \xrightarrow[Laden]{Entladen} PbSO_4 + 2H_2O$ | 2,047 V |
| | Negative Elektrode: $Pb + SO_4^{} \xrightarrow[Laden]{\text{Entladen}} PbSO_4 + 2e^{}$ | |
| Nickel- Cadmium ¹ | Ges.: $2NiOOH + 2H_2O + Cd \xleftarrow{\text{Entladen}} 2Ni(OH)_2 + Cd(OH)_2$ | |
| NiOOH / Cd / | Pos.: $2NiOOH + 2H_2O + 2e^- \xrightarrow[Laden]{\text{Entladen}} 2Ni(OH)_2 + 2(OH)^-$ | 1,299 V |
| КОН | Negative Elektrode: $Cd + 2(OH)^{-} \xrightarrow[Laden]{Entladen} Cd(OH)_{2} + 2e^{-}$ | |
| Nickel- Metall- | Gesamtreaktion: $NiOOH + MH \xrightarrow[Laden]{Entladen} Ni(OH)_2 + M$ | |
| Hydrid | Pos. Elektrode: $NiOOH + H_2O + e^- \xrightarrow[Laden]{Entladen} Ni(OH)_2 + OH^-$ | 1,32 V |
| NiOOH / MH | Negative Elektrode: $MH + OH^- \xrightarrow[Laden]{Entladen} M + H_2O + e^-$ | |
| | Gesamtreaktion ² : $Li_{1-y}MO_x + Li_yC_n \xleftarrow{\text{Entladen}} LiMO_x + C_z$ | |
| Lithium- Ionen | Pos. Elektrode: $Li_{1-y}MO_x + yLi^+ + ye^- \xleftarrow{\text{Entladen}}{Laden} LiMO_x$ | 4,15 V |
| | Negative Elektrode: $Li_yC_n \xleftarrow{\text{Entladen}} C_z + yLi^+ + ye^-$ | |
| Brennstoff- | Gesamtreaktion: $2H_2 + O_2 \xrightarrow[Laden]{\text{Entladen}} 2H_2O$ | |
| Elektrolyse ³ | Positive Elektrode: $4H^+ + 4e^- + O_2 \xrightarrow[Laden]{\text{Entladen}} 2H_2O$ | 1,18 V |
| H_2 / O_2 | Negative Elektrode: $2H_2 \xleftarrow{\text{Entladen}}{4H^+ + 4e^-}$ | |

Tabelle 7-2: Chemische Reaktionen und Zellenspannungen

¹ NiCd-Batterien unterliegen durch die gesetzlichen Vorschriften (Batterieverordnung, BattV) Einsatzbeschränkungen wegen des giftigen Bestandteils Kadmium, so dass sie als Batterien im Kosumbereich und für Fahrzeuge nicht mehr in Frage kommen.

- ² Das verwendete Metalloxid MO_x ist meist CoO_2 oder $Ni_xCo_yO_2$
- ³ Die Brennstoffzelle bzw. die Umkehrung dieses Prozesses, die Elektrolyse, sind hier mit aufgeführt, um zu zeigen, dass diese Prozesse nach den gleichen elektrochemischen Prinzipien ablaufen, obwohl dieses System gewöhnlich nicht als Batterie verstanden wird. Der Ladevorgang entspricht dabei der Elektrolyse, der Entladevorgang dem in der Brennstoffzelle ablaufenden Prozess der Gewinnung elektrischer Energie aus chemischer.

Technisches Verhalten

Begriffe und Definitionen:

| Entladestrom | i(t) |
|---|---|
| Ladung der Batterie | $Q(t) = -\int_{t_0}^t i(\tau) d\tau + Q(t_0)$ |
| Nennladung, häufig als <i>Kapazität</i> bezeichnet, als Einheit ist 1 Ah = 3,6 kC statt 1 C = 1 As gebräuchlich | \mathcal{Q}_0 |
| Ladegrad, State of Charge (SOC) | $q(t) = \frac{Q(t)}{Q_0}$ |
| Strom, der die Nennladung in einer Stunde entlädt | $I_{1h} = \frac{Q_0}{1 h}$ |
| Bezogener Strom, sogenannte C-Rate | $c(t) = \frac{i(t)}{I_{1h}}$ |



Bild 7-11: Typisches Verhalten der Batteriespannung in Abhängigkeit von Ladegrad und Strom

Das reale Verhalten einer Batterie ist einer analytischen Modellierung nicht einfach zugänglich. Das elektrische Verhalten hängt vom Ladegrad q, der Temperatur T und auch vom Alterungszustand (*state of health, SOH*) ab. Einige Batterietypen wie *NiCd* zeigen außerdem einen Memory-Effekt, also die Reduktion des Ladevermögens aufgrund vorheriger ungünstiger Belastungszyklen, was teilweise durch eine Konditionierung mittels geeigneter Lade-Entlade-Verfahren wieder reduziert werden kann.

Die Modellierung des elektrischen Verhaltens einer Batterie durch eine mathematische Beschreibung ist in einem mittleren Bereich des Ladegrads ggf. durch eine grobe Näherungen 1. Ordnung der Batteriespannung statthaft:

$$u = u_0 - (1 - q) \,\Delta u - R_{\Omega}(q) \,i \tag{7.20}$$

mit dem ohmschen Innenwiderstand R_{Ω} , der aber nicht konstant ist, sondern wiederum vom Ladegrad, Temperatur und Alterungszustand abhängt. Der Spannungshub $\Delta u(q)$ über dem Ladegrad kann als Kapazität eines Kondensators interpretiert werden:

$$C_p = \frac{Q_0}{\Delta u} \tag{7.21}$$

Ein Teil des Ladestroms bzw. der Ladung kann durch Gasung (Elektrolyse) oder Selbstentladung verloren gehen, so dass in der Ladungsgleichung dieser Fehlstrom zu berücksichtigen ist:

$$Q(t) = -\int_{t_0}^t (i(\tau) + i_v(\tau)) d\tau$$
(7.22)

Dies führt zu einem einfachen Ersatzschaltbild, wobei allerdings die Elemente nicht konstant sind, sondern vom Zustand der Batterie abhängen. Hierbei repräsentiert die Stromsenke mit dem Strom i_v die Verluste über die Elektrolyse, welche auch als Gasungsstrom bezeichnet werden. R_p modelliert die Selbstentladung. Typisch ist, dass sämtliche Elemente des Ersatzschaltbildes nicht konstant sind, sondern ihrerseits von den inneren Zuständen der Batterie abhängen.



Bild 7-12: Einfaches Ersatzschaltbild für das elektrische Verhalten einer Batterie

Der Wirkungsgrad einer Batterie kann nicht wie bei anderen energiewandelnden Komponenten als Quotient von *momentaner* Ausgangs-Nutzleistung zur Eingangsleistung, sondern nur sinnvoll über einen Lade-Entladezyklus definiert werden.

$$\eta = \frac{W_{\text{Entladen}}}{W_{\text{Laden}}} = \frac{\int u(t)i(t)dt}{-\int u(t)i(t)dt} \bigg|_{q(\text{Ende})=q(\text{Start})}$$
(7.23)

Wird dieser Zyklus mit konstantem Ladestrom i = -I und Entladestrom i = I durchfahren, wobei der Fehlstrom i_v vernachlässigt wird, lassen sich die Lade- und Entladearbeiten wegen

$$dq = \frac{I \, dt}{Q_0} \tag{7.24}$$

als Flächen unter den Spannungskurven interpretieren.



Bild 7-13: Zur Definition des Batteriewirkungsgrads über einen Lade-Entlade-Zyklus

Der Wirkungsgrad hängt maßgeblich vom Innenwiderstand und von der Höhe des Lade- bzw. Entladestroms ab. In der Praxis dürfte mit Batteriewirkungsgraden zwischen 70% und 95% zu rechnen sein. Dazu finden sich erstaunlich wenige Angaben in der Literatur.

Die Lebensdauer einer Batterie wird maßgeblich durch die Zahl der Lade-Entladezyklen, die Entladetiefe (depth of discharge, DOD) und die Temperatur bestimmt. Für standardisierte Lade-Entladezyklen kann die Lebensdauer messtechnisch bestimmt werden. Die nominelle Zyklen-Lebensdauer gilt dann als erreicht, wenn die Batterie nur noch 80% ihrer Nennladung abgeben kann. Die Zahl der Ladezyklen ist bei vollständiger Entladung verhältnismäßig gering, so dass Batterien häufig nur mit einem Bruchteil ihrer nominellen Entladetiefe betrieben werden, um eine längere Lebensdauer zu erreichen. Bild 7-14 zeigt den Zusammenhang zwischen Zyklenzahl und Entladetiefe für eine Lithium-Ionene-Batterie. Mit steigender Temperatur verschlechtert sich diese Charakteristik rapide, pro Temperaturerhöhung um 10 K halbiert sich nach dem Arrheniusgesetz bzw. der sog. van-'t-Hoff'sche Regel überschlägig die Daher ist ein aktives Temperatur-Regelungssystem für Lebensdauer. langlebige Batteriesysteme unerlässlich. Der sogenannte State of Health (SOH) gilt als Maß für die Alterung der Batterie. Seine Bestimmung aufgrund des tatsächlichen Belastungsverlaufs ist nicht trivial. Oft wird die alterungsbedingte Zunahme des Innenwiderstands zur Schätzung des State of Health herangezogen.



unteres Bild: doppelt-logarithmische Darstellung mit Regressionsgerade Datenquelle: Saft, Doc. No. 21865-0217-2, Feb. 2017

Wie den Bildern zu entnehmen ist, sinkt die Zyklenzahl mit steigendem Ladehub (DOD), wobei der Zusammenhang in einer doppelt-logarithmischen Darstellung recht gut linearisiert werden kann, was der sogenannten *Coffin-Manson-Regel* entspricht, siehe Bild 7-14, unteres Teilbild.

Man kann die Frage stellen, welche kumulierte Energie einer Batterie dann über die gesamte Lebensdauer zu entnehmen ist. Dazu muss der DOD mit der Zyklenzahl multipliziert werden, was in Bild 7-15 dargestellt ist. Diesem Bild liegen die gleichen Daten zugrunde wie Bild 7-14. Demnach lässt sich einer Batterie tatsächlich über die Lebensdauer die größtmögliche kumulierte Energie entnehmen, wenn der Ladehub möglichst klein gehalten wird. Beim dargestellten Beispiel wird bei einer Entladetiefe von 5% DOD fast der 10.000-fache Nennwert der Batterieenergie als kumulierte Energie erreicht, bei einem DOD von 100% nur das 3.000-fache. Mit diesen Werten kann man die Abschreibungskosten der Investition kalkulieren:

Die Marktpreise von Li-Ionen-Zellen werden 2017 mit stark divergierenden Werten um ca. 250 EUR/kWh angegeben, vgl. Bild 7-16. Damit sind die Preise auf rund ein Viertel derjenigen von 2010 gesunken. Für das komplette Batteriesystem, welches neben den Zellen Gehäuse, Kühlung, Überwachung inkl. Zellsymmetrierung, Trenner usw. umfasst, ist mehr zu kalkulieren. Geht man von Batterie-Systemkosten von 500 EUR/kWh aus, so ergeben sich bei diesem Beispiel 5% DOD Kosten von 0,05 EUR/kWh, bei 100% DOD 0,17 EUR/kWh. Diese Werte zeigen, dass Batterien zwar immer noch sehr teure Komponenten darstellen, dass sie in Zukunft mit vermutlich weiter sinkenden Investitionskosten bei Endverbraucher-Tarifen von 0,25-0,30 EUR/kWh langsam in ökonomisch rentable Bereiche gelangen.



Bild 7-15: Abhängigkeit der Zyklenzahl und kumulierte Energie (bezogen auf die Nennenergie) von der Entladetiefe für eine Lithium-Ionen-Batterie, Datenquelle: Saft, Doc. No. 21865-0217-2, Feb. 2017

Lithium-Ionen-Batterien bergen ein gewisses Gefahrenpotenzial und bedürfen daher einer besonderen Aufmerksamkeit. Das Lithium ist brandfreudig und kann z. B. bei Umpolung oder Kurzschluss explodieren. Durch keramische Separatoren wurde die Betriebssicherheit deutlich verbessert.

Moderne Batterien sind oft in verschiedenen Ausführungen erhältlich, die entweder in Bezug auf eine hohe Energiedichte (Hochenergie) oder auf eine hohe Leistungsdichte (Hochstrom) optimiert werden.

Im Folgenden werden die gängigsten Batterietechnologien im Detail vorgestellt.

Blei-Säure-Batterien

Blei-Säure-Batterien zeichnen sich durch geringe Kosten von ca. 50 €/kWh. In verbrennungsmotorischen Fahrzeugen wird dieser Typ seit Jahrzehnten als Starterbatterie eingesetzt. Die Leistungsdichte liegt bei bis zu 300 W/kg und die Zellspannung bei ca. 2 V. Nachteilig ist die begrenzte kalendarische Lebensdauer von nur 2-3 Jahren bei starker zyklischer Belastung, die die geringen Anschaffungskosten relativiert. Die Zyklenlebensdauer liegt mit bis zu 1000 Zyklen am unteren Rand. Wegen der niedrigen Energiedichte von nur 100-125 kJ/kg und der daraus resultierenden großen Masse spielt dieser Batterietyp als Traktionsbatterie für Straßenfahrzeuge keine Rolle mehr. Für die Speisung und Stabilisierung

des 12 V-Bordnetzes ist sie aber weiterhin erforderlich, vgl. Kapitel 13. Weitere Einsatzgebiete sind unterbrechungsfreie Stromversorgungen (USV) und Traktionsbatterien für Gabelstapler.

Nickel-Cadmium-Batterien

Nickel-Cadmium-Batterien (NiCd) besitzen im Vergleich zu Bleibatterien eine höhere Energiedichte von 160-180 kJ/kg sowie eine höhere Leistungsdichte von 200-1000 W/kg. Sie zeichnen sich durch gute Schnellladeeigenschaften, relativ geringe Herstellungskosten und eine gute kalendarische Lebensdauer aus. Die Gleichgewichtsspannung beträgt ca. 1,3 V. Aufgrund ihrer Robustheit, ihrer hohen Zyklenfestigkeit und eines guten Entladeverhaltens selbst bei sehr tiefen Temperaturen bis -30 °C werden sie als Bordnetzbatterie in Schienenfahrzeugen und Flugzeugen sowie als Traktionsbatterie z. B. in automatischen Flurförderfahrzeugen oder für Notstromversorgungen eingesetzt. Für Elektrostraßenfahrzeuge sind sie jedoch wegen ihrer immer noch geringen Energiedichte mittlerweile durch andere Batterietypen ersetzt worden. Nachteile sind eine hohe Selbstentladung sowie ein hoher Wartungsaufwand aufgrund des bei einigen Typen auftretenden Memory-Effektes bzw. "Voltage depression Effekts" (Verringerung der Ruhespannung bzw. Erhöhung des Innenwiderstands durch Bildung von γ -NiOOH bei Teilzyklierung). Weiterhin ist die Giftigkeit des Schwermetalls Cadmium problematisch.

Die besonders hohe Schnellladefähigkeit von Nickel-Cadmium-Batterien ergibt sich aus der vergleichsweise hohen reversiblen Reaktionswärme der chemischen Reaktion, die etwa 10,6% der umsetzten Energie beträgt und beim Laden kühlend wirkt. Beim Entladen kehrt sich dieser Effekt jedoch um und führt zu einer zusätzlichen Erwärmung der Zelle.

Nickel-Metallhydrid-Batterien

Nickel-Metallhydrid-Batterien (NiMH) sind eine Weiterentwicklung der Nickel-Cadmium-Technologie. Die Cadmium-Elektrode ist durch eine Wasserstoff speichernde Metalllegierung (Metallhydrid) ersetzt. NiMH-Batterien zeichnen sich durch eine höhere Energiedichte bis 250 kJ/kg und sehr hohe Leistungsdichten bis 1500 W/kg aus. Sie sind durch ihre Gleichgewichtsspannung von 1,32 V systemkompatibel zur NiCd-Technologie. Sie besitzen eine ausreichende kalendarische Lebensdauer von 10 Jahren und eine gute Zyklenfestigkeit, insbesondere bei Entladetiefen bis 5% sind mehrere 100 000 Zyklen möglich. Sie weisen eine ähnlich hohe Selbstentladung wie NiCd-Batterien auf, die Kosten sind etwas höher. Lediglich bei hohen und insbesondere bei tiefen Temperaturen unter 0 °C ist ihre Leistungs- und Einsatzfähigkeit gegenüber NiCd beschränkt. Durch die nicht brennbaren Materialien für den Elektrolyten und die Aktivmaterialien sind nickelbasierte Batterien inhärent sicher. Lediglich die Wasserstoffabgabe im Fehlerfall ist zu berücksichtigen.

Eingesetzt werden NiMH-Batterien als Traktionsbatterien in nahezu allen bislang kommerziell erhältlichen Hybridfahrzeugen, z. B. der Hersteller Toyota, Honda und Lexus. Weiterhin finden sie Verwendung in der Consumerelektronik, im Werkzeugbereich und im Modellbau.

Die Verwendung einer Metallhydridelektrode führt zu einer wesentlich von der Zyklentiefe abhängigen Lebensdauer. Die Metallhydridelektrode ändert durch die Einlagerung von Wasserstoff in die Kristallstruktur ihr Volumen um ca. 15-20% bei vollem Ladungshub. Dieser mechanische Stress bewirkt eine Alterung der Elektrode. Durch Reduzierung des Ladungshubs kann die Volumenänderung und damit Schädigung begrenzt werden.

Lithium-Ionen-Batterien

Lithium besitzt das höchste elektrochemische Standardpotenzial (-3,01 V) aller Elemente im Periodensystem und zugleich die geringste Dichte (0,53 g/cm³) der unter Standardbedingungen festen Elemente. Es bietet daher ideale Voraussetzungen für Batteriezellen mit einer hohen Energiedichte. Es ergeben sich Zellspannungen von 2,2 bis ca. 4 V (siehe Bild 7-17).

Die Eigenschaften von Lithium-Ionen-Batterien können über die Materialauswahl für die Elektroden in einem weiten Bereich kontinuierlich eingestellt werden. Dennoch unterscheidet man im Wesentlichen Hochenergie- und Hochleistungszellen.

Hochenergiezellen erreichen Energiedichten von 430-600 kJ/kg und Leistungsdichten von 200-400 W/kg. Je nach Technologie sind bis zu 5000 Vollzyklen möglich. Die Marktpreise von Li-Ionen-Zellen sind bis Ende 2014 auf ca. 200 EUR/kWh gesunken.

Hochleistungszellen für den Einsatz in Hybridfahrzeugen erreichen Leistungsdichten von 2-4 kW/kg für Zeitbereiche von 10 s bei mittlerem Ladegrad und 25 °C. Ihre Energiedichte ist gegenüber den Hochenergiezellen reduziert auf 250-350 kJ/kg, da ein höherer Anteil an Stromableitern, Separator und Elektrolyt zur aktiven Masse nötig ist. Dies bedingt auch höhere Kosten, doch sind die Zellpreise 2017 auf ca. 250 EUR/kWh gefallen, siehe Bild 7-16. Bei geringen Entladetiefen von wenigen Prozent ist eine Zyklenlebensdauer sogar bis zu 10⁶ Teilzyklen möglich, siehe Bild 7-14. Bei typischen Einsatzfällen von Batteriefahrzeugen liegt die Entladetiefe aber deutlich höher.





Quelle: https://www.bloomberg.com/news/articles/2017-11-28/electric-cars-need-cheaperbatteries-before-taking-over-the-road



Bild 7-17: Potenziale verschiedener Elektrodenmaterialien für Lithium-Ionen-Zellen im Traktionsbereich (nach Jossen u. Weydanz, 2006)

Die Funktionsweise von Lithium-Sekundärzellen beruht auf einem anderen chemischen Grundprinzip als die der anderen Batterietechnologien. Das Lithium ist nur aktiver Bestandteil der Zelle, nicht aber das Aktivmaterial der Elektroden selbst. Es wird in den Wirtsgittern sowohl der positiven als auch negativen Elektrode als Gastatom eingelagert und bei der Ladung und Entladung zwischen den Elektroden als Li+-Ion ausgetauscht. Dieser Prozess wird Interkalation (Einlagerung) genannt, die Elektroden entsprechend Interkalations- bzw. Einlagerungselektroden.

Da praktisch keine Nebenreaktionen ablaufen, zeichnen sich Lithium-Ionen-Zellen durch eine geringe Selbstentladung und einen sehr hohen Wirkungsgrad von 90-95 %, aber auch durch ein hohes Risiko selbst bei kurzzeitiger Überladung oder Umpolung aus, da Lithium sehr brandfreudig ist. Im Fehlerfall entspricht die thermische Energie ca. der sechsfachen elektrisch nutzbaren Energie. Somit muss ein hoher Aufwand zur Einzelzellüberwachung, zum Ladungsausgleich und für die Ladetechnik getrieben werden. Ebenfalls stellen mechanische Beschädigung und thermische Überlastung nicht zu vernachlässigende Gefahren dar. Durch keramische Separatoren wurde die Betriebssicherheit deutlich verbessert.

Über die Materialienauswahl und den Aufbau der Elektroden lassen sich die Eigenschaften der Zellen in Bezug auf Energie- und Leistungsdichte, Spannung, Lebensdauer und Sicherheit in weiten Bereichen einstellen (Bild 7-17). Als positive Elektrode finden Lithium-Metalloxide oder -phosphate Anwendung, z. B. Lithium-Kobaldoxid (LiCoO₂), Lithium-Nickeloxid (LiNiO₂), Manganspinell (LiMn₂O₄) oder Lithium-Eisenphosphat (LiFePO₄). Lithium-Eisenphosphat wird als wichtigstes potenzielles Kathodenmaterial für den Bereich elektrischer Fahrzeuge angesehen aufgrund geringer Kosten, hoher Leistungsdichte, Zyklenfestigkeit und insbesondere hoher thermischer Stabilität. Dem steht ein geringeres Zellpotenzial von 3,4 V und damit eine geringere Energiedichte sowie eine noch nicht nachgewiesene kalendarische Lebensdauer entgegen.

Für die negative Elektrode werden Kohlenstoffmodifikationen (Graphit oder amorpher Kohlenstoff) sowie Lithiumtitanat (Li₄Ti₅O₁₂) verwendet. Der Elektrolyt besteht aus organischen Lösungsmitteln und einem Leitsalz, z. B. LiPF₆, welches die Lithiumionen enthält und bereitstellt. Aufgrund des hohen Zellpotenzials und der hohen Reaktivität von Lithium

S. 71

muss der Elektrolyt absolut wasserfrei sein. Dadurch besitzt er eine deutlich geringere Leitfähigkeit als wasserbasierte Elektrolyten, was die Hochstromfähigkeit insbesondere bei niedrigen Temperaturen einschränkt. Durch speziell optimierte Elektrolyten sind jedoch mittlerweile Zellen bis -30 °C marktreif. Der Separator besteht aus hochporösem Polyethylen oder Polypropylen bzw. einer Keramik und hat die Aufgabe, den Kontakt der Elektroden zu verhindern und die ionische Leitfähigkeit zu gewährleisten.

7.3 Schwungräder

Schwungräder (fly wheels) speichern Energie in Form kinetischer Rotationsenergie

$$E = \frac{1}{2}J\omega^2 \tag{7.25}$$

In diesem Zusammenhang sei ein Bus mit einem Schwungradspeicher erwähnt, welcher in den 1950er Jahren von der Maschinenfabrik Oerlikon gebaut wurde. Das Schwungrad stellte über einen Generator elektrische Leistung für die elektrischen Fahrmotoren bereit und konnte auch die Bremsleistung rekuperieren. An den Endhaltestellen wurde das Schwungrad durch Einspeisung elektrischer Energie aufgeladen. Das Schwungrad hatte eine Masse von etwa 1 t und bei einer Drehzahl von 3000/min eine Umfangsgeschwindigkeit von 900 km/h. Der Aktionsradius des Busses betrug ca. 20 km.



Bild 7-18: Prototyp eines Gyrobusses mit 74 kW um 1950 in Yverdon (Schweiz) beim "Auftanken" mit Drehstrom an der Endhaltestelle



Bild 7-19: Schwungrad des Gyrosbusses: 3000 kg; 1700 mm x 1100 mm; 3,13 kWh = 11 MJ; 130 kW

Früher waren Schwungräder aus Stahl im Einsatz, heute favorisiert man Schwungräder aus Karbonfaser-Werkstoffen, die in einem evakuieren Gehäuse gelagert sind. Diese besitzen zwar
bezogen auf gleiches Volumen eine um den Faktor 4 geringere Masse bzw. Drehträgheit, die durch die zulässigen Materialspannungen gegebene Drehzahlgrenze liegt aber um den Faktor 5 höher als bei Stahl, so dass insgesamt eine höhere spezifische Speicherdichte erreicht wird. Im Havariefall ist Karbonfaserwerkstoff im Vergleich zu Stahl relativ ungefährlich, weil der Werkstoff zerfasert und nicht wie bei Stahl gefährliche Splitterstücke entstehen.

Der Vergleich führt beim Beispiel des Gyrobusses mit Stahlschwungrad und beim Karbonfaserschwungrad in Bild 7-20 auf Energiedichten von

$$\widetilde{E}_{\text{Stahl}} = \frac{11 \text{ MJ}}{3000 \text{ kg}} = 3,7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad \widetilde{E}_{\text{Karbonfaser}} = \frac{14,4 \text{ MJ}}{375 \text{ kg}} = 38,4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Heutige Karbonschwungräder erreichen Werte typischerweise um 40-400 kJ/kg. Diese Werte beziehen sich allein auf das Schwungrad. Hinzu kommen Aufwand (und Masse) für die kardanische Lagerung, das Gehäuse und die Ankopplung über elektrische Maschine und Leistungselektronik. Die Energiedichte des Gesamtsystems liegt im Bereich 20-75 kJ/kg.



Bild 7-20: Karbonschwungrad der Firma Emafer für ein prototypisches Schienenfahrzeug mit Energiespeicher: 375 kg; 4 kWh = 14,4 MJ; 300 kW (Quelle: Emafer)

Die Ein- und Auskopplung der zu speichern Energie wird heute üblicherweise auf elektrischem Wege mittels Umrichter (Leistungselektronik) und elektrischer Maschine (häufig Permanentmagnet-Synchronmaschine) bewerkstelligt.



Bild 7-21: Struktur des Schwungradsystems

8 Brennstoffzellen

In einer Brennstoffzelle wird chemische Energie durch Oxidation von Wasserstoff direkt in elektrische Energie gewandelt.

8.1 Typen von Brennstoffzellen

Die verschiedenen Typen von Brennstoffzellen lassen sich bezüglich des verwendeten Elektrolyts unterscheiden. Der derzeit für Fahrzeuge wichtigste Typ ist die *PEMFC*, die von den meisten Kraftfahrzeugherstellern favorisiert wird, daneben in kleinerem Maße die *SOFC*.

PEMFC⁵ (*Proton Exchange Membrane Fuel Cell, Ionenaustausch-Membran-BZ*)

Der Elektrolyt ist eine 25-50 µm dicke Polymermembran (Polytetrafluorethylen), die beidseitig mit leitfähigem Grafit beschichtet ist. Als Katalysator wird Platin verwendet (welches nicht unerheblich zu den Kosten beträgt). Die Membran ist recht empfindlich gegenüber Verunreinigungen der Gase. Insbesondere die Verunreinigung des Wasserstoffs durch Kohlenmonoxid (CO), welches bei der Wasserstoffreformierung entsteht, ist ein Problem. Es muss zuvor durch eine aufwändige Gasreinigung entfernt werden. Die Betriebstemperatur der Brennstoffzelle liegt bei 40-100°C. Die Spannung je Zelle liegt abhängig von der Belastung typischerweise zwischen 0,5 und 1V. Um höhere Spannungen zu erreichen, werden entsprechend viele Zellen in Reihe geschaltet, was konstruktiv durch Stapel der einzelnen Brennstoffzellen (Stacks) bewerkstelligt wird. Die meisten Fahrzeuganwendungen arbeiten mit diesem Typ.

SOFC (Solid Oxide Fuel Cell, Fest-Elektrolyt-BZ)

Als Elektrolyt wird eine Zirkoniumoxid-Keramik verwendet. Anders als die PEMFC ist die SOFC tolerant gegenüber CO-Verunreinigungen. Allerdings liegt die Betriebstemperatur bei 700-1000°C, was für den Einsatz im Fahrzeug nicht leicht zu handhaben ist. Viele stationäre Anlagen bedienen sich aber dieses Typs. Dennoch untersucht beispielsweise BMW diese Technik für die Energieversorgung des Bordnetzes, nicht jedoch für den Fahrantrieb. Der technisch erreichbare Wirkungsgrad liegt etwas höher als bei der PEMFC.

8.2 Elektrochemie und Thermodynamik der Brennstoffzelle

In einer Wasserstoff-Brennstoffzelle läuft die chemische Reaktion

$$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \to H_2O \tag{8.1}$$

ab. Bei dieser exothermen Reaktion wird die Reaktionsenthalpie (auch Heizwert oder Bildungsenergie genannt)

⁵ Andere Abkürzung: PEFC, Polymer Electrolyte Fuel Cell

$$\Delta H_u = H_{H_2} + \frac{1}{2}H_{O_2} - H_{H_2O} = 241.8\frac{\text{MJ}}{\text{kMol}}$$
(8.2)

umgesetzt, sofern das Wasser gasförmig bleibt. Falls das Wasser kondensiert, erhöht sich dieser Wert um die Kondensationswärme (Kondensationsenthalpie) $\Delta H_{kond} = 43,99 \frac{kJ}{kMol}$ auf

$$\Delta H_o = \Delta H_u + \Delta H_{\text{kond}} = 285,8 \frac{\text{MJ}}{\text{kMol}}$$
(8.3)

Man bezeichnet ΔH_u als unteren, ΔH_o als oberen Heizwert (auch Heizwert und Brennwert). Um die hier auf 1 kMol bezogenen Größen auf massenspezifische Größen umzurechnen, muss durch die Massenzahl $A_{H_2} = 2,016$ kg/kMol dividiert werden (vgl. Tabelle der Heizwerte in Abschnitt 5):

$$\Delta H_u = 120.9 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} \quad \text{und} \quad \Delta H_o = 142.9 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$$
(8.4)

Bei einer Verbrennung wird die gesamte Reaktionsenthalpie als Wärmemenge freigesetzt, welche dann ggf. in einer geeigneten Wärmekraftmaschine (Kolbenmotor, Turbine, Strahltriebwerk) mit entsprechendem Wirkungsgrad genutzt werden kann. In einer Brennstoffzelle wird die obige chemische Gesamtreaktion dagegen in eine Anodenreaktion

$$H_2 \to 2H^+ + 2e^- \tag{8.5}$$

und in eine Kathodenreaktion

$$2H^+ + 2e^- + \frac{1}{2}O_2 \longrightarrow H_2O + \Delta H \tag{8.6}$$

separiert. Zwischen Anode und Kathode entsteht eine elektrische Spannung, so dass Elektronen von der Anode zur Kathode geleitet werden, sofern eine elektrische Last angeschlossen ist.



Bild 8-1: Prinzipielle Wirkungsweise einer PEMFC

Zur Ermittlung der Verhältnisse im thermodynamischen Gleichgewicht, wenn also kein elektrischer Strom fließt, muss neben der Bilanz der Reaktionsenthalpie die Entropiebilanz herangezogen werden (die Entropiewerte für die beteiligten Stoffe können geeigneten Tabellen entnommen werden), wobei wiederum zu unterscheiden ist, ob das Wasser als gasförmige Phase entsteht oder kondensiert (Werte für 25°C):

$$\Delta S_{u} = S_{H_{2}} + \frac{1}{2}S_{O_{2}} - S_{H_{2}O(\text{gasf.})}$$

= 130,7 $\frac{\text{kJ}}{\text{K kMol}} + 0.5 \cdot 205,1 \frac{\text{kJ}}{\text{K kMol}} - 188,8 \frac{\text{kJ}}{\text{K kMol}} = 44,4 \frac{\text{kJ}}{\text{K kMol}}$ (8.7)

bzw.

$$\Delta S_{o} = S_{H_{2}} + \frac{1}{2}S_{O_{2}} - S_{H_{2}O(\text{flüssig})}$$

= 130,7 $\frac{\text{kJ}}{\text{K kMol}} + 0.5 \cdot 205,1 \frac{\text{kJ}}{\text{K kMol}} - 69,9 \frac{\text{kJ}}{\text{K kMol}} = 163,3 \frac{\text{kJ}}{\text{K kMol}}$ (8.8)

Das heißt, die Entropie des Reaktionsprodukts ist kleiner als die der Ausgangsstoffe⁶. Da insgesamt die Entropie aber nicht abnehmen kann (in einer Gleichgewichtsreaktion bleibt sie konstant, was hier angenommen wird), muss die überschüssige Entropie über eine entsprechende Wärmemenge

$$\Delta Q = T \Delta S \tag{8.9}$$

⁶ Versteht man die Entropie als Maß für die Unordnung eines Systems, lässt sich die Abnahme der Entropie bei dieser Reaktion durch Abnahme der Molekülzahl, also ein Zustand höherer Ordnung, plausibilisieren.

abgegeben werden. Diese Wärmemenge kann demnach prinzipiell nicht in elektrische Energie gewandelt werden. Die gewinnbare Energie, oder genauer, die *freie Enthalpie*, welche auch als *Gibbs-Potenzial* bezeichnet wird, ist gleich der Reaktionsenthalpie abzüglich dieser Wärmemenge:

$$\Delta G = \Delta H - \Delta Q = \Delta H - T\Delta S \tag{8.10}$$

Der theoretische thermodynamische Wirkungsgrad resultiert damit zu

$$\eta_{\rm th} = \frac{\Delta G}{\Delta H} = 1 - \frac{T \Delta S}{\Delta H} = 1 - \alpha T \tag{8.11}$$

mit dem Temperaturkoeffizienten

$$\alpha = \frac{\Delta S}{\Delta H} \tag{8.12}$$

Die Brennstoffzelle kann also auch unter idealen Bedingungen die chemische Energie nicht vollständig in elektrische Energie umwandeln. Der theoretische thermodynamische Wirkungsgrad resultiert bei T = 298,15 K (25° C) zu

gasförmiges Wasser: $\eta_{\text{th u}} = 0,945$ flüssiges Wasser: $\eta_{\text{th o}} = 0,830^{-7}$

Die freie Enthalpie muss nun gleich der je kMol geleisteten elektrischen Arbeit

$$\Delta G = \Delta W_{\rm el} = U_{\rm th} I \Delta t = U_{\rm th} \Delta Q_{\rm el} = U_{\rm th} n_{\rm e} e N_{\rm A}$$
(8.13)

sein. Dabei ist:

 $n_{\rm e}$ Zahl der freien Elektronen je Molekül, also $n_{\rm e} = 2$ bei H_2

 $N_{\rm A}$ Avogadrosche Zahl: Zahl der Moleküle in einem kMol: $N_{\rm A} = 6,022 \ 10^{26}$ /kMol.

e Elementarladung $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ As

Das Produkt aus Avogadroscher Zahl und Elementarladung ist die sogenannte Faraday-Konstante

$$F = eN_{\rm A} = 96,485 \cdot 10^6 \frac{\rm As}{\rm kMol}$$
(8.14)

Daraus lässt sich die Leerlaufspannung einer Brennstoffzelle im thermodynamischen Gleichgewicht (also wenn kein elektrischer Strom fließt, Klemmen sind offen) berechnen:

⁷ anders als bei Brennwertthermen, die durch die Kondensation des Wassers eine bessere Wärmeausbeute erreichen, nimmt der Wirkungsgrad der Brennstoffzelle bei kondensierendem Wasser ab

$$U_{\rm th} = \frac{\Delta G}{n_{\rm e}F} = \frac{\Delta H - T\Delta S}{n_{\rm e}eN_{\rm A}}$$
(8.15)

Sie beträgt bei T = 298,15 K und kondensierendem Wasser

$$U_{th} = 1,23 \,\mathrm{V}$$
 (8.16)

Diese Spannung ändert sich temperaturbedingt um

$$\frac{\partial U_{\rm th}}{\partial T} = -\frac{\Delta S}{n_{\rm e}F} = -\frac{\Delta S}{n_{\rm e}eN_{\rm A}} = -0.85\frac{\rm mV}{\rm K}$$
(8.17)

8.3 Reales Verhalten von Brennstoffzellen abseits des thermodynamischen Gleichgewichts

Der theoretische thermodynamische Wirkungsgrad wurde für den Gleichgewichtszustand abgeleitet, also für einen Zustand, in dem gerade keine Reaktionen ablaufen und eben auch kein elektrischer Strom fließt. Diese Betrachtung ist bestenfalls noch für kleine Abweichungen vom Gleichgewichtszustand, also kleine elektrische Ströme, zulässig. In der Praxis kann der theoretische thermodynamische Wirkungsgrad aber nicht erreicht werden. Die Leerlaufspannung reduziert sich bei Strombelastung deutlich. Das hat mehrere Ursachen (vgl. Bild 8-2):

- Schon bei geringer Belastung bricht die Spannung ausgehend von ihrem Leerlaufwert schnell ein. Bei dieser Spannungsdifferenz handelt es sich um das sogenannte Aktivierungspotenzial oder die Aktivierungsenergie. Dies lässt sich als eine Potenzialbarriere verstehen, die die beteiligten Moleküle zunächst überwinden müssen, damit die elektrochemische Reaktion abläuft (hier ist es die Abspaltung der Elektronen des Wasserstoffs an der Anode). Diese Größe ist nicht mit der Reaktionsenthalpie zu verwechseln. Im thermodynamischen Gleichgewicht haben aufgrund der statistischen Verteilung der kinetischen Energie (vgl. kinetische Gastheorie) immer einige Moleküle genügende Energie, um die Potenzialbarriere zu überwinden, so dass sich das thermodynamische Gleichgewicht und die Leerlaufspannung einstellen kann. Wird die Brennstoffzelle aber belastet, müssen nun auch weitere Moleküle, die nicht genügend Energie mitbringen, über die Potenzialbarriere gehoben werden, wofür eine Spannung notwendig wird, die sich an den Klemmen als Spannungsabfall bemerkbar macht. Erst durch den Einsatz von Platin als Katalysator auf der Anode wird dieses Aktivierungspotenzial derart verringert, dass überhaupt ein technischer Einsatz der Brennstoffzelle möglich wird.
- Dem Elektrotechniker ist der elektrische Innenwiderstand als weitere Ursache der Verluste geläufig. Die Leitfähigkeit der Protonen-Austausch-Membran ist hierbei der charakteristische Parameter. Dies äußert sich im mittleren Bereich der Strom-Spannungskennlinie als stromproportionaler Spannungsabfall. Der Membran-Innenwiderstand sinkt tendenziell bei steigendem Gasdruck, steigender Temperatur und steigendem Feuchtigkeitsgehalt der Membran. Die zugeführten Gase werden daher bis nahe an ihre Sättigungsgrenze befeuchtet.

• Bei sehr großer Belastung machen sich zusätzlich Strömungs- und Diffusionsverluste bemerkbar, die Spannung bricht stark ein.

Das Verhältnis von realer Klemmenspannung zur Leerlaufspannung

$$\eta_U = \frac{U}{U_{\rm th}} \tag{8.18}$$

wird als *Spannungswirkungsgrad* bezeichnet. Der gesamte elektrische Wirkungsgrad, also das Verhältnis der an den Klemmen entnommenen Leistung

$$P_{\rm el} = UI \tag{8.19}$$

zur eingesetzten chemischen Leistung

$$P_{H_2} = \frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{\Delta G}{\eta_{\rm th} \Delta t} \tag{8.20}$$

ist dann

$$\eta_{\rm el} = \frac{P_{\rm el}}{P_{H_2}} = \eta_U \eta_{\rm th} \tag{8.21}$$

Im Punkt maximaler Leistung, bei dem die Klemmenspannung nur noch rund 0,5 V beträgt, ergibt sich ein Wirkungsgrad von etwa 0,4. Bei Teillast ist der Wirkungsgrad günstiger. Dies steht im Gegensatz zum Verhalten vieler anderer Komponenten, die meist im Bereich größerer Leistungen die besten Wirkungsgrade erzielen. Die entstehenden Verluste lassen sich unmittelbar über

$$P_{\rm v} = (1 - \eta_{\rm el}) P_{H_2} \tag{8.22}$$

ausdrücken. Diese Verluste müssen als Wärmeleistung abgeführt werden, vgl. Abschnitt 8.4.

Bei Brennstoffzellen sind zusätzliche, in der Regel elektrisch betriebene Hilfsaggregate (Verdichter, Kühlung, siehe Bild 8-3) notwendig, für die die Leistung P_{aux} aufgewendet werden muss. Bei der Betrachtung des *Systemwirkungsgrades* muss diese Leistung mit bilanziert werden:

$$\eta_{\rm sys} = \frac{P_{\rm el} - P_{\rm aux}}{P_{H_2}} \tag{8.23}$$

Der maximal erreichbare Systemwirkungsgrad heutiger Brennstoffzellensystemen liegt bei ca. 56-58%.



Bild 8-2: Spannung, Leistung und Wirkungsgrad in Abhängigkeit des elektrischen Stroms bei einer PEMFC, Leistungen und Strom sind auf den Punkt maximaler elektrischer Leistung bezogen dargestellt



Bild 8-3: Struktur eines Brennstoffzellensystems mit Nebenaggregaten

8.4 Kühlung

Bei der idealen elektrochemischen Reaktion fällt aufgrund des thermodynamischen Wirkungsgrades nur eine geringe Wärmemenge an, die ggf. mit dem Reaktionsprodukt, dem Wasser abgeführt werden kann. Die zusätzlichen Verluste aufgrund des realen elektrischen Wirkungsgrades verursachen aber weitere Verluste. Die Brennstoffzelle kann ihre Verluste mittels Wärmestrahlung über die Oberfläche nur sehr schlecht abführen. Nimmt man an, dass das Reaktionsprodukt die entstehenden Verluste aus der Brennstoffzelle abführen muss, führt das zu einer Temperaturerhöhung von

$$\Delta T = \frac{(1 - \eta_{\rm el})\Delta H}{c} \tag{8.24}$$

Hierbei ist c die spezifische Wärmekapazität. Sie beträgt für flüssiges Wasser

$$c = 4,187 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} = 75,4 \frac{\text{kJ}}{\text{k MolK}}$$

für Wasserdampf

$$c = 1.88 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} = 33.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kMolK}}$$

Bei einem Wirkungsgrad von $\eta_{el} = 0.5$ führt das auf eine Temperaturerhöhung von mindestens (Rechnung für kondensiertes Wasser)

$$\Delta T = 1895 \text{K}$$

was letztlich einer Wasserstoffverbrennung ähnelt (in Luft ca. $2000 - 2300^{\circ}$ C). Da PEMFC-Brennstoffzellen bei Temperaturen um 40 – 100°C (typisch 80°C) betrieben werden, können nur 5 – 10 % der Verlustleistung über das Reaktionsprodukt abgeführt werden. Die Brennstoffzelle muss daher aktiv gekühlt werden. Die Kühlung ist für nahezu die gesamte Verlustleistung zu bemessen. Verbrennungsmotoren haben dagegen zwar einen geringeren Wirkungsgrad. Bei ihnen wird aber ein großer Teil der entstehenden Verluste durch den Abgasstrom abgeführt (Abgasenthalpie), da Abgastemperaturen von über 1050°C erreicht werden. Hier muss die Kühlung nur etwa 50 % der Verlustleistung abführen. Bei gleicher Nutzleistung ist der Kühlbedarf der Brennstoffzelle trotz ihres größeren Wirkungsgrades also ähnlich wie beim Verbrennungsmotor. Durch die deutlich niedrigere Temperatur der Brennstoffzelle sind jedoch die Wärmeübergänge des Kühlkreislaufs auf geringere Temperaturdifferenzen auszulegen, was zusätzlich die notwendigen Austauschflächen in der Brennstoffzelle vergrößert. Da der Kühlwasserkreislauf ebenfalls geringere Temperaturen aufweist (80 °C vs. 120 °C beim Verbrennungsmotor), verdoppelt sich auch die Kühlerfläche. Man achte auf die Kühler von Brennstoffzellenfahrzeugen!



Bild 8-4: Vergleich des Kühlungsbedarfs von Verbrennungsmotor und Brennstoffzelle. Die Reaktionsenthalpie von Benzin ist so skaliert worden, dass die Nutzleistungen von Brennstoffzelle und Verbrennungsmotor übereinstimmen.

8.5 Historie und Stand der Technik

Die Entdeckung des physikalischen Prinzips der Brennstoffzelle wird dem Physiker Sir William Robert Grove zugeschrieben (1839). Die Entwicklung bis zur technischen Anwendungsreife gelang jedoch lange Zeit nicht. Um 1960 wurden Brennstoffzellen von der NASA erstmals für die Raumfahrt eingesetzt. 1966 baute General Motors den GM Electrovan als erstes Auto mit Brennstoffzellenantrieb, dafür wurde ein handelsüblicher GMC Handivan entsprechend modifiziert. Die Kosten des verbauten Platins waren jedoch exorbitant, so dass dieser Ansatz nicht weiter verfolgt wurde.

Während stationäre Brennstoffzellen mittlerweile Anwendungsreife erreicht haben, ist auch heute der technische Stand für ein preiswertes, langlebiges und robustes Produkt für den Einsatz in Straßenfahrzeugen noch nicht erreicht. Derzeit erproben zahlreiche Automobilhersteller die Brennstoffzellentechnik in verschiedenen Prototypen. Es werden Betriebsdauern von etwa 3000 Stunden erreicht, was ungefähr einer Reichweite von 120.000 km entspricht. Danach sind

die Brennstoffzellen zwar nicht funktionsuntüchtig, in ihrer Leistung jedoch deutlich eingeschränkt. Als Zielwert wird eine Betriebsdauer von 5000 Stunden (200.000 km Reichweite) genannt, vergleichbar der eines Verbrennungsmotors.

Die spezifischen Kosten für Brennstoffzellensysteme sind in den letzten Jahren deutlich gesunken (Bild 8-5). Während im Jahr 2002 für eine Produktionsrate von 500.000 Systemen für die Systemkosten noch 275 USD/kW bzw. 13.750 USD für eine 50 kW-Brennstoffzelle zugrunde gelegt wurden, sank der Preis bis 2011 auf 49 USD/kW, für 2017 werden Kosten von 30 USD/kW erwartet. Bei geringeren Stückzahlen in Kleinserienherstellung, wie sie momentan noch üblich ist, sind die Systemkosten grob zu verdoppeln.



Bild 8-5: Fortschritt der Brennstoffzellentechnologie am Beispiel der Systemkostenentwicklung. Eine feste Herstellungsrate von 500000 Brennstoffzellensystemen pro Jahr wird zugrunde gelegt. (Quelle: DOE Fuel Cell Market Report 2011)

Die Kostensenkung ist hauptsächlich auf die Verbesserung der Technologie zurückzuführen. Der Gehalt des Katalysators Platin konnte in den Jahren 2006 bis 2011 um den Faktor 5 verringert werden. Er liegt im Jahr 2011 bei weniger als 0,2 g/kW, was bei einem Platinpreis von 1700 USD/Unze zu Platinkosten von ca. 11 USD/kW führt (2001: 80 USD/kW bei 1/3 des heutigen Platinpreises). Ziel ist es, den Platingehalt bis 2017 auf 0,125 g/kW weiter zu senken. Dennoch ist Platin immer noch einer der größten Kostenfaktoren, weshalb das Recycling des Edelmetalls von großer Bedeutung ist.

Da als zu erreichende Zielkosten, bei denen die Brennstoffzelle wirtschaftlich interessant wird, rund 50 USD/kW angegeben werden, ist ein Einsatz in naher Zukunft denkbar. Bislang wurden von Daimler mehrfach Demonstrationsfahrzeuge mit Brennstoffzellen-gespeisten elektrischen Traktionsantrieben vorgestellt.

Die Serienherstellung von Brennstoffzellenfahrzeugen wird Stand 2012 von den einzelnen Autoherstellern auf das Jahr 2015 beziffert.⁸ Die Brennstoffzelle, die ab 2015 in Kundenmodellen ausgeliefert werden soll, wird inkl. des Elektromotors etwa die Größe eines aktuellen Vierzylinders samt Getriebe haben. Laut Mercedes Entwicklungsvorstand werden Brennstoffzellenautos vom Preisniveau zu Beginn rund 3000 € über einem vergleichbaren Auto mit Dieselantrieb liegen.

⁸ Im Jahr 2013 Daimler hat ein Brennstoffzellen-Serienfahrzeug für 2017 angekündigt.

Bestehende Probleme für die Serieneinführung der Brennstoffzellentechnologie sind die fehlende Wasserstoffinfrastruktur im Land und unzureichende sichere Speichermöglichkeiten im Fahrzeug. Weiterhin verbraucht die Produktion herkömmlicher Katalysatoren bereits 2/3 des weltweit geförderten Platins. Lösungsansätze sind die weitere Senkung des Platinanteils, beispielsweise durch die Verwendung hochgradig dispergierten Platins (Faktor 100) sowie die Entwicklung leitfähiger Kunststoffelektroden anstelle des Platins – ein Ansatz, der derzeit jedoch nur als Forschungsidee existiert.

8.6 Wasserstoffreformierung

Die klassischen Brennstoffzellen benötigen Wasserstoff als Treibstoff. Sollen statt Wasserstoff andere Kohlenwasserstoffe als Treibstoff verwendet werden, muss der Wasserstoff durch einen Reformer erzeugt werden. Die Reformierung von Methanol läuft über Reaktionszwischenschritte nach der Formel

$$CH_3OH + H_2O \to CO_2 + 3H_2 \tag{8.25}$$

Der Prozess der Reformierung benötigt Wasser. Dieses fällt jedoch in der Brennstoffzelle als Reaktionsprodukt an und kann zum Reformator zurückgeführt werden.

Bezüglich der CO_2 -Bilanz gibt es für den Betrieb einer Brennstoffzelle mit Methanol keinen Vorteil gegenüber Verbrennungskraftmaschinen, die direkt mit diesem Treibstoff arbeiten.

8.7 Primärenergie

Der erreichbare Wirkungsgrad der Brennstoffzelle ist zwar günstiger als bei Fahrzeugen mit konventionellen Verbrennungsmotoren. Hierbei wird aber das Verhältnis der erzielbaren mechanischen Arbeit in Beziehung zur eingesetzten chemischen Energie des Kraftstoffes, also Wasserstoff oder Benzin bzw. Diesel, gesetzt. Die unterschiedlichen Herstellungsprozesse werden bei dieser Betrachtung nicht berücksichtigt. Die Herstellung und Kompression von Wasserstoff aus fossilen Energieträgern benötigt rund die dreifache eingesetzte Primärenergie als der Benzinpfad. Visionen zur elektrolytischen Herstellung von Wasserstoff aus Wasser unter Nutzung erneuerbarer Energiequellen wie Sonnenergie sind derzeit sehr weit entfernt. Die Abschätzungen der Kosten sind mit immensen Unsicherheiten behaftet.

9 Elektrische Antriebe

Als Traktionsantriebe kommen heute vorrangig Permanentmagnet-Synchronmotoren (PMSM) und Asynchronmotoren (ASM) in Betracht. Geschaltete Reluktanz-Motoren (*switched reluctance motor*, *SRM*) sind zum Teil in der Diskussion, aber bislang nur in einzelnen Prototypen als Fahrantriebe eingesetzt worden.

Im Bereich elektrischer Schienenfahrzeuge dominiert eindeutig der Asynchronmotor. Im automobilen Bereich wird dagegen vielfach der Permanentmagnet-Synchronmotor aufgrund seiner hohen Leistungs- und Drehmomentdichte favorisiert. Auch dort können Asynchronmotoren eingesetzt werden, wenn größerer Bauraum zur Verfügung steht. Gleichstromantrieben kommt nur noch historische Bedeutung zu. Die Eigenschaften können nach folgender Tabelle grob skizziert werden:

| | PMSM | ASM | SRM | GM |
|---|------|-----|-----|-----|
| Kosten | _ | + | + | |
| Leistungs- und Drehmomentdichte | + | 0 | +/0 | |
| Wirkungsgrad | + | 0 | + | 0/+ |
| Robustheit (Temperatur, Vibrationen, Schmutz) | 0 | ++ | ++ | _ |
| Geräusche | 0 | 0 | _ | 0 |
| Stromrichteraufwand | 0 | 0 | _ | + |
| Regelungsaufwand | 0 | + | _ | + |

+/0/-: Die Bewertungen sind immer als vorteilhaft/mittel/nachteilig zu lesen. Ein + bei Kosten bedeutet also einen Kostenvorteil, nicht etwa hohe Kosten.



Bild 9-1: Typische Struktur eines elektrischen Drehstromantriebs

Das Bild 9-1 zeigt die typische Struktur eines elektrischen Drehstromantriebs (mit ASM oder PMSM). Im Fahrzeugbereich ist die Speisung aus einem Gleichspannungsnetz (oder Gleichspannungszwischenkreis) Stand der Technik. Die Gleichspannung wird über einen Umrichters in Drehspannung zur Speisung des Motors umgeformt. Zum elektrischen Antrieb gehören die Komponenten

- Motor
- Umrichter
- Sensoren
- Steuerung und Regelung





Bild 9-3: Typische Schnittskizze eines PMSM für automobile Anwendung mit in den Rotor eingebetteten Magneten und konzentrischen Wicklungen (im Bild nicht dargestellt), Polpaarzahl p = 8

Bei der Modellierung von dreisträngigen, im Stern geschalteten Drehstommotoren macht man gern von einem Ersatzmodell mit nur zwei orthogonalen Strängen Gebrauch (Bild 9-4, Bild 9-5). Die beiden Ströme und Spannungen der beiden orthogonalen Stränge können als Komponenten zweidimensionaler Vektoren betrachtet werden. Hierbei gehen wir zunächst davon aus, dass wir im Rotor nur ein Magnet-Polpaar (ein Dipol) angeordnet ist und der Stator aus einem einfachen Wicklungssystem besteht, siehe Bild 9-4.



Bild 9-4: Ersatzmodell des dreisträngigen Motors mit zwei orthogonalen Wicklungen



Bild 9-5: Zusammenhang der Stromkomponenten des dreisträngigen und des zweisträngigen Modells

Für die beiden orthogonalen Wicklungen gilt jeweils das Faraday'sche Induktionsgesetz, welches besagt, dass der magnetische Fluss ψ_{α} bzw. ψ_{β} durch die jeweilige Wicklung bei einer zeitlichen Änderung eine Spannung induziert. Außerdem wird der ohmsche Spannungsabfall am Innenwiderstand R_s der Wicklungen berücksichtigt:

$$u_{\alpha} = R_{s}i_{\alpha} + \dot{\psi}_{\alpha}$$

$$u_{\beta} = R_{s}i_{\beta} + \dot{\psi}_{\beta}$$
(9.1)

Vorteilhaft für die weitere Betrachtung ist eine Transformation in ein mitdrehendes Koordinatensystem wie in Bild 9-4 rechts bzw. in Bild 9-6 gezeigt. Die Koordinatenachse d wird dabei in Richtung der Magnetisierung des Permanentmagnets ausgerichtet. Die q-Achse steht senkrecht dazu.



Bild 9-6: Einführung eines rotierenden, mit dem Rotor verbundenen Koordinatensystems

Die Komponenten eines beliebigen Vektors werden durch die Drehtransformation wie folgt transformiert:

$$x_{d} = +x_{\alpha} \cos \varepsilon + x_{\beta} \sin \varepsilon$$

$$x_{q} = -x_{\alpha} \sin \varepsilon + x_{\beta} \cos \varepsilon$$
(9.2)

Dementsprechend wird werden nun die beiden Gleichungen in (9.1) zum einen mit $\cos \varepsilon$ bzw. $\sin \varepsilon$ multipliziert und aufaddiert, zum anderen mit $-\sin \varepsilon$ bzw. $\cos \varepsilon$ multipliziert und addiert, was die Spannungs- und Stromkomponenten direkt in das neue d/q-System überführt,

$$u_{d} = R_{s}i_{d} + \dot{\psi}_{\alpha}\cos\varepsilon + \dot{\psi}_{\beta}\sin\varepsilon$$

$$u_{q} = R_{s}i_{q} - \dot{\psi}_{\alpha}\sin\varepsilon + \dot{\psi}_{\beta}\cos\varepsilon$$
(9.3)

Für die Flussableitungen sind wenige zusätzliche Umformungsschritte notwendig:

 $(n \alpha)$

(0, 7)

$$u_{d} = R_{s}i_{d} + \frac{d}{dt}\left(\psi_{\alpha}\cos\varepsilon + \psi_{\beta}\sin\varepsilon\right) - \left(\psi_{\alpha}\frac{d}{dt}\cos\varepsilon + \psi_{\beta}\frac{d}{dt}\sin\varepsilon\right)$$

$$= R_{s}i_{d} + \dot{\psi}_{d} - \left(\psi_{\alpha}\sin\varepsilon - \psi_{\beta}\cos\varepsilon\right)\dot{\varepsilon}$$

$$u_{q} = R_{s}i_{q} + \frac{d}{dt}\left(-\psi_{\alpha}\sin\varepsilon + \psi_{\beta}\cos\varepsilon\right) - \left(-\psi_{\alpha}\frac{d}{dt}\sin\varepsilon + \psi_{\beta}\frac{d}{dt}\cos\varepsilon\right)$$

$$= R_{s}i_{q} + \dot{\psi}_{q} - \left(-\psi_{\alpha}\cos\varepsilon - \psi_{\beta}\sin\varepsilon\right)\dot{\varepsilon}$$

(9.4)

Mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dot{\varepsilon}$ folgt schließlich

$$u_{d} = R_{s}i_{d} + \dot{\psi}_{d} - \omega\psi_{q}$$

$$u_{q} = R_{s}i_{q} + \dot{\psi}_{q} + \omega\psi_{d}$$
(9.5)

Nun setzt sich der magnetischer Fluss in *d*-Richtung aus dem vom Permanentmagneten hervorgerufenen Anteil ψ_p und dem durch den Ständerstrom über die Selbstinduktivität L_d der Wicklung hervorgerufenen Anteil zusammen:

$$\psi_d = \psi_p + L_d i_d \tag{9.6}$$

In der q-Richtung hat aber definitionsgemäß der Permanentmagnet keinen Einfluss. Hier gibt es nur den magnetischen Fluss, der über die Selbstinduktivität vom eigenen Spulenstrom aufgebaut wird:

$$\psi_q = L_d i_q \tag{9.7}$$

Zusammenfassend ergibt sich

$$u_d = R_{\rm s}i_d + L_di_d - \omega L_q i_q$$

$$u_q = R_{\rm s}i_q + L_d\dot{i}_q + \omega(\psi_p + L_di_d)$$
(9.8)

Bei einem rotationssymmetrischen Rotor aus ferromagnetischem Material wäre der magnetische Widerstand – die *Reluktanz* – in allen Winkelrichtungen gleich und folglich resultierten dann auch gleiche Induktivitätswerte in *d*- und in *q*-Richtung, denn die Induktivität ist der Reluktanz umgekehrt proportional. Daran ändern auch die auf den Rotor aufgeklebten Permanentmagnete nichts, denn die differenzielle Permeabilität des Magnetmaterials ist ähnlich wie die von Luft, nämlich gleich 1, vgl. Bild 9-2 A.

Anders ist jedoch die Situation beim Motortyp mit in den Rotor versenkten oder eingebetteten Magneten, Bild 9-2 B, C. Die Bauform C wird im Automobil als Traktionsmotor favorisiert. Dort findet sich in der q-Richtung, also in den Richtungen, wo keine Magnete platziert sind, mehr ferromagnetisches Material als in der d-Richtung. Die Reluktanz ist demnach in q-Richtung geringer als in d-Richtung bzw. die q-Induktivität größer als die in d-Richtung:

$$L_d < L_q \,. \tag{9.9}$$

Statt durch die Gleichungen (9.5) bis (9.7) kann man sich die Zusammenhänge auch anhand von Ersatzschaltbildern veranschaulichen:



Bild 9-7: Ersatzschaltbilder des Permanentmagnet-Synchronmotors in d/q-Koordinaten

Das vom Motor erzeugte Drehmoment kann über die *Leistungsbilanz* bestimmt werden. Dazu werden die Spannungsgleichungen (9.8) mit den Strömen i_d , i_q multipliziert und addiert. Dadurch entsteht auf der linken Seite die zugeführte elektrische Leistung, wobei berücksichtigt werden muss, dass zur Gesamtleistung drei Stränge beitragen, das orthogonale Ersatzmodell aber nur aus zwei Strängen besteht, so dass sich hier nur 2/3 der tatsächlichen Leistungen ergeben:

$$\frac{2}{3}P_{\rm el} = u_d i_d + u_q i_q = R_{\rm s} i_d^2 + R_{\rm s} i_q^2 + L_d \dot{i}_d i_d + L_q \dot{i}_q i_q - \omega L_q i_q i_d + \omega L_d i_d i_q + \omega \psi_p i_q$$

$$= R_{\rm s} \left(i_d^2 + i_q^2\right) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{1}{2} \left(L_d i_d^2 + L_q i_q^2\right) + \omega \left(\psi_p + i_q (L_d - L_q) i_d i_q\right) \tag{9.10}$$

$$= \frac{2}{3} P_{\rm v} + \frac{2}{3} \dot{E}_{\rm magn} + \frac{2}{3} P_{\rm me}$$

Der erste Term der zweiten Zeile beschreibt die Stromwärmeverluste, der zweite Term ist die Änderung der in den Motorwicklungen gespeicherten magnetischen Energie, während der dritte Term die mechanische Leistung $P_{\rm me} = \omega_{\rm me}T$ sein muss (alle diese Terme sind mit dem Faktor 2/3 zu skalieren):

$$P_{\rm me} = \omega_{\rm me}T = \frac{3}{2}\omega \left(\psi_p i_q + (L_d - L_q)i_d i_q\right)$$
(9.11)

Andererseits ist die mechanische Leistung gleich Drehmoment mal Winkelgeschwindigkeit. Nun ist zu berücksichtigen, dass die Motoren in der Regel nicht mit nur einem magnetischen Polpaar, sondern mit einer höheren Polpaarzahl konstruiert werden. Automobile Antriebsmotoren besitzen typischerweise Polpaarzahlen p zwischen 4 und 8. Auch das Ständer-Wicklungssystem wiederholt sich demensprechend. Das bedeutet, in einer elektrischen Periode dreht sich der Motor nur um den Bruchteil 1/p einer Umdrehung bzw. die Frequenz ω und die mechanischen Winkelgeschwindigkeit ω_{me} stehen im Zusammenhang

$$\omega = p \,\omega_{\rm me} \tag{9.12}$$

Dies führt nun schließlich auf die Identifikation des Drehmoments zu

$$T = \frac{3}{2} p \left(\psi_p i_q + (L_d - L_q) i_d i_q \right)$$
(9.13)

Der erste Summand in dieser Gleichung wird Hauptdrehmoment, der zweite Reluktanzdrehmoment genannt. Bei einem Motor mit Oberflächenmagneten, also mit $L_d = L_q$, träte dieser zweite Termin nicht auf und die Stromkomponente i_q wäre allein für die Bildung des Drehmoments verantwortlich. Bei eingebetteten Magneten mit $L_d - L_q < 0$ kann jedoch auch der Strom i_d über den zweiten Term zusätzlich zur Drehmomentbildung beitragen. Für einen positiven Drehmomentbeitrag bei positivem i_q wäre dann $i_d < 0$ zu wählen. Es sei bemerkt, dass der Motor sogar funktionierte, wenn man die Permanentmagnete wegließe, also mit $\psi_p = 0$ – dann allerdings mit deutlich verringertem Drehmoment.

Das Problem sei nun etwas allgemeiner formuliert: Aufgabe sei es, ein gewünschtes Drehmoment T zu einzustellen. Zu diesem Zweck können zwei Größen, nämlich i_d und i_q passend gewählt werden. Es gibt also einen Freiheitsgrad. Die Frage, wie über diesen Freiheitsgrad verfügt werden soll, beantwortet das Ziel der Verlustminimierung, hier die Minimierung der Stromwärmeverluste

$$P_{\rm v} = \frac{3}{2} R_{\rm s} \left(i_d^2 + i_q^2 \right). \tag{9.14}$$

Es handelt sich also um eine Extremwertaufgabe (Minimierung der Verluste) unter einer Nebenbedingung (Einstellen des gewünschten Drehmoments), welche nach der bekannten Lagrange-Methode gelöst werden kann. Anschaulich werden dadurch die Schmiegungspunkte der Kurvenschaaren $P_v = \text{const.}$ und T = const. bestimmt. Die Kurven $P_v = \text{const.}$ sind in der $i_d - i_q$ -Ebene Kreise und die Auflösung von (9.13) nach i_q zeigt, dass es sich bei den Kurven T = const. um Hyperbeln handelt (Bild 9-8):

$$i_q = \frac{2}{3p} \frac{T}{\psi_p + (L_d - L_q)i_d}$$
(9.15)





Im Schmiegungspunkt zweier Kurven wird also das jeweilige Drehmoment mit kleinstem Strom erreicht – oder umgekehrt: bei gegebenem Strom das größte Drehmoment. Die Verbindungskurve dieser optimalen Betriebspunkte (grün Kurve in Bild 9-8) wird in der Literatur häufig als *maximum torque per ampere* (MTPA) bezeichnet, obwohl diese Begriffsbildung wegen Vermischung von Größennamen (torque) und Maßeinheit (ampere) misslungen ist. Man sollte statt dessen von *maximum torque per current* (MTPC) sprechen. Abhängig vom gewünschten Drehmoment wird der entsprechende Betriebspunkt auf dieser Steuerkennlinie ausgewählt.

Da der Strombetrag aufgrund begrenzter Strombelastbarkeit des Motors (und auch des speisenden Wechselrichters, vgl. Abschnitt 14.2) auf

$$i_d^2 + i_q^2 \le i_{\max}^2 \,. \tag{9.16}$$

begrenzt ist, wird das maximale (bzw. minimale) Drehmoment im Bild 9-8 in den durch kleine lila Kreise markierten Betriebspunkten erreicht, welche auf dem größten Stromkreis mit Radius

 i_{max} liegen. Der obere Punkt entspricht maximalem (positivem) Drehmoment, der untere minimalem (also negativem) Drehmoment.

Nicht nur der Strom, sondern auch die Spannung ist durch eine Grenze, die maximale Speisespannung, beschränkt,

$$u_d^2 + u_q^2 \le u_{\max}^2 \,. \tag{9.17}$$

Wir setzen die Spannungskomponenten nach (9.8) ein, wobei wir nur den stationären Zustand untersuchen wollen, d. h. die Zeitableitungen entfallen. Außerdem erleichtern wir uns die Arbeit, indem wir annehmen, dass die Spannungsabfälle am Ständerwiderstand R_s gegenüber den anderen Termen vernachlässigbar seien. Das führt dann auf

$$u_{d}^{2} + u_{q}^{2} = \left(\omega L_{q} i_{q}\right)^{2} + \left(\omega \psi_{p} + \omega L_{d} i_{d}\right)^{2} \le u_{\max}^{2}, \qquad (9.18)$$

$$\left(L_q i_q\right)^2 + \left(\psi_p + L_d i_d\right)^2 \le \frac{u_{\max}^2}{\omega^2}.$$
(9.19)

Diese Bedingung beschreibt in der i_d - i_q -Ebene eine Ellipse, deren Mittelpunkt bei

$$i_d = -i_0 = -\psi_p / L_d , \quad i_q = 0$$
 (9.20)

liegt und deren Hauptachsen im Verhältnis L_q / L_d stehen. Die Größe der Ellipse verringert sich mit zunehmender Drehfrequenz ω , siehe Bild 9-9. Diese Bedingung ist also zusätzlich zur Strombegrenzung (9.16) einzuhalten. Bei kleiner Drehfrequenz ist diese Ellipse so groß, dass die zusätzliche Begrenzung durch (9.19) keine Rolle spielt und die oben beschriebene MTPC-Betriebsstrategie nicht beeinträchtigt wird. Bei zunehmender Drehfrequenz wird die Ellipse aber immer kleiner. Die Drehfrequenz, bei der der Punkt maximalen Drehmoments auf der MTPC-Kennlinie erstmals durch die Spannungsellipse berührt wird, werde mit ω_1 bezeichnet. Nimmt die Drehfrequenz weiter zu, werden die Betriebspunkte der MTPC-Kennlinie zunehmend eingeschränkt. Insbesondere wird das maximal verfügbare Drehmoment nicht mehr auf der MTPC-Kennlinie, sondern im Schnittpunkt vom Strombegrenzungskreis und Spannungsellipse erreicht. Wie man anhand der Drehmoment-Isolinien sehen kann, fällt dadurch das maximal verfügbare Drehmoment mit zunehmender Drehfrequenz zunächst langsam, dann schneller ab.



blau: Kurven konstanten Drehmoments hellblau: Spannungsellipsen für verschiedene Drehfrequenzen grün: MTPC-Kurve grau: Betriebspunkte maximalen und minimalen Drehmoments lila: MTPV-Kurve

schwarz: Punkts des Übergang von Strombegrenzung auf MTPV

Oberhalb einer bestimmten Drehzahl ω_2 (der zugehörige Betriebspunkt in Bild 9-9 ist mit einem kleinen schwarzen Kreis markiert) wird das maximale Drehmoment nicht mehr im Schnittpunkt von Stromkreis und Spannungsellipse angenommen, sondern nur noch allein durch die Spannungsellipse bestimmt. Dann handelt es wieder um eine Extremwertaufgabe mit Nebenbedingung: Diesmal sind die Schmiegungspunkte der Spannungsellipsen mit den Drehmomenthyperbeln zu bestimmen. Die entstehende Betriebskurve wird maximum torque per voltage genannt und ist in Bild 9-9 lila gekennzeichnet.

Als Resultat dieser beschriebenen Betriebsstrategie ist in Bild 9-10 ist der Verlauf des drehzahlabhängig verfügbaren Drehmoments und der Leistung dargestellt. Wie man erkennt, gibt es einen Bereich, der durch konstantes maximales Drehmoment charakterisiert ist, der sogenannte Spannungsstellbereich oder Konstant-Drehmoment-Bereich, und einen Bereich, in dem die maximal verfügbare Leistung näherungsweise konstant ist, der Konstant-Leistungsbereich. Für diesen ist auch die Bezeichnung Flussschwächbereich verbreitet, was etwas verkürzt dadurch erklärt werden kann, dass im Term $\psi_p + L_d i_d$ in (9.8) der negative

Strom i_d dem Erregerfluss ψ_p entgegenwirkt, diesen also schwächt.



Bild 9-10: Maximales Drehmoment und maximale Leistung eines permanent erregten Synchronmotors über der Drehfrequenz

Leistung und Drehmoment in Bild 9-10 sind normiert dargestellt. Das Drehmoment wurde auf

$$T_0 = \frac{3}{2} p \psi_p \, i_{\max} \tag{9.21}$$

bezogen. Dies ist das bei einer fiktiven Wahl von $i_q = i_{\text{max}}$, $i_d = 0$ resultierende Hauptdrehmoment, vgl. (9.13). Das derartig normierte Drehmomentmaximum liegt über 1, was bedeutet, dass auf der MTPC-Kennlinie das zusätzliche Reluktanzdrehmoment das Hauptdrehmoment erheblich unterstützt.

Die Leistung wurde auf die sogenannte installierte Scheinleistung bezogen, die sich aus dem Produkt von Maximalstrom und -spannung ergibt:

$$S_0 = \frac{3}{2} u_{\max} \, i_{\max} \tag{9.22}$$

Ziel des Systementwurfs sollte sein, die installierte Scheinleistung so gut es geht auszunutzen, was in Bild 9-10 in passabler Weise gelingt. Eine wichtige Rolle spielt hierbei die Mittelpunktskoordinate der Spannungsellipse $i_0 = \psi_p / L_d$, die kleiner als der Maximalstrom, aber nicht zu weit unter diesem liegen sollte, denn im Grenzfall strebt die normierte Leistung dem Wert i_0 / i_{max} zu, wie man schnell zeigen kann.

Die in Bild 9-10 gekennzeichnete Maximaldrehzahl ω_{max} resultiert nur aus mechanischen Begrenzungen (Lager, Fliehkräfte). Es gibt keine weiteren elektrischen Begrenzungen der Drehzahl.

Die in Bild 9-10 dargestellte Charakteristik, das Lieferkennfeld, ist für den Antrieb von Fahrzeugen deutlich besser geeignet als das Lieferkennfeld eines Verbrennungsmotors:

- Es gibt keine Mindestdrehzahl, das maximale Drehmoment steht bereits ab dem Stillstand zur Verfügung
- Die maximale Leistung ist in einem breiten Drehzahlbereich abrufbar, es besteht somit keine Notwendigkeit, ein schmales, nur bei einer bestimmten Motordrehzahl verfügbares Leistungsmaximum über ein bestimmtes Getriebe-Übersetzungsverhältnisse an die jeweilige Fahrgeschwindigkeit anzupassen.

Diese Gründe führen dazu, dass ein elektrischer Fahrantrieb typischerweise nur mit einer festen Getriebeübersetzung ausgestattet wird. Verschiedene Schaltstufen sind nicht notwendig.

Wirkungsgrad

Neben den ohmschen Verlusten in den Ständerwicklungen gibt es weitere, hier nicht betrachtete Ursachen der Verluste im Motor, nämlich die Ummagnetisierungs- und Wirbelstromverluste, während die mechanische Reibung unwesentlich zu Buche schlägt. Die Verluste im Umrichter dürfen dagegen nicht vernachlässigt werden. Typischerweise erreicht man mit einem PMSM-Antrieb (Umrichter und Motor) Wirkungsgrade um 90%, in günstigen Betriebspunkten auch bis zu 95%.



Bild 9-11: Wirkungsgradkennfeld eines typischen PMSM-Antriebs, dargestellt ist der Wirkungsgrad der Wandlung von Gleichspannungseinspeisung des Umrichters bis zur mechanischen Leistung an der Motorwelle

Die Optimierung des Wirkungsgrades wäre allerdings ein Argument, doch ein Getriebe mit mehreren Übersetzungsstufen vorzusehen, denn dann könnte man auf einer vorgegebenen Leistungshyperbel den Punkt mit dem besten Wirkungsgrad einstellen. Das ist jedoch bei den meisten heute am Markt verfügbaren Elektrofahrzeuge nicht vorgesehen.

10 Batteriefahrzeuge



Bild 10-1: Antriebsstruktur eines Batteriefahrzeugs

Die Antriebstruktur eines Batteriefahrzeugs ist im Prinzip einfach: Der Fahrmotor, in aller Regel ein permanent erregter Synchronmotor oder ein Asynchronmotor, wird über einen Wechselrichter gespeist. Die elektrische Energie wird einer Batterie entnommen. Die Batterie wird an Ladestationen wieder aufgeladen.

Die Technik eines Batteriefahrzeugs hat heute bereits einen guten Reifegrad erreicht. Die Batterie selbst ist dabei noch das größte Problem, wobei einige Aspekte in der öffentlichen Diskussion ggf. unangemessen bewertet werden:

Batterie

Aufgrund der im Vergleich zu Kraftstoffen immer noch relativ geringen Energiedichte ist eine Batterie großen Volumens und großer Masse notwendig, um Entfernungen von mehreren Hundert Kilometern zu überwinden. Überschlägig kann man bei einem Verbrauch von 15 kWh/100 km und einer Energiedichte von ca. 550 kJ/kg \approx 150 Wh/kg mit 100 kg Batteriemasse pro 100 km Fahrstrecke rechnen. Hinzu kommen allerdings Nebenverbraucher.

Um 2010 wurden für Batterien Kosten von 1000 EUR/kWh kalkuliert. Seitdem sind die Preise nennenswert gefallen. Manche Quellen nennen für 2017 Preise um nur noch 250 EUR/kWh. Dabei ist zwischen den Kosten für die nackten Zellen und für das komplette Batteriesystem zu differenzieren, was nicht immer klar benannt wird. Meist dürften sich die Preisangaben auf die Zellen beziehen.

Das *Batteriesystem* umfasst neben den eigentlichen Zellen die Funktionen: Spannungssymmetrierung der Zellen, thermische Überwachung und Klimatisierung der Zellen, Überwachung und Steuerung des Ladevorgangs, Schutzfunktionen einschließlich Trenner, Anschlüsse, Gehäuse usw. Das allein damit verbundene Know-How sollte nicht unterschätzt werden.

Geht man von 500 EUR/kWh für das Batteriesystem aus, wären pro 100 km Reichweite ca. 7500 EUR zu kalkulieren. Auch bei sinkender Kostentendenz wird daher die Batterie eine der teuersten Komponenten in einem Batteriefahrzeug bleiben, wenn auch die Kosten langsam in auch ökonomisch vertretbare Bereiche gelangen, vgl. die Kalkulation in Abschnitt 7.2.

In diesem Kontext ist es schwierig nachzuvollziehen, warum deutsche Automobilhersteller an der damit verbundenen künftigen Wertschöpfung ambivalentes Interesse zeigen. So baut der Daimler-Konzern zwar die Fertigung von Batterie*systemen* aus (Firma Accumotive). Der Plan einer eigenen Fertigung von Batterie*zellen* (Firma Li-Tec) wurde aber zum Ende 2015 wieder aufgegeben. Die Zellen werden nun als Zulieferteil bezogen. Die maßgeblichen Batteriezell-Produzenten sind derzeit in Fernost beheimatet: Panasonic; Korea: Samsung, LG Chem; China: BYD. Tesla baut derzeit in Kooperation mit Panasonic eine große Batteriefabrik in den USA auf. Die Produktion startete bereits Anfang 2017. BMW hat Ende 2016 angekündigt, eine eigene Zellfertigung aufzubauen, über die jedoch kaum Details bekannt sind.

Die Lebensdauer der Batterie wird in der öffentlichen Diskussion oft als Problem adressiert. Besonders Privatleute schrecken vor hohen Kosten im Schadensfall oder bei vorzeitiger Alterung zurück. Lt. Herstellerangaben sollten heutige Lithium-Ionen-Batterien jedoch eine Lebensdauer besitzen, die ggf. sogar über die Lebensdauer eines Fahrzeugs hinausgeht, so dass bereits Modelle diskutiert werden, wie gebrauchte Fahrzeugbatterien für andere Zwecke genutzt werden können. Neuartige Geschäftsmodelle wie Leasing der Batterie oder Paketangebote von Energiebezug und Batterienutzung könnten die Hemmschwelle für Privatpersonen senken.

Antriebsmotor

Als Antriebsmotor kommen bei Pkws neben permanent erregten Synchronmotoren (PMSM) auch Asynchronmotoren in Betracht. ASM haben zwar eine geringere Drehmoment- bzw. Leistungsdichte als PMSM, so dass ihr Volumen das 2- bis 3-fache desjenigen eines PMSM ausmacht. Andererseits ist der zur Verfügung stehende Einbauraum nicht so stark limitiert wie bei Hybridfahrzeugen, da Schaltgetriebe und Verbrennungsmotor entfallen. Insofern kann dem Elektromotor etwas mehr Platz zugestanden werden. Der ASM ist dem PMSM im Spitzenwirkungsgrad unterlegen, doch lässt sich jener leichter flussschwächen, was sich günstig auf die Verluste im höheren Drehzahlbereich auswirkt. In der Summe kann bei einer geschickten Auslegung der ASM über ein Fahrspiel gemittelt eine ähnliche Effizient wie ein PMSM erreichen. Die Kosten des ASM sind geringer als die des PMSM.

Die Maximaldrehzahl des elektrischen Motors liegt in Batterieals auch in Brennstoffzellenfahrzeugen deutlich höher als die der elektrischen Maschinen in Hybridantrieben, da in der Drehzahlbereich typischerweise diesen durch den Verbrennungsmotor bestimmt wird. Für elektrische Maschinen werden hohe Drehzahlen bevorzugt, da das Motorvolumen ungefähr proportional zur Drehmomentausbeute ist. Um die Leistungsausbeute bei gleichem Volumen zu erhöhen, ist also ein Betrieb bei möglichst hoher Drehzahl wünschenswert. Die Maximaldrehzahlen liegen bei 10.000 bis 12.000/min und mehr. Zwar benötigen elektrische Antriebe keine Getriebe mit mehreren Gängen, doch stellen solche hohen Drehzahl durchaus Herausforderungen für die Getriebekonstruktion dar.

11 Brennstoffzellenfahrzeuge



Bild 11-1: Strukturen von Batterie- und Brennstoffzellenfahrzeug

Das elektrische Antriebssystem eines Brennstoffzellenfahrzeugs ähnelt dem eines Batteriefahrzeugs. Da die Brennstoffzelle dynamisch nicht so schnell dem wechselnden Leistungsbedarf angepasst werden kann und auch für den Aufrüstvorgang wird auch hier eine Batterie benötigt, die allerdings deutlich kleiner als beim Batteriefahrzeug bemessen werden kann. Wegen der belastungsabhängig stark schwankenden Spannung der Brennstoffzelle wird man gegebenenfalls einen Gleichstromsteller zur Entkopplung von Batterie- und Brennstoffzellenspannung vorsehen müssen.

Die Spannung des Brennstoffzellen-Stacks kann – ähnlich wie bei Batterien – durch Reihenschaltung einzelner Zellen passend gewählt werden. Da die Reihenschaltung bei Brennstoffzellen aber durch Stapelung der einzelnen Zellen bewerkstelligt wird (Kapitel 8), ist die maximale Spannung durch den zur Verfügung stehenden Bauraum begrenzt. Daher liegt die Systemspannung (insb. bei Bordnetzstrukturen ohne Gleichstromsteller) typischerweise niedriger (um 300 V) als bei Batteriefahrzeugen.

12 Hybridantriebe

12.1 Serienhybrid



Bild 12-1: Serienhybridantriebe in verschiedenen Varianten

Kennzeichen des Serienhybridantriebs ist die serielle Anordnung der Wandlungsstufen. Die Kette der Wandlungsstufen ist

- Verbrennungsmotor: chemisch \rightarrow mechanisch
- Generator: mechanisch \rightarrow elektrisch
- Gleichrichter: elektrisch \rightarrow elektrisch
- Wechselrichter: elektrisch \rightarrow elektrisch
- Motor: elektrisch \rightarrow mechanisch
- Ggf. Getriebe: mechanisch \rightarrow mechanisch

Eine Speicherung der elektrischen Energie zur Pufferung der Antriebsleistung kann, muss aber nicht Bestandteil des Serienhybrids sein.

Kennzeichen serieller Hybridantriebe sind:

- Die gesamte Leistung muss mehrfach gewandelt werden, dadurch:
- Mäßiger Wirkungsgrad der gesamten Wandlungskette
- *Ohne Speicher* zur Pufferung müssen alle beteiligte Komponenten des seriellen Strangs für das zu bewältigende Leistungsprofil, insbesondere für die Spitzenleistung bemessen werden: Der Antrieb wird teuer und schwer
- *Mit Speicher* brauchen dagegen die Komponenten, die für die Erzeugung elektrischer Energie zuständig sind, nur für die ggf. weit geringere Durchschnittsleistung bemessen zu werden (s. Bild 3-7, Bild 3-8); Verbrennungsmotor, Generator und Gleichrichter können dadurch deutlich kleiner ausfallen.
- Entkopplung von Fahrgeschwindigkeit und Drehzahl des Verbrennungsmotors ermöglicht den Betrieb des Verbrennungsmotors im optimalen Betriebspunkt
- Schaltgetriebe oder hydraulischer Wandler zur Drehzahlanpassung entfällt
- Der Verbrennungsmotor kann zum Anfahren oder bei Schwachlast vollständig abgeschaltet werden.
- Die Bremsleistung kann, sofern ein Speicher vorgesehen ist, rekuperiert werden.

Die mehrfache Energiewandlung resultiert im Allgemeinen in einem bescheidenen Gesamtwirkungsgrad. Bei einem System mit Speicher, bei dem der Verbrennungsmotor lange bei weitgehend konstanter Leistung in seinem günstigsten Arbeitspunkt läuft, können ggf. trotzdem Verbrauchsvorteile erzielt werden.

Auch wenn eine Verbrauchsoptimierung nicht dargestellt werden kann, können andere Gründe für einen Serienhybridantrieb sprechen. Beispiele:

- Bei Doppelgelenkbussen reicht eine angetriebene Hinterachse nicht mehr für die notwendige Traktionsleistung aus. Hiervon abgesehen, ist nur eine angetriebene Achse auch aus Gründen der Fahrdynamik ungünstig. Die mechanische Übertragung der Antriebsleistung auf weitere Achsen über die Gelenke des Busses ist konstruktiv aufwändig und steht einer Niederflur-Konstruktion entgegegen. Bei Anwendung des Serienhybrids kann die Antriebsleistung elektrisch über Kabel verhältnismäßig einfach auf die verschiedenen Achsen verteilt werden. Außerdem gestaltet sich eine gezielte dynamische Verteilung der Antriebskräfte auf die verschiedenen Achsen oder ggf. sogar auf die Räder zum Zwecke der aktiven Beeinflussung der Fahrdynamik (ESP) einfacher.
- Dieselelektrische Züge sind ihrer Struktur nach Serienhybridantriebe. Dadurch werden hydraulische Wandler und Schaltgetriebe überflüssig. Dieselelektrische Züge können außerdem auf elektrifizierten Strecken die Fahrleitung nutzen.
- Große Dieselmotoren wie auf Schiffen lassen sich dynamisch schlecht steuern. Wenn gute Manövrierfähigkeit wie bei Fähren, Kabellegern oder Kreuzfahrtschiffen gefordert ist, bieten sich elektrische Antriebe an. Die elektrische Energie wird durch einen Maschinensatz aus Dieselmotor und Synchrongenerator gewonnen. Die resultierende Struktur ist die eines Serienhybridantriebs. Bei sogenannten Pod-Antrieben (Bild 12-3), bei denen der Antrieb in eine drehbare Gondel unterhalb des Hecks integriert ist, ermöglicht erst der elektrische Antrieb diese Art der Konstruktion.



Bild 12-2: Hybridfahrzeuge erobern neue Einsatzbereiche



Bild 12-3: Pod-Schiffsantrieb

12.2 Parallelhybrid

Der parallele Hybridantrieb zeichnet sich durch parallele Leistungspfade aus. Die mehrfache Energiewandlung wie beim Serienhybrid wird vermieden. Elektrische Antriebe können den Verbrennungsmotor geeignet unterstützen. Typischerweise trifft man im parallelen Hybridantrieb nur eine elektrische Maschine an. Anders als beim Serienhybridantrieb, bei dem die Speicherung elektrischer Energie optional ist, ist beim Parallelhybrid ein Speicher für die Funktion zwingend notwendig.

Starter-Generator-Systeme, bei denen die beiden elektrischen Aggregate des Starters und des Generators einer herkömmlichen verbrennungsmotorischen Antriebs in einer einzigen Maschine vereint werden, stellen bereits eine parallele hybride Antriebsstruktur, wenn auch mit geringer elektrischer Leistung, dar (mild hybrid). Der Starter-Generator wird für eine Leistung im Bereich 3-5 kW ausgelegt. Neben den beiden ursprünglichen Funktionen kann er den Verbrennungsmotor ggf. beim Antrieb unterstützen. Bei Starter-Generator-Systemen ist die DC-Spannung häufig noch 12V.



Bild 12-4: Verschiedene Varianten paralleler Hybridantriebe

Kennzeichen paralleler Hybridantriebe sind:

- Die Komponenten müssen nicht alle für die Gesamtleistung bemessen werden. Sowohl der elektrische, als auch der verbrennungsmotorische Antrieb können für eine reduzierte Leistung ausgelegt werden.
- Ein Speicher ist unbedingt erforderlich
- Der Verbrennungsmotor kann zum Anfahren oder bei Schwachlast vollständig abgeschaltet werden.
- Zur Drehzahlanpassung ist wie beim konventionellen Antrieb ein Schaltgetriebe oder ein CVT notwendig.
- Die Bremsleistung kann rekuperiert werden, ggf. wegen der geringeren Bemessungsleistung der elektrischen Komponenten, insbesondere bei Starter/Generator-Systemen nur teilweise.

12.3 Leistungsverzweigte Hybridantriebe

Der Split-Hybrid oder leistungsverzweigte Hybridantrieb zeigt sowohl parallele als auch serielle Energiewandlungswege. Es sind verschiedene Varianten anzutreffen, die sich durch Anordnung der elektrischen Maschinen und Getriebe unterscheiden. Typischerweise finden sich wie beim seriellen Hybridantrieb zwei elektrische Maschinen. Eine Batterie zur Pufferung der elektrischen Energie wird ebenso eingesetzt. Hier kommen fast ausschließlich Nickel-Metall-Hybrid-Batterien mit einer Spannung im Bereich um 250-300 V zum Einsatz.

Ein gutes Beispiel ist der Antrieb des Toyota Prius (Struktur nach Bild 12-5 links).



Bild 12-5: Strukturvarianten leistungsverzweigter hybrider Antriebe



Bild 12-6: Toyota Prius



Bild 12-7: Antrieb des Toyota Prius Quelle: Toyota



Bild 12-8: Planetengetriebe des Toyota Prius I, Zahnzahlen: $z_1 = 30$, $z_2 = 23$, $z_3 = 78$


Bild 12-9: Schnittskizze des Getriebes mit den beiden elektrischen Maschinen. Der Verbrennungsmotor ist mit dem Steg der Planetenräder verbunden (ω_2), die elektrische Maschine E1 mit dem Sonnenrad (ω_1), die Elektrische Maschine E3 mit der Welle des Hohlrades (ω_3).

Zentrales Element des Antriebs ist ein Planetengetriebe, welches den Verbrennungsmotor, eine Permanentmagnet-Synchronmaschine E1 und den eigentlichen Getriebeabtrieb koppelt, welcher über das Ausgleichsgetriebe direkt ohne weitere Schaltstufen mit den Rädern verbunden ist. Auf der Abtriebsseite ist eine weitere Permanentmagnet-Maschine E3 angeordnet (die Nummerierung E1 und E3 folgt den Indizes der Getriebewellen, eine elektrische Maschine E2 gibt es nicht). Die beiden elektrischen Maschinen werden durch Umrichter gespeist, die über einen Gleichspannungs-Bus an die Batterie angeschlossen sind. Beim Prius II ist zwischen DC-Bus und Batterie noch ein DC-DC-Steller vorgesehen, der die Umrichterspannung gegenüber der Batteriespannung anheben kann.

Aufgrund der Zahnzahlen des Planetengetriebes ergibt sich für die Drehmomente in Abhängigkeit des verbrennungsmotorischen Drehmoments $T_{VM} = T_2$

$$\frac{T_1}{T_2} = -\frac{z_1}{z_1 + z_3} = -\frac{30}{30 + 78} = -0,2778$$
$$\frac{T_3}{T_2} = -\frac{z_3}{z_1 + z_3} = -\frac{78}{30 + 78} = -0,7222$$

D. h. 72 % des Drehmoments werden direkt an die Abtriebswelle weitergegeben, nur 28% gelangen zur Permanentmagnet-Maschine. Diese Drehmomentverhältnisse sagen natürlich noch nichts über die übertragenen Leistungen aus die sich erst über die Drehzahlverhältnisse bestimmen.

Die Drehzahl ω_3 ist der Fahrgeschwindigkeit v proportional. Diese kann für die Rückwärtsfahrt auch negativ werden. Das Drehmoment des Getriebes kann sich aufgrund der obigen Erläuterung aber nicht umkehren, was aber für die Rückwärtsfahrt notwendig ist. Das heißt, dass Verbrennungsmotor und Planetengetriebe für die Rückwärtsfahrt keinen Beitrag leisten können. Das negative Drehmoment kann also nur mit der Maschine E3 erzeugt werden, die sich dazu aus der Energie der Batterie bedienen muss.



Bild 12-10: Bewerkstelligung der Anpassung zwischen Drehzahl des Verbrennungsmotors und Fahrgeschwindigkeit

- 1: Anfahren mit Verbrennungsmotor,
- 2: Fahrt mit mittlerer Geschwindigkeit und geringem Leistungsbedarf
- 3: Fahrt mit der gleichen Geschwindigkeit, aber höherem Leistungsbedarf
- 4: Fahrt mit höherer Geschwindigkeit und geringem Leistungsbedarf
- 5: Fahrt mit maximaler Geschwindigkeit und maximaler Leistung

In den Fahrsituationen 1, 2, 3 wird vom Getriebe Leistung an den elektrischen Antrieb E1 abgegeben, dieser arbeitet also im generatorischen Betrieb. E1 gibt diese entweder an die Batterie oder an E3 weiter.

In den Fahrsituationen 4 und 5 arbeitet E1 motorisch, die dafür notwendige Leistung muss der Batterie entnommen oder von E3 bereitgestellt werden. Im letzten Fall fließt die Leistung im Kreis.



Bild 12-11: Elektrisches Anfahren und Umschaltung in den hybriden Betrieb

- 1: Anfahren mit elektrischem Antrieb E3, Drehzahl des Verbrennungsmotors wird durch passende Wahl der Drehzahl von E1 bei null gehalten. Da der Verbrennungsmotor kein Drehmoment erzeugt, dreht auch E1 ohne Drehmoment nur im Leerlauf.
- 2: Höhere Fahrtgeschwindigkeit, n_1 wird passend verstellt.
- 3: E1 (n_1) wird auf Drehzahl Null oder ggf. positive Drehzahl gebracht, wodurch der Verbrennungsmotor gestartet wird. Beim Zuschalten des Verbrennungsmotors wird das Drehmoment der von E3 derart reduziert, so dass das Gesamtdrehmoment konstant bleibt und kein Ruck verursacht wird.
- 4: Rückwärtsfahrt allein mit Antrieb E3; über das Planetengetriebe werden keine Drehmomente und Leistungen übertragen

13 Bordnetz

Das elektrische Bordnetz selbst eines konventionellen verbrennungsmotorischen Fahrzeugs ist heutzutage recht aufwändig. Viele Nebenaggregate sind aufgrund der besseren Steuerbarkeit nicht mehr mechanisch, pneumatisch oder hydraulisch mit dem Verbrennungsmotor gekoppelt, sondern werden elektrisch angetrieben, z.B. Klimaanlage, Wasserpumpen, Kühler-Ventilator, Servolenkung usw. Allein für solche Nebenaggregate werden – je nach Fahrzeugausstattung – ca. 2 bis 5 kW elektrische Leistung benötigt, die vom Generator bereitgestellt werden muss.

Das bisherige 12 V-Bordnetz stößt bei solchen Leistungen aufgrund der notwendigen Kabelquerschnitte an Grenzen. Es zeichnet sich ab, dass leistungsstarke elektrische Nebenaggregate künftig über ein Spannungsniveau von 48 V gespeist werden (Bild 13-2, links). Starter und Generator, ggf. dann in einem Aggregat vereint, sowie die Starterbatterie werden dann konsequenterweise auf der 48 V-Ebene angeordnet.⁹

Die Spannung von 48 V liegt noch im Kleinspannungsbereich bis 60 V, die auch bei direkter Berührung spannungsführender Leiter als ungefährlich gilt. Da man auch Überspannung berücksichtigen muss, wird mit einem Nennwert von 48 V der mögliche Bereich praktisch vollständig genutzt, siehe Bild 13-1.





Da sehr viele elektrische Komponenten im Fahrzeug aber auf 12 V ausgelegt sind, wird es auf lange Zeit beide Spannungsebenen in Fahrzeugen geben, weshalb ein Spannungswandler erforderlich wird, über den die 12°V-Ebene mit elektrischer Energie versorgt wird. Diverse sicherheitsrelevante Aggregate wie Steuergeräte werden aber über die Kleinspannung von 12 V gespeist, weshalb die 12 V-Batterie weiterhin unerlässlich ist. Sie muss nun aber nicht mehr als Starterbatterie ausgelegt werden.

⁹ Vgl. ZVEI, Spannungsklassen in der Elektromobilität, Dez. 2013

Während mit dem konventionellen 12 V-Bordnetz womöglich noch eine kleine unterstützende elektrische Fahrfunktion eines Smart-Hybrids realisiert werden kann (Bild 13-2, zweites Teilbild von links), ist ab einigen kW Leistung wenigstens eine 48 V-Versorgung notwendig (drittes Teilbild). Selbst wenn vom Gesichtspunkt der Auslegung des elektrischen Antriebs eine höhere Spannung als 48 V sinnvoll sein sollte, wird man den Kleinspannungsbereich nicht ohne große Not verlassen, denn eine Spannung oberhalb der Kleinspannungsgrenze erfordert deutlich aufwändigere Schutzmaßnahmen und auch eine zusätzliche Ausbildung des in Fertigung und Wartung tätigen Personals.

Für Full-Hybridantriebe und rein elektrische Fahrantriebe mit elektrischen Bemessungen im Bereich einiger 10 kW reichen auch 48 V nicht mehr aus. Die Systemspannung solcher Fahrzeuge liegt typischerweise in der Größenordnung von 300 V bis 600 V, wobei sich ein Hersteller-übergreifender Standard noch nicht abzeichnet (Bild 13-2, rechts). In der Automobilbranche hat sich für diesen Spannungsbereich der Begriff *Hochvolt* etabliert, obwohl es sich nach den Begriffen der elektrischen Energietechnik um *Niederspannung* handelt.

Die 12 V- und die 48 V-Ebenen werden über Spannungswandler aus der Hochvolt-Ebene versorgt. Die Minuspotenziale des 12 V- und auch des 48 V-Systems werden üblicherweise mit dem Fahrzeugchassis verbunden, aus Sicherheitsgründen nicht jedoch beim Hochvoltsystem. Daher müssen die Spannungswandler zwischen 12 V bzw. 48 V und dem Hochvolt-System potenzialtrennend ausgeführt werden (gekennzeichnet durch den Doppel-Querstrich im Wandersymbol). Ähnliches gilt für den Ladewandler. Beim Laden wird das Fahrzeugchassis mit Schutzerde (PE-Leiter) verbunden.



Bild 13-2: Übersicht über Bordnetzstrukturen in den verschiedenen Fahrzeugkategorien

14 Elektrische Wandler

In den Bordnetzstrukturen nach Bild 13-2 wird deutlich, dass an verschiedenen Stellen elektrische Wandler zur Umformung der verschiedenen Spannungssysteme benötigt werden. Im Einzelnen sind dies:

- *Gleichstromwandler* zwischen den verschiedenen Bordnetzspannungen, ggf. auch zur Ankopplung von elektrischen Speichern wie Doppelschichtkondensatoren
- *Wechselrichter* zur Speisung elektrischer Maschinen, in der Regel Drehstrommaschinen
- *Gleichrichter* als Ladewandler zur Ladung Batterien aus dem Stromnetz

Außerdem sind diese Wandler danach zu charakterisieren, ob sie

- uni- oder bidirektionalen Leistungsfluss ermöglichen, und ob sie
- potenzialtrennend oder nicht ausgeführt werden.



Bild 14-1: Symbole verschiedener Spannungswandler

Wie schon im Kapitel 13 erläutert, benötigt man zwischen den Kleinspannungsnetzen und einem Hochvoltnetz sowie für das Ladegerät potenzialtrennende Wandler, während dies zwischen 12 V und 48 V nicht erforderlich ist. Potenzialtrennung ist ebenfalls nicht erforderlich für den den Motor speisenden Wechselrichter.

Die Frage, ob ein uni- oder bidirektionaler Wandler benötigt wird, kann nicht für jeden Fall generell beantwortet werden, sondern hängt von den detaillierten Spezifikationen ab, beispielsweise:

• Ein Ladewandler arbeitet im Normalfall unidirektional als Gleichrichter. Um aber Konzepte zu realisieren, das Stromnetz bei Engpässen mit Hilfe der Fahrzeugbatterien zu stützen (*vehicle to grid*), müssten die Ladewandler bidirektional ausgeführt werden.

- Der Motor-Wechselrichter ermöglicht ohnehin bidirektionalen Leistungsfluss, so dass für rekuperierendes Bremsen keine zusätzliche Ausstattung erforderlich ist.
- Zur Ankopplung eines Doppelschicht-Kondensators an das Bordnetz wird prinzipbedingt ein bidirektionaler Wandler benötigt. Gleiches gilt, falls die Batterie aus Gründen einer genaueren Spannungshaltung nicht direkt mit dem Bordnetz, sondern über einen Wandler mit diesem verbunden wird.
- Bidirektionale Gleichspannungswandler zwischen den verschiedenen Bordnetzen kommen ggf. aus Gründen der Redundanz zum Einsatz. Meist werden aber unidirektionale Wandler als ausreichend angesehen.

14.1 Gleichspannungswandler

Der einfachste Wandler ist der Tiefsetzsteller nach Bild 14-2. Der Transistor wird schaltend, also pulsweitenmoduliert, betrieben; d.h. entweder sperrt er oder er wird vollständig durchgesteuert, so dass nur eine geringe Durchlassspannung an diesem abfällt. Aufgrund der schaltenden Arbeitsweise ist eine durch eine Stellerdrossel bereit gestellte Induktivität *L* zur Glättung des Ausgangsstroms obligatorisch. Im Schaltbild wurde ein unspezifisches Transistor-Symbol verwendet. Im Spannungsbereich bis zu einigen 100 V werden typischerweise MOSFET eingesetzt, für Spannungen oberhalb von rund 400 V werden derzeit eher IGBT (*isolated gate bipolar transistor*) bevorzugt. Über das Tastverhältnis *D* des Transistors, welches als Verhältnis der Einschaltzeit zur gesamten Schaltperiode definiert ist, lässt sich das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsspannung steuern (wobei wir den sogenannten Lückbetrieb ausschließen):

Bild 14-2: Tiefsetzsteller

Typische Wirkungsgrade liegen zwischen 90 und 95%. Offensichtlich sind bei diesem Steller die Potenziale von Eingang und Ausgang galvanisch verbunden. Außerdem kann der Steller die Leistung nur unidirektional umformen.

Dieser Steller kann zu einem bidirektionalen Steller erweitert werden, indem dem Transistor eine antiparallele Diode und der Diode ein Transistor parallel geschaltet werden wie in Bild 14-3 gezeigt. Zu beachten ist, dass ein MOSFET ohnehin eine intrinsische Diode beinhaltet, weshalb also nur zwei MOSFET-Bauelemente erforderlich sind. Eine Realisierung mit IGBT erfordert dagegen neben den Transistoren separate Dioden, die aber auch in einem Modul integriert sein können. In der Standard-Betriebsweise werden die beiden Transistoren komplementär angesteuert: Ist T₁ eingeschaltet, wird T₂ ausgeschaltet und umgekehrt. Auf diese Weise sind auch negative Ströme und somit eine Umkehrung des Leistungsflusses möglich. Versteht man D weiterhin als Tastverhältnis des oberen Transistors (das des unteren ist dazu komplementär), bleibt die Beziehung (14.1) auch für diesen Wandler gültig. Normalerweise bezeichnet man diesen Steller nicht mehr als Tiefsetzsteller, da er bei umgekehrtem Leistungsfluss die niedrige Spannung zur höheren *hochsetzt*. Daher spricht man besser von einem bidirektionalen Gleichstromsteller. Allerdings muss die Spannung U_2 weiterhin kleiner oder gleich U_1 sein, wobei man bei umgekehrtem Verhältnis die Klemmen natürlich auch vertauschen kann.

 U_1 T_2 U_2 U_2

 i_1

Bild 14-3: Bidirektionaler Gleichstromsteller

Bei den Strukturen nach Bild 14-2 und Bild 14-3 sind Ein- und Ausgang über eine gemeinsame Masse galvanisch verbunden. Diese Steller könnten also als Wandler zwischen dem 12 V und dem 48 V-Bordnetz mit gemeinsamer Masse eingesetzt werden, wegen der erforderlichen Potenzialtrennung aber nicht zwischen dem Hochvolt- und dem 48 V-Bordnetz. Auch wenn es diese Forderung nicht gäbe, wäre der Steller für diesen Einsatz nicht die beste Empfehlung, da ein Spannungsverhältnis von rund 1:10 in einem entsprechenden Tastverhältnis resultiert. Das hieße, der obere Transistor – bzw. bei inversem Stromfluss die obere Diode - wäre nur für sehr kurze Pulse eingeschaltet, was zu einer ungünstigen Auslegung der Schaltung und letztlich auch zu einem mäßigen Wirkungsgrad führt.

Ein *potenzialtrennender* Gleichstromwandler wird über Wechselrichtung der Gleichspannung, Transformation der Wechselspannung mittels eines Transformators und nachfolgender Gleichrichtung realisiert. Über das Windungszahlverhältnis des Transformators können dann auch stark unterschiedliche Spannungsverhältnisse bewältigt werden, Bild 14-4.



Bild 14-4: Unidirektionaler potenzialtrennender Gleichstromsteller: Die phasengesteuerte Vollbrücke

Die Transistoren T₁ und T₂ werden üblicherweise nicht pulsweitenmoduliert, sondern in Grundschwingungstaktung betrieben, wodurch ein rechteckförmiger Spannungsverlauf entsteht. Gleiches gilt für den zweiten Brückenzweig mit T₃ und T₄. Durch Phasenverschiebung dieser beiden rechteckförmigen Spannungen wird die Form der Differenzspannung u_s und somit auch die Ausgangsspannung verstellt. Daher wird diese Schaltung auch als *phasengesteuerte Vollbrücke* bezeichnet. Bei passenden Betriebsbedingungen können die Transistoren noch während der Leitphase der antiparallelen Dioden eingeschaltet werden, was man als Nullspannungsschalten (Zero-Voltage Switching) bezeichnet, wodurch die Einschaltverluste erheblich reduziert werden. Der Wechselrichter wird bei einigen 10 kHz bis 100 kHz betrieben, um die Baugröße des Transformators zu minieren. Auf der Sekundärseite werden Strom bzw. Spannung durch eine Diodenbrücke gleichgerichtet und mit einem Filter geglättet.

Ein Abkömmling der phasengesteuerten Vollbrücke entsteht, indem ein Kondensator in den Primärkreis eingefügt wird, der einen Teil der sonst vom Wechselrichter bereitzustellenden induktiven Blindleistung übernimmt, Bild 14-5. Dadurch entsteht ein Resonanzkreis, dessen frequenzabhängiges Übertragungsverhalten geschickt ausgenutzt werden kann, um durch Verstimmung der Schaltfrequenz das gewünschte Spannungsübersetzungsverhältnis einzustellen, so dass man nicht mehr (allein) auf die Phasensteuerung angewiesen ist. Diese Art Wandler wird als sogenannter Resonanzkonverter bzw. spezifischer als LLC-Konverter bezeichnet. Der Name bezieht sich darauf, dass im Resonanzkreis zwei Induktivitäten (die der Drossel zusammen mit der Streuinduktivität des Transformators sowie dessen Hauptinduktivität) und eine Kapazität wirken. Derartige Konverter werden mittlerweile für viele industrielle Aufgaben eingesetzt. Sie erreichen höchste Wirkungsgrade von 95 bis über 97%.



Bild 14-5: Unidirektionaler potenzialtrennender Gleichstromsteller: Der Serienresonanz- oder LLC-Konverter

Für einen *bidirektionalen potenzialtrennenden* Wandler wird der passive sekundärseitige Gleichrichter der phasengesteuerten Vollbrücke nach Bild 14-4 durch eine aktive Schaltung ersetzt. Der primärseitige Teil der Schaltung erlaubt ohnehin bidirektionalen Leistungsfluss und muss nicht verändert werden. Das Ergebnis ist eine aktive Doppel-Vollbrücke (Dual Active Bridge) nach Bild 14-6.



Bild 14-6: Bidirektionaler potenzialtrennender Gleichstromsteller: Die aktive Doppel-Vollbrücke (Dual Active Bridge)

14.2 Wechselrichter

Zur Speisung von Drehstrommotoren aus einer Gleichspannungsquelle werden *Wechselrichter* benötigt. Im Prinzip können diese als dreiphasige Ausführung des bidirektionalen Gleichstromstellers nach Bild 14-3 verstanden werden, siehe Bild 14-7. Allerdings muss hier keine separate Stellerdrossel vorgesehen werden, da die notwendige Induktivität zur ausgangsseitigen Stromglättung durch den Motor selbst beigesteuert wird.

Dieser Wechselrichter ist per se rückspeisefähig; er muss dazu nicht besonders ertüchtigt werden. Umgekehrt ist aber im Fall nicht erforderlicher Rückspeisung auch keine Vereinfachung möglich, denn bei einem Drehstrommotor muss der Umrichter wegen der zwischen Spannung und Strom auftretenden Phasenverschiebung ohnehin jede der möglichen Vorzeichenkombinationen von Strom und Spannung beherrschen.

Die erreichbaren Wirkungsgrade liegen heute in der Größenordnung von 90 bis 95%, was aber stark vom Betriebspunkt abhängt. Bei Teillast liegt der Wirkungsgrad unter Umständen deutlich unter diesen Werten.

Offensichtlich ist die maximal mögliche Amplitude der Außenleiterspannung durch die den Wechselrichter speisende Gleichspannung bestimmt. Da Bemessungsgrößen für Drehstromkomponenten üblicherweise als Effektivwerte angegeben werden, gilt.

$$U_{\max} = \frac{U_{\rm DC}}{\sqrt{2}} \tag{14.2}$$



Bild 14-7: Dreisträngiger Wechselrichter mit IGBT (oben) oder MOSFET (unten)



Bild 14-8: Dreiecksmodulation für einen dreisträngigen Wechselrichter

Wie der ursprüngliche Tiefsetzsteller wird auch der Wechselrichter pulsweitenmoduliert betrieben, nur dass hier das Tastverhältnis entsprechend der gewünschten Ausgangsfrequenz periodisch verstellt wird. Dies wird durch eine sogenannte Dreiecksmodulation bewältigt wie in Bild 14-8 gezeigt: Die sinusförmigen Spannungssollwerte werden auf die Gleichspannung $U_{\rm DC}$ normiert und mit einem dreiecksförmigen Modulationsträger verglichen. Ist die jeweilige normierte Spannung größer als der Modulationsträger, wird im entsprechenden Wechselrichterstrang der obere Transistor eingeschaltet, andernfalls der untere, was durch die Stellbefehle s_a , s_b , s_c angezeigt wird.

14.3 Gleichrichter

Da der Wechselrichter nach Bild 14-7 bidirektionalen Leistungsfluss erlaubt, könnte er durch Tauschen von Ein- und Ausgang direkt als Drehstrom-Gleichrichter für ein Batterie-Ladegerät eingesetzt werden. In diesem Fall sind dann jedoch Stellerdrosseln vorzusehen, siehe Bild 14-9. Nach einem Vorschlag kann als Stellerdrossel der Motor und als Gleichrichter sogar der Motor-Wechselrichter verwendet werden, da beim Laden diese Komponenten inaktiv wären und anderweitig genutzt werden könnten. Das erforderte aber aufwändige Zuleitungen zum Motor – nun 6 statt der 3 Kabel - und Umschaltvorrichtungen, was den Vorteil dieser Idee schmälert.

Aufgrund der Beschränkung nach (14.2) muss die Batteriespannung jedoch größer als $\sqrt{2} U_N$, also bei $U_N = 400 \text{ V}$ größer als 566 V sein, was auch bei entladener Batterie mit geringer Spannung einzuhalten ist. Bei einem einphasigen Gleichrichter und 230 V Netzspannung liegt diese Grenze entsprechend bei 326 V. Außerdem muss damit gerechnet werden, dass die Netzspannung im Rahmen der betriebsmäßigen Schwankungsbreite sogar über dem Nennwert liegen kann.



Bild 14-9: Dreiphasiger und einphasiger Gleichrichter (bidirektional)

In jedem Fall schränkt diese Bedingung die mögliche Wahl der Batteriespannung auf recht hohe Werte ein. Hinzu kommt, dass üblicherweise eine Potenzialtrennung für das Ladegerät vorgeschrieben wird. Aus diesen beiden Gründen wird ein Ladegleichrichter typischerweise zweistufig mit einem Gleichrichter und einem nachfolgenden potenzialtrennenden Gleichstromsteller aufgebaut wie Bild 14-10 zeigt. Die Alternative, Potenzialtrennung und Spannungsanpassung über einen Netztransformator zu bewerkstelligen, kommt wegen der aus der geringen Netzfrequenz resultierenden immensen Baugröße des Transformators nicht wirklich in Betracht.



Bild 14-10: Zweistufiger potenzialtrennender Ladegleichrichter

Als Gleichstromsteller kann eine der zuvor besprochenen potenzialtrennenden Topologien verwendet werden, als PFC-Gleichrichter die in Bild 14-9 gezeigten Strukturen. Das Attribut *PFC* steht für *power factor correction* bzw. *power factor compensation* und weist darauf hin, dass dieser Gleichrichtertyp nur eine geringe Verschiebungs- und Verzerrungsblindleistung verursacht im Gegensatz zu den früher oft eingesetzten Diodengleichrichtern, die nach heutigen EMV-Normen (z. B. EN 61000-3-2) nicht mehr an öffentliche Netze angeschlossen werden dürfen, zumindest ohne ein aufwändiges Netzfilter.

Die Maximalleistung einphasiger Netzanschlüsse liegt normalerweise bei 3,7 kW. Leistungsstärkere Bord-Ladegeräte sind dreiphasig; sie sollen aber auch mit einphasigen Ladepunkten zurechtkommen. Daher werden ggf. drei einphasige Gleichrichter-Module vorgesehen wie in Bild 14-11, die je nach Fall entweder an drei Netzphasen oder aber auch parallel geschaltet an nur einer oder zwei Phasen betrieben werden können. Zwar könnte auch die dreiphasige Variante nach Bild 14-9 links im Bedarfsfall einphasig betrieben werden, doch bliebe dann einer der drei Umrichterstränge ungenutzt.





Bild 14-11: Dreiphasiger modularer Ladegleichrichter

Mit den dargestellten Strukturen können rückspeisefähige Ladegleichrichter aufgebaut werden (vehicle to grid). Wird auf die Rückspeisefähigkeit verzichtet, kann ein unidirektionaler Gleichstromsteller gewählt und auch der PFC-Gleichrichter vereinfacht werden. Ein nur unidirektional umformender einphasiger PFC-Gleichrichter besteht typischerweise aus einer netzseitigen Diodenbrücke und einem nachfolgenden Hochsetzsteller, was als reduzierte Ausführung der Variante nach Bild 14-9 rechts verstanden werden darf. Diese Schaltung setzt voraus, dass Netzstrom und -spannung in Phase sind, was im Normalfall erwünscht ist. Der Betrieb mit einem bestimmten Phasenwinkel, z.B. zur Blindleistungskompensation und Netzspannungsstützung ist damit nicht möglich.



Bild 14-12: Einphasiger unidirektionaler PFC-Gleichrichter

14.4 Induktive Ladewandler

Gilt es, elektrische Energie berührungslos zu übertragen, kann ein Transformator mit konstruktiv getrennten Primär- und Sekundärspulen eingesetzt werden. Man spricht von induktiver Übertragung. Die Strukturen nach Bild 14-4, Bild 14-5, Bild 14-6 können dazu als Ausgangpunkt dienen, wobei der dortige Transformator mit Kern dann durch getrennte Spulen zu ersetzen ist. Hierbei dürften bestimmte Grenzwerte der magnetischen und elektrischen Felder nicht überschritten werden, um Katzen nicht zu gefährden. Typischerweise setzt man sowohl primär- als auch sekundärseitig Kondensatoren zur Blindleistungskompensation ein, siehe Bild 14-13. In der Ladestation muss natürlich außerdem ein Netzgleichrichter vorgesehen werden.



Bild 14-13: Berührungslose induktive Energieübertragung

15 Elemente der Optimierung

15.1 Parameter und Zielfunktion

Ein Vektor von Parametern

$$\boldsymbol{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n) \in P \tag{15.1}$$

bestimme den Wert einer skalaren Zielfunktion:

$$Q = Q(\mathbf{p}) \tag{15.2}$$

Das Ziel einer Optimierung ist es, die Zielfunktion durch Wahl eines geeigneten Parametersatzes aus der zulässigen Menge $p \in P$ zu minimieren.

$$Q = Q(\mathbf{p}) \to \min \tag{15.3}$$

Häufig liegt der Fall vor, dass verschiedene Zielfunktionen

$$q_i = q_i(\boldsymbol{p}) \tag{15.4}$$

gleichzeitig zu berücksichtigen sind. Durch Wahl von Gewichtsfaktoren α_i kann dieses Problem auf eine skalare Zielfunktion zurückgeführt werden:

$$Q(\boldsymbol{p}) = \sum_{i} \alpha_{i} q_{i}(\boldsymbol{p})$$
(15.5)

15.2 Empfindlichkeitsanalyse

Durch Bildung der partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial Q}{\partial p_k}(\boldsymbol{p}) \tag{15.6}$$

lässt sich untersuchen, wie empfindlich die Zielfunktion auf Veränderung eines Parameters reagiert. Die Zusammenfassung der partiellen Ableitungen in einem Vektor ist der Gradient der Zielfunktion:

$$\nabla Q = \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{p}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{p}_1} \\ \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{p}_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{p}_n} \end{bmatrix}$$
(15.7)

Wenn es sich um Parameter unterschiedlicher physikalischer Dimension oder Skalierung handelt, ist ein numerischer Vergleich der partiellen Ableitungen wenig sinnvoll, um die Empfindlichkeit der Zielfunktion in Bezug auf verschiedene Parameter zu bewerten. Dies kann durch Einführung dimensionsloser Empfindlichkeitsmaße

$$\varepsilon_k = \frac{\partial Q}{\partial p_k} \frac{p_k}{Q} \tag{15.8}$$

besser beurteilt werden.

15.3 Pareto-Optimalität

Das Konzept nach Pareto wird auf Optimierungsprobleme mit mehreren zu minimierenden Zielfunktionen

$$q_i = q_i(\boldsymbol{p}) \tag{15.9}$$

angewendet. Diese werden nicht durch Wahl passender Gewichtungen auf eine Gesamtzielfunktion abgebildet, sondern bleiben zunächst gleichberechtigt nebeneinander stehen. Dies ist insbesondere in einer Entwurfsphase sehr hilfreich, wenn es noch schwerfällt, die Wichtigkeit der verschiedenen Ziele quantitativ zueinander in Beziehung zu setzen.

Aufgabe ist, möglichst alle Zielfunktionen simultan zu minimieren:

$$q_i = q_i(\boldsymbol{p}) \to \min \tag{15.10}$$

Um dies begrifflich zu fassen, wird Folgendes definiert:

Ein Punkt $p_1 \in P$ dominiere einen anderen Punkt $p_2 \in P$, wenn für alle i

$$q_i(\boldsymbol{p}_1) \le q_i(\boldsymbol{p}_2) \tag{15.11}$$

und für mindestens ein i

$$q_i(\boldsymbol{p}_1) < q_i(\boldsymbol{p}_2) \tag{15.12}$$

gilt (p_1 sei also in mindestens einer Zielfunktion besser als p_2).

Ein Punkt $p \in P$ heißt *Pareto-optimal*, wenn es keine anderen Punkte gibt, die ihn dominieren.

Im Allgemeinen wird es nicht nur einen einzigen Pareto-optimalen Punkt geben, sondern eine Menge optimaler Punkte: Die Menge aller Pareto-optimalen Punkte p heißt *Pareto-Menge*. Diese wird auch als Menge der optimalen Kompromisse bezeichnet.



Bild 15-1: Pareto-Menge am Beispiel zweier Parameter und zweier Zielfunktionen

Die Pareto-Optimierung führt zu einer Menge von optimalen Kompromissen. Die Auswahl, welcher Punkt der Pareto-Menge nun verwendet werden soll, wird dadurch nicht getroffen. Der Vorteil des Konzepts der Pareto-Optimierung liegt darin, dass zunächst einmal sichtbar wird, welche Kompromisse überhaupt möglich sind und dass auf Grundlage dieser Einsicht dann eine Entscheidung getroffen werden kann. Die einzielige Optimierung mit vorab gewählten Gewichtsfaktoren liefert zwar auch einen, aber nur einen Punkt der Pareto-Menge, aber sie gestattet keinen Einblick, wie sich die optimale Lösung in der Nähe dieses Punktes verändert. Anhand der Pareto-Menge könnte man beispielsweise erkennen, dass eine erhebliche Verbesserung einer Zielfunktion möglich ist, wenn bei einer anderen vielleicht nur geringe Abstriche gemacht werden müssen.

Die Pareto-Menge kann, sofern diese konvex ist, durch systematische Variation der Gewichtsfaktoren der Einziel-Optimierung ermittelt werden, doch gibt es leistungsfähigere numerische Verfahren u. a. auf Basis genetischer Algorithmen.



Bild 15-2: Vergleich der einzieligen Optimierung mit festen Gewichtsfaktoren mit der Pareto-Optimierung

16 Die thermodynamischen Potenziale

Kurzes Repetitorium der thermodynamischen Potenziale *Energie*, *freie Energie*, *Enthalpie*, *freie Enthalpie* sowie der *Entropie*:

Die generalisierten Koordinaten

 q_1, q_2, \dots, q_n

werden als Zustandsgrößen oder ihre Gesamtheit als Zustandsvektor bezeichnet, wenn durch diese Koordinaten $q_i(t)$ der Zustand eines Systems, also alle Eigenschaften des Systems zu einem Zeitpunkt *t eindeutig* beschrieben werden. Zustandsfunktionen sind Funktionen, die nur von den Zustandsgrößen abhängen:

$$y = g(q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t))$$
(16.1)

Die zeitliche Änderung einer Zustandsfunktion wird durch die totale Zeitableitung

$$\dot{y} = \dot{q}_1 \frac{\partial g}{\partial q_1} + \dot{q}_2 \frac{\partial g}{\partial q_2} + \dots + \dot{q}_n \frac{\partial g}{\partial q_n}$$
(16.2)

beschrieben. Wird mindestens zweimalige stetige Differenzierbarkeit vorausgesetzt, was bei physikalisch-technischen Systemen in der Regel angenommen werden kann, folgen die sogenannten Reziprozitätsregeln aus der Vertauschbarkeit der Differenziationsreihenfolge:

$$\frac{\partial^2 g}{\partial q_i \partial q_j} = \frac{\partial^2 g}{\partial q_j \partial q_j}$$
(16.3)

Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik (die Energieerhaltung):

Die Energie in einem abgeschlossenen System ist eine Erhaltungsgröße. Wird aber dem System von außen Leistung zugeführt, gilt die Energiebilanz

$$\dot{E} = P \tag{16.4}$$

wobei die zugeführte Leistung elektromagnetischer, mechanischer und thermischer Natur sein kann:

$$P = P_{el} + P_{me} + P_{th} \tag{16.5}$$



Bild 16-1: Zur Energiebilanz eines Systems

Darüber hinaus werde postuliert, dass die Energie E eine Zustandsfunktion sei. Die Energie zu einem Zeitpunkt E(t) möge sich also allein als Funktion der generalisierten Koordinaten $q_i(t)$ ausdrücken lassen. Es sei also unerheblich, durch welche vergangenen Vorgänge das System in den momentanen Zustand gelangt ist, es komme nur auf diesen momentanen Zustand an. Aus dieser Prämisse folgt zwangsläufig

$$\dot{E} = \dot{q}_1 \frac{\partial E}{\partial q_1} + \dot{q}_2 \frac{\partial E}{\partial q_2} + \dots + \dot{q}_n \frac{\partial E}{\partial q_n} = P = P_{el} + P_{me} + P_{th}$$
(16.6)

Das bedeutet, die rechts stehenden Leistungsterme *müssen* sich mit den links stehenden Termen $\dot{q}_i \partial E / \partial q_i$ identifizieren lassen. In Anlehnung an mechanische Größen werde \dot{q}_i als generalisierte Geschwindigkeit und

$$f_i = \frac{\partial E}{\partial q_i} \tag{16.7}$$

als generalisierte Kraft bezeichnet. Die Reziprozitätsregeln, die in der Thermodynamik Maxwell-Beziehungen genannt werden, liefern

$$\frac{\partial f_i}{\partial q_j} = \frac{\partial f_j}{\partial q_i} \tag{16.8}$$

Mit diesen Regeln werden viele Aussagen der Thermodynamik hergeleitet.

Diese Faktorisierung der Leistungsausdrücke in Kraft und Geschwindigkeit ist für mechanische Leistungen der Form

$$P_{me} = vF = \dot{x}F \tag{16.9}$$

sofort zu bewerkstelligen. In der Gastheorie ist die mechanische Leistung das Produkt aus der Änderung des Volumens V und des Drucks p:

$$P_{me} = -\dot{V}p \tag{16.10}$$

Wird als generalisierte Koordinate also

$$q = x, \tag{16.11}$$

$$q = \phi \tag{16.12}$$

oder
$$q = V$$
 (16.13)

gewählt, kann die zugehörige generalisierte Kraft $^{10} f$ sofort als lineare Kraft, Drehmoment 11 oder Druck

- --

$$f = \frac{\partial E}{\partial x},\tag{16.14}$$

$$f = M = \frac{\partial E}{\partial \phi} \tag{16.15}$$

oder
$$f = p = -\frac{\partial E}{\partial V}$$
 (16.16)

identifiziert werden. Ebenso gelingt dies für elektromagnetische Leistungen z. B. der Form

$$P_{el} = ui \tag{16.17}$$

Entweder wird bei kapazitivem Verhalten die Ladung als generalisierte Koordinate gewählt,

$$q = q_{el} , \qquad (16.18)$$

$$\dot{q} = \dot{q}_{el} = i \tag{16.19}$$

dann ist die zugehörige generalisierte Kraft die Spannung

$$f = u = \frac{\partial E}{\partial q_{el}} \tag{16.20}$$

Bei induktiven Systemen wird zweckmäßigerweise der magnetische Fluss als generalisierte Koordinate gewählt,

$$q = \psi, \qquad (16.21)$$

$$\hat{q} = \psi = u \tag{16.22}$$

die generalisierte Kraft ist dann der Strom:

$$f = i = \frac{\partial E}{\partial \psi} \tag{16.23}$$

Eine grundlegende Erkenntnis der Thermodynamik ist die Identifizierung der entsprechenden Größen für die thermische Leistung P_{th} . Aus oben postulierten Eigenschaften der Energie als Zustandsfunktion *muss* es eine generalisierte Koordinate, nennen wir sie

 $^{^{10}}$ Um eine Verwechselung mit der weiter unten eingeführten freien Energie F zu vermeiden, wird die Kraft im folgenden mit f bezeichnet

¹¹ Zur Unterscheidung von der Temperatur T wird das Drehmoment in diesem Kapitel abweichend zum sonstigen Gebrauch in diesem Skript mit M bezeichnet

$$q_{\theta} = S \tag{16.24}$$

und eine zugehörige generalisierte Kraft geben, nennen wir sie

$$f_{\theta} = T = \frac{\partial E}{\partial S} \tag{16.25}$$

so dass

$$P_{th} = \dot{S}T \tag{16.26}$$

Durch weitere Argumentation wird in der Thermodynamik gezeigt, dass die generalisierte Kraft T die *absolute Temperatur* des Systems ist. Die zugehörige generalisierte Koordinate S wird *Entropie* genannt. Die Aussage über die Existenz der Entropie und die Identifikation mit der thermischen Leistung

$$\dot{S} = \frac{P_{th}}{T} \tag{16.27}$$

wird als **2. Hauptsatz der Thermodynamik** bezeichnet. Allerdings zeigt sich, dass es thermodynamische Vorgänge gibt, bei denen die Entropie schneller zunehmen kann, als es dem externen thermischen Leistungsumsatz entspricht. Dies drückt die *Clausius-Duhem-Gibbs-Ungleichung* aus:

$$\dot{S} \ge \frac{P_{th}}{T} \tag{16.28}$$

Das Gleichheitszeichen gilt für quasistationäre Vorgänge nahe dem thermodynamischen Gleichgewicht. Nur diese sollen im Folgenden betrachtet werden.

Die innere Energie eines Gaskolbens kann beispielsweise durch die beiden Zustandsgrößen Volumen und Entropie beschrieben werden:

$$E = E(V, S) \tag{16.29}$$

Es folgt für die Änderung der Energie

$$\dot{E} = -\dot{V}p + \dot{S}T = P_{me} + P_{th} \tag{16.30}$$

Die generalisierten Kräfte sind

$$p = -\frac{\partial E}{\partial V} \tag{16.31}$$

$$T = \frac{\partial E}{\partial S} \tag{16.32}$$

Die Reziprozitätsbeziehung liefert im Übrigen sofort die Aussage

$$\frac{\partial T}{\partial V} = -\frac{\partial p}{\partial S} \tag{16.33}$$

Bei einem piezoelektrischen System lässt sich die Energie und Energieänderung darstellen als

$$E = E(x, q_{el}, S) \tag{16.34}$$

$$\dot{E} = \dot{x} + \dot{q}_{el}u + \dot{S}T = vf + iu + \dot{S}T$$
 (16.35)

mit

$$f = \frac{\partial E}{\partial x} \tag{16.36}$$

$$u = \frac{\partial E}{\partial q_{el}} \tag{16.37}$$

$$T = \frac{\partial E}{\partial S} \tag{16.38}$$

Die Reziprozitätsformel liefert hier z.B. Aussagen wie

$$\frac{\partial f}{\partial q_{el}} = \frac{\partial u}{\partial x} \tag{16.39}$$

Die freie Energie

Die *freie Energie* F wird über eine *Legendre-Transformation* ausgehend von der inneren Energie definiert, hier am Beispiel der Gastheorie:

$$F(p,S) = E(V,S) - TS$$
 (16.40)

Die Legendre-Transformation vermittelt gleichzeitig einen Tausch der generalisierten Koordinaten, also einen Übergang auf einen anderen, aber äquivalenten Satz von generalisierten Koordinaten. Für die Zeitableitung der freien Energie folgt:

$$\dot{F} = \dot{E} - \dot{S}T - \dot{T}S = -\dot{V}p - \dot{T}S \tag{16.41}$$

mit

$$p = -\frac{\partial F}{\partial V} \tag{16.42}$$

$$S = -\frac{\partial F}{\partial T} \tag{16.43}$$

Die freie Energie ist besonders nützlich, wenn isotherme Prozesse untersucht werden, bei denen also das System in einem Wärmeausgleich mit der Umgebung steht, so dass die Temperatur konstant gehalten wird. Ist also $\dot{T} = 0$, gibt die Änderung der freien Energie Auskunft über die mechanische Leistungsfähigkeit des Systems:

$$\dot{F} = P_{me} \tag{16.44}$$

Wichtig ist zu erkennen, dass während solcher isothermer Prozesse die thermische Leistung P_{th} keineswegs Null ist; vielmehr wird ja gerade deshalb Wärme ausgetauscht, *damit* die Temperatur konstant bleibt. Durch die Verwendung der freien Energie wird dies aber implizit berücksichtigt und muss nicht mehr zusätzlich bilanziert werden.

Die Enthalpie

Die Enthalpie H wird ebenso über eine Legendre-Transformation eingeführt:

$$H(p,S) = E(V,S) + pV$$
 (16.45)

$$\dot{H} = \dot{p}V + \dot{S}T \tag{16.46}$$

$$V = \frac{\partial H}{\partial p} \tag{16.47}$$

$$T = \frac{\partial H}{\partial S} \tag{16.48}$$

Die Enthalpie ist nützlich, wenn Vorgänge untersucht werden, bei denen ein Druckausgleich mit der Systemumgebung vorhanden ist, so dass der Druck oder allgemein die Kraft konstant bleibt (isobare Prozesse). Bei $\dot{p} = 0$ gibt die Enthalpie Auskunft über das thermische Leistungsvermögen des Systems:

$$\dot{H} = P_{th} \tag{16.49}$$

An dieser Stelle wird einsichtig, warum der Energieinhalt von Brennstoffen als Enthalpie angegeben werden: Dies ist von der Messvorschrift abhängig, wie die freigesetzte Energie gemessen werden soll. Eine chemische Reaktion wie eine Verbrennung ist ja neben der Stoffumwandlung und Energiefreisetzung im Allgemeinen auch mit einer Druck- und Temperaturänderung verbunden. Die Messbedingung wird nun so definiert, dass der Druck bei der Verbrennung konstant gehalten werden soll (oder zumindest nach der Verbrennung durch Volumenausgleich wieder auf den Anfangswert gebracht wird). Die entstehende Wärmemenge wird abgeführt und gemessen, bis wieder die Anfangstemperatur erreicht ist. Diese Wärmemenge ΔW_{th} , üblicherweise als ΔQ bezeichnet, ist die Reaktionsenthalpie oder umgangssprachlich der Heizwert:

$$\Delta H = \int P_{th} dt = \Delta W_{th} = -\Delta Q \tag{16.50}$$

Das Vorzeichen resultiert aus der Zählrichtung. Oben wurde P_{th} als dem System zugeführte Leistung definiert. Sinnvollerweise zählt man bei Verbrennungsprozessen die abgeführte Wärmemenge positiv.

Für andere Strukturen als Gase, z.B. für ein Piezoelement, würde man die Enthalpie analog als

$$H(f, q_{el}, S) = E(x, q_{el}, S) - fx$$
(16.51)

definieren.

Die freie Enthalpie oder Gibbs-Funktion

$$G(p,T) = E(V,S) - TS + pV$$
(16.52)

$$\dot{G} = \dot{p}V - \dot{T}S \tag{16.53}$$

Die *freie Enthalpie* oder *Gibbs-Funktion G* kann sinnvoll zur Untersuchung von Systemen mit konstantem Druck (isobar) und konstanter (isotherm) Temperatur verwendet werden. Häufig ist dann noch ein weiterer Energieaustausch im Spiel, beispielsweise bei einer Batterie oder bei der Brennstoffzelle die abgeführte elektrische Leistung. Dann ist

$$\dot{G} = \dot{p}V - \dot{T}S + P_{el} \tag{16.54}$$

Bei konstanter Temperatur und konstantem Druck gibt also die Gibbs-Funktion Auskunft über den Umsatz elektrischer Leistung:

$$\dot{G} = P_{el} \tag{16.55}$$

Weitere Potenziale und Koenergien

Die beschriebenen Potenziale sind die klassischen Potenziale der Thermodynamik, die aus der Untersuchung von Gasen herrühren. Durch die Anwendung der Legendre-Transformation auf andere Variablen können weitere thermodynamische Potenziale definiert werden, die in anderem Zusammenhang auch als Koenergien bezeichnet werden. Als Beispiel wiederum das Piezoelement, für das die Koenergie

$$E_c(x, u, S) = q_{el}u - E(x, q_{el}, S)$$
(16.56)

definiert werden kann¹². Es folgt

$$\dot{E}_c = \dot{u}q_{el} - \dot{x}F - \dot{S}T \tag{16.57}$$

Diese Koenergie ist also dann besonders vorteilhaft, wenn man Fragen untersucht, bei denen die Spannung eingeprägt wird. Ist die Spannung konstant, folgt

$$\dot{E}_c = -P_{me} - P_{th} \tag{16.58}$$

Noch einmal zur Erläuterung des Prinzips: Die elektrische Leistung P_{el} ist bei Speisung mit konstanter Spannung keineswegs Null, sie tritt aber in der Bilanz der Koenergie nicht auf, sondern ist bereits implizit durch die Verwendung der Koenergie berücksichtigt.

¹² Die Wahl des Vorzeichens in dieser Definition ist dabei eher Geschmackssache.

| Energie | E(V,S) | $\dot{E} = -\dot{V}p + \dot{S}T$ | $p = -\frac{\partial E}{\partial V}\Big _{S=const}$ | $T = \frac{\partial E}{\partial S}\Big _{V=const}$ |
|--------------------|----------------------|----------------------------------|---|---|
| freie Energie | F(V,T) = E - TS | $\dot{F} = -\dot{V}p - \dot{T}S$ | $p = -\frac{\partial F}{\partial V}\Big _{T=const}$ | $S = -\frac{\partial F}{\partial T}\Big _{V=const}$ |
| Enthalpie | H(p,S) = E + pV | $\dot{H} = \dot{p}V + \dot{S}T$ | $V = \frac{\partial H}{\partial p}\Big _{S=const}$ | $T = \frac{\partial H}{\partial S}\Big _{p=const}$ |
| freie Enthalpie | G(p,T) = E - TS + pV | $\dot{G} = \dot{p}V - \dot{T}S$ | $V = \frac{\partial G}{\partial p}\Big _{T=const}$ | $S = -\frac{\partial G}{\partial T}\Big _{p=const}$ |

Übersicht über die thermodynamischen Potenziale am Beispiel der Gastheorie

17 Abkürzungen

| Fuel Cell, Brennstollzelle | |
|--|--|
| Electrical vehicle, Elektrofahrzeug | |
| Hybrid electrical vehicle, Hybridfahrzeug | |
| Low emission vehicle, | |
| Zero emission vehicle, Null-Emissions-Fahrzeug | |
| Solid Oxide Fuel Cell, Feststoff-Brennstoffzelle | |
| Super Ultra Low Emission Vehicle | |
| Ultra Low Emission Vehicle | |
| Proton Exchange Membrane Fuel Cell | |
| Starter-Generator | |
| | |

18 Literatur

C. Mi, M. A. Masrur, D. Q. Gao: Hybridkraftfahrzeuge, Wiley-VCH, 2014

M. Mitschke, H. Wallentowitz: Dynamik der Kraftfahrzeuge, Springer, 4. Auflage, 2004

Iqbal Husain: Electric and Hybrid Vehicles - Design Fundamentals, CRC Press, 2003

E. H. Wakefield: History of the Electric Automobile - Hybrid Electric Vehicles, SAE, 1998

K. Popp, W. Schiehlen: Fahrzeugdynamik, Teubner, Stuttgart, 1993

L. Guzzella, A. Sciarretta: Vehicle Propulsion Systems – Introduction to Modeling and Optimization, Springer, 2005

A. Heinzel, F. Mahlendorf, J. Roes: Brennstoffzellen, C. F. Müller Verlag, 2006

H. Naunheimer et al.: *Fahrzeuggetriebe. Grundlagen, Auswahl, Auslegung und Konstruktion*, 2. Auflage, Springer, 2007