

# Minimierung niederfrequenter Oberschwingungen in Pulsmustern für 2-Level Umrichter in Antriebssystemen mittels winkelmodulierter Partikel Schwarm Optimierung

## Minimizing Low Frequency Harmonics in Pulse Patterns Applied in Drive Inverters Using Angle Modulated Particle Swarm Optimization

Klaus Peter und Prof. Dr.-Ing. Joachim Böcker  
Fachgebiet Leistungselektronik und Elektrische Antriebstechnik  
Universität Paderborn  
33098 Paderborn, Deutschland  
peter@lea.upb.de

### Kurzfassung

Werden hochtourige Drehstromantriebe mit einer feldorientierten Regelung betrieben, ist es aufgrund der relativ niedrigen Pulszahl erforderlich, diese in Verbindung mit einer synchronisierten Pulsweitenmodulation (SPWM) einzusetzen. Die auf die Grundschiwingung bezogenen niederfrequenten Oberschwingungen, die in den resultierenden Spannungen und Strömen enthalten sind, tragen zu einer nicht unwesentlichen Erhöhung der Gesamtverluste im Antriebssystem bei. Um diese zu reduzieren, bietet es sich an, harmonisch optimierte Pulsmuster einzusetzen. Dazu wird in diesem Beitrag zunächst ein neues Offline-Verfahren zur harmonischen Optimierung von binären Pulsmustern vorgestellt und im Anschluss daran aufgezeigt, wie die Regelungsstruktur erweitert werden muss, damit ein Antriebssystem, bestehend aus einem 2-Level Wechselrichter und einer permanenterrregten Synchronmaschine, mit den berechneten Pulsmustern betrieben werden kann.

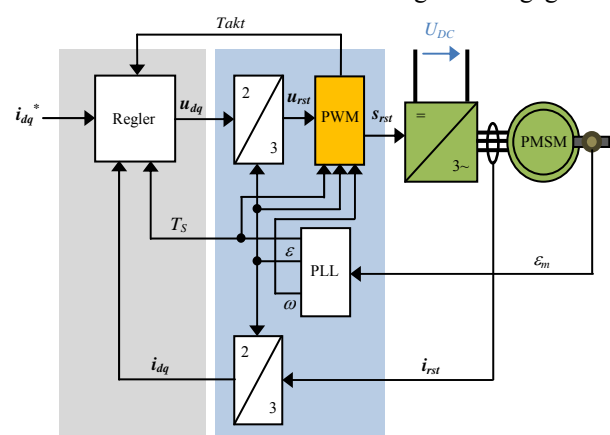
### Abstract

Operating high-speed three-phase drives with a field oriented control requires the application of this control method in conjunction with a synchronized pulse width modulation (SPWM) due to the relative low pulse rate. With regard to the fundamental the low frequency harmonics contained in the phase voltages and currents increase the total losses of the drive system. In order to reduce them it is advisable to apply optimized pulse patterns. In this article a new procedure for eliminating low frequency harmonics in binary pulse patterns is presented at first. Afterwards it is shown how a drive system consisting of a two-level inverter and a permanent magnet synchronous machine can be operated with the precalculated pulse patterns.

## 1 Einleitung

Drehfeldmaschinen werden vorwiegend mit einer feldorientierten Abtastregelung betrieben. Diese setzt sich aus zwei PI-Stromreglern zur Stellsignalgeneration, einer Pulsweitenmodulation (PWM) zur diskreten Umsetzung des Stellsignals sowie einer PLL (für engl.: Phase-Locked-Loop) zur Ermittlung des elektrischen Winkels und der elektrischen Drehfrequenz zusammen. Die Ausführung des Reglers wird durch einen Taktgenerator konstanter Frequenz periodisch angestoßen. Solange das Verhältnis von Schaltfrequenz zu Grundschiwingungsfrequenz mindestens zehn bis fünfzehn beträgt, kann der Antrieb mit einer nicht synchronisierten PWM problemlos betrieben werden. Bei hochtourigen Antriebssystemen müsste jedoch entweder eine entsprechend hohe Schaltfrequenz gewählt werden, die wiederum hohe Verluste in der Leistungselektronik zur Folge hätte, oder eine Synchronisierung des Referenzsignals mit den Trägersignalperioden vorgenommen werden. Letztere Methode erweist sich hinsichtlich der relativ niedrigen Schaltfrequenz bei gleichzeitiger Vermeidung von Zwischenharmonischen

am sinnvollsten. **Bild 1** zeigt den schematischen Aufbau einer feldorientierten PI-Stromregelung für eine permanenterrregte Synchronmaschine (PMSM) mit synchronisierter Pulsweitenmodulation (SPWM). Als leistungselektronisches Stellglied kommt ein 2-Level Wechselrichter zum Einsatz. Die vom Regler ausgegebene



**Bild 1** Abtastregelung mit synchronisierter PWM für eine permanent erregte Synchronmaschine

Stellspannung  $u_{dq}$  wird mittels der Park-Transformation in die statorfesten Spannungen übersetzt. Eine anschließende Division durch die halbe Zwischenkreisspannung liefert die normierten dreiphasigen und sinusförmigen Referenzsignale, die wiederum mit einem dreieckförmigen Trägersignal verglichen werden. Ein nachgeschalteter Komparator erzeugt die zur Ansteuerung des Wechselrichters benötigte Schaltfunktion  $s_{rst}$ . Sowohl das Trägersignal als auch das Taktsignal werden dabei direkt aus dem elektrischen Winkelsignal, das von der PLL bereitgestellt wird, gewonnen. Die Abtastung der Phasenströme sowie die Ausführung des Regelalgorithmus erfolgt periodisch an der oberen und bzw. oder der unteren Spitze des Trägersignals. Dieses als Regular-Sampling bezeichnete Verfahren erlaubt die Abtastung der Phasenströme zu den Zeitpunkten, zu denen die Stromoverschwingungen annähernd Null sind. Auf diese Weise können dem Regler die Nutzkomponente des jeweiligen Phasenstroms zugeführt werden. Mit der Reduktion der Pulszahl treten die niederfrequenten Harmonischen, welche in den ausgegebenen Pulsmustern enthalten sind, zunehmend in Erscheinung und erhöhen die Gesamtverluste im Antriebssystem. Um diese zu reduzieren, bietet sich bei einer niedrigen Pulszahl die Verwendung von harmonisch optimierten Pulsmustern an.

In Kapitel 2 wird beispielhaft ein viertelsymmetrisches Pulsmuster der Pulszahl neun diskret beschrieben. Danach erfolgt die Wahl einer geeigneten Gütefunktion sowie die Vorstellung eines modifizierten Verfahrens der Partikel Schwarm Optimierung zur Auffindung der optimalen Schaltwinkel bei vorgegebenem Modulationsgrad. In Kapitel 3 wird aufgezeigt, welche Erweiterungen an der Regelungsstruktur vorgenommen werden müssen, um eine PMSM mit offline optimierten Pulsmustern (SHEPWM, für engl.: Selective Harmonic Elimination PWM) betreiben zu können. In Kapitel 4 werden die Ergebnisse der SPWM und der SHEPWM gegenübergestellt und hinsichtlich des Oberschwingungsgehalts der Phasenströme bewertet.

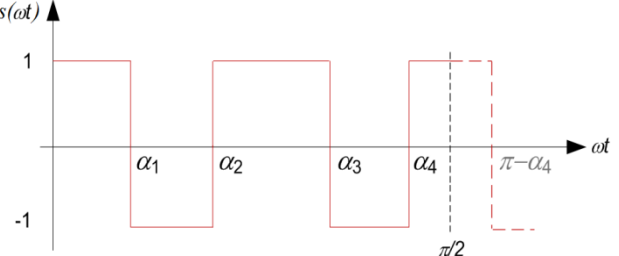
## 2 Harmonische Optimierung des Pulsmusters

Auf dem Gebiet der Pulsmusteroptimierung sind seither verschiedenste Optimierungsverfahren zur Anwendung gekommen, wie zum Beispiel das Newton-Verfahren [1], der Threshold-Accepting Algorithmus [2], genetische Algorithmen [3] aber auch die sogenannte Partikel Schwarm Optimierung (PSO). Dieses auf Schwarmintelligenz beruhende Suchverfahren wurde von Kennedy und Eberhart erstmals 1995 vorgestellt [4]. Die PSO wurde seitdem gezielt weiterentwickelt und modifiziert, sodass diese mittlerweile auch auf binäre oder ganzzahlige Optimierungsprobleme angewendet werden kann. Auch im Rahmen der harmonischen Offline-Optimierung von Pulsmustern kam die PSO bereits zum Einsatz, was beispielsweise in [5] und [6] beschrieben wird. Neben anderen Optimierungsverfahren leidet auch die PSO hinsichtlich lokaler Minima im Suchraum an Stagnationsproblemen. Für die bestmögliche Minimierung der ausgewählten Oberschwingungen

sowie die Ausprägung der Grundschwingungsamplitude muss die PSO in der Lage sein, das globale Minimum oder zumindest ein sehr gutes lokales Minimum aufzufinden.

### 2.1 Diskrete Beschreibung des Pulsmusters

Das binäre Pulsmuster wird aufgrund der Viertelsymmetrie durch die Schaltwinkel in der ersten Viertelperiode vollständig beschrieben. **Bild 2** zeigt schematisch das



**Bild 2** Pulsmuster mit gerader Winkelzahl pro Viertelperiode

Muster der ersten Viertelperiode mit den Schaltwinkeln  $\alpha_1$  bis  $\alpha_4$ , wobei je nach Pulszahl auch entsprechend mehr Schaltwinkel angesetzt werden können. Die Amplituden der in der Rechteckfunktion enthaltenen Harmonischen können mit Hilfe der Fourier Analyse ermittelt werden:

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} s(\omega t) \sin(k\omega t) d\omega t \quad (2.1)$$

Mit  $k = 1, 3, 5, 7$ , usw. Durch die Punktsymmetrie sind im Pulsmuster keinerlei Kosinusschwingungen enthalten. Durch die Viertelsymmetrie existieren keinerlei Sinusschwingungen mit gerader Ordnungszahl. Wendet man die Diskrete Fourier Transformation auf die obige Rechteckfunktion an, so erhält man bei ausreichend großer Stützstellenzahl eine hinreichend genaue Lösung für den betrachteten Fourierkoeffizienten  $c_k$ :

$$c_k = \frac{1}{N} \sum_{q=0}^{N-1} z_q \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N} k \cdot q\right) - j \frac{1}{N} \sum_{q=0}^{N-1} z_q \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{N} k \cdot q\right) \quad (2.2)$$

Wobei  $z_q$  für die  $q$ -te Stützstelle,  $N$  für die Länge des Stützstellenvektors  $\mathbf{z}$  und  $k$  für die betrachtete Harmonische stehen. Durch mehrere Umformungen, der Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften sowie der Verwendung der Beziehung

$$b_k = -2\text{Im}\{c_k\}, \quad (2.3)$$

kann der reelle Fourierkoeffizient und damit die Amplitude der  $k$ -ten Harmonischen in Abhängigkeit des Stützstellenvektors der Länge  $N$  berechnet werden:

$$b_k = \frac{4}{N} \sum_{q=0}^{\frac{N}{4}-1} z_q \left[ \sin\left(\frac{2\pi}{N} k \cdot q\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{N} k \cdot \left[\frac{N}{2} - 1 - q\right]\right) \right] \quad (2.4)$$

Gleichung (2.4) kann noch als kompakte Vektorgleichung geschrieben werden:

$$b_k = \begin{bmatrix} f_{k0} & f_{k1} & f_{k2} & \cdots & f_{k(\frac{N}{4}-1)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_0 \\ z_1 \\ z_2 \\ \cdots \\ z_{\frac{N}{4}-1} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$b_k = f_k^T \cdot z$$

Für den Vektor  $z$  wurden 900 Stützstellenpunkte als ausreichend erachtet, um eine hinreichende Genauigkeit der Fourierkoeffizienten zu erhalten. Je größer die Dimension, desto höher der Rechenaufwand in der Optimierung.

## 2.2 Funktionalgestaltung

Für die harmonische Optimierung des Pulsmusters wird zunächst eine geeignete Gütefunktion aufgestellt. Durch die vier variierbaren Schaltwinkel können entweder vier Harmonische vollständig eliminiert oder ein Gütefunktional mit mehr als vier Harmonischen optimiert werden. Die hier gewählte und zu minimierende Gütefunktion wird durch die Gleichung

$$F = (b_1 - m)^2 + b_5^2 + b_7^2 + b_{11}^2 \quad (2.6)$$

beschrieben. Da die durch 3 teilbaren Harmonischen aufgrund des dreiphasigen Systems in den Phasenströmen nicht auftauchen, liegt der Fokus auf den Harmonischen der Ordnungszahlen 5, 7 und 11, die vollständig eliminiert werden sollen. Die gewünschte Grundschwingungsamplitude geht in Form des Modulationsindex  $m$  in die Gütefunktion mit ein.

## 2.3 Winkelmodulierte Partikel Schwarm Optimierung

Die Partikel Schwarm Optimierung setzt sich aus so genannten Partikeln zusammen, die einen Schwarm bilden. Jedes Partikel  $x_i$  wird zu Beginn mit einer Startposition initialisiert. Die Geschwindigkeit, mit der sich ein Partikel durch den Suchraum bewegt, wird durch die Gleichung

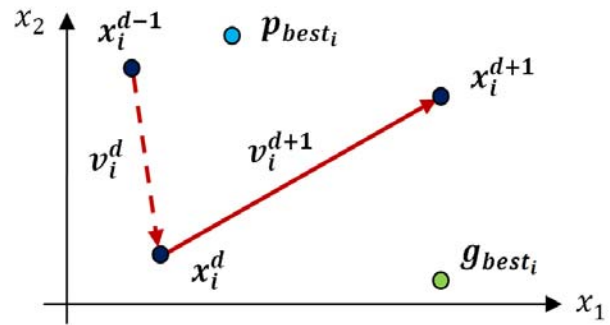
$$v_i^{d+1} = w \cdot v_i^d + c_1 \cdot rand(1) \cdot (p_{best_i}^d - x_i^d) + c_2 \cdot rand(1) \cdot (g_{best_i}^d - x_i^d) \quad (2.7)$$

in jedem Iterationsschritt aktualisiert. Der Geschwindigkeitsvektor  $v_i$  wird zu der aktuellen Position  $x_i$  des Partikels hinzuaddiert und diese ebenfalls nach folgender Gleichung aktualisiert:

$$x_i^{d+1} = x_i^d + v_i^{d+1} \quad (2.8)$$

Im nächsten Schritt wird der aktuelle Positionsvektor in eine Gütefunktion eingesetzt und der Funktionalwert berechnet. Ist dieser kleiner als der gespeicherte lokal beste Wert, so werden der Funktionalwert als  $F_{best_i}$  sowie die zugehörige Position als  $p_{best_i}$  gespeichert. Unterschreitet dieser Wert darüber hinaus auch den global besten Wert  $F_{g_{best_i}}$ , so wird auch dieser durch den aktuellen Wert  $F_i$  ersetzt und die aktuelle Position als  $g_{best_i}$  gespeichert.

Auf diese Weise besitzt jedes Partikel sowohl Kenntnis über die lokal beste Position, die es seit Beginn der Suche selbst aufgefunden hat als auch über die bislang global beste Position, die von dem Schwarm aufgefunden wurde. Die Parameter  $c_1$ ,  $c_2$  und  $w$  sind Gewichtungsfaktoren, die bei der Wahl großer Zahlenwerte ein weitläufiges Absuchen und bei der Wahl kleiner Zahlenwerte ein lokales Absuchen des Suchraums ermöglichen. In der Regel wird der Gewichtungsfaktor  $w$  mit der Zahl der Iterationen kontinuierlich reduziert, um die Geschwindigkeit des jeweiligen Partikels zu vermindern und damit den Schwarm nach und nach zu beruhigen. Die Funktion  $rand(1)$  beschreibt eine Zufallszahl zwischen 0 und 1. **Bild 3** zeigt die Bewegung eines Partikels in einem zweidimensionalen Suchraum sowie die gespeicherten Orte der bis zu diesem Schritt gefundenen lokal und global besten Position. Durch die diskrete Beschreibung des Pulsmusters und



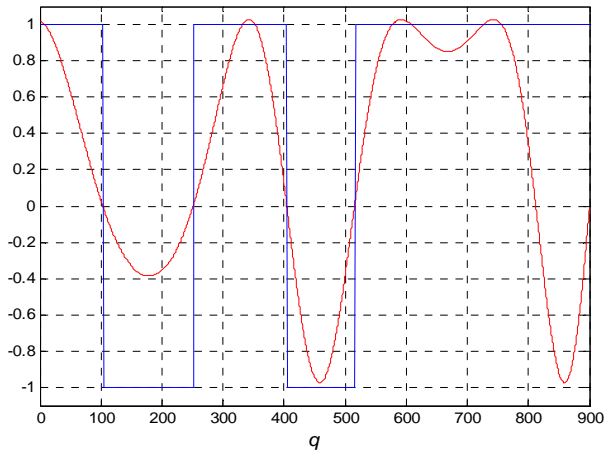
**Bild 3** Bewegung des Partikels  $i$  im Suchraum im Iterationsschritt  $d + 1$

damit auch der Fourierkoeffizienten kann die hier beschriebene PSO in ihrer Grundform nicht angewendet werden, da diese mit kontinuierlich veränderbaren Parametern arbeitet. Das Funktional benötigt jedoch einen aus positiven und negativen Einsen bestehenden Vektor der Länge  $N/4$ . Damit das Verfahren dennoch auf die Problemstellung angewendet werden kann, wird eine sogenannte winkelmodulierte Funktion eingeführt, wie sie auch in der Telekommunikation eingesetzt wird. Diese besteht lediglich aus vier Parametern, die in ihrem Wertebereich nicht begrenzt sind:

$$g = \sin(2\pi \cdot b \cdot (x - a) + \tilde{d}) + \tilde{d} \quad (2.9)$$

Der Parameter  $a$  legt dabei die horizontale, der Parameter  $\tilde{d}$  dagegen die vertikale Verschiebung der Funktion fest. Die Parameter  $b$  und  $c$  bestimmen die Frequenz der Sinus- bzw. der Kosinusfunktion. Der Funktionsverlauf entlang der  $x$ -Achse wird nach der in [7] beschriebenen winkelmodulierten PSO im Ursprung beginnend äquidistant für eine vorgegebene Anzahl an Stützstellen abgetastet. Ist der Funktionswert von  $g$  dabei positiv, wird der aufzubauende Binärvektor an der entsprechenden Stelle mit einer Eins besetzt. Ist er dagegen negativ, wird an die zugehörige Stelle im Vektor eine Null geschrieben. Somit korrespondiert jede durch die vier Parameter beschriebene Funktionskurve mit einem binären Vektor, der nun im Weiteren für die aufgestellte Gütefunktion verwendet

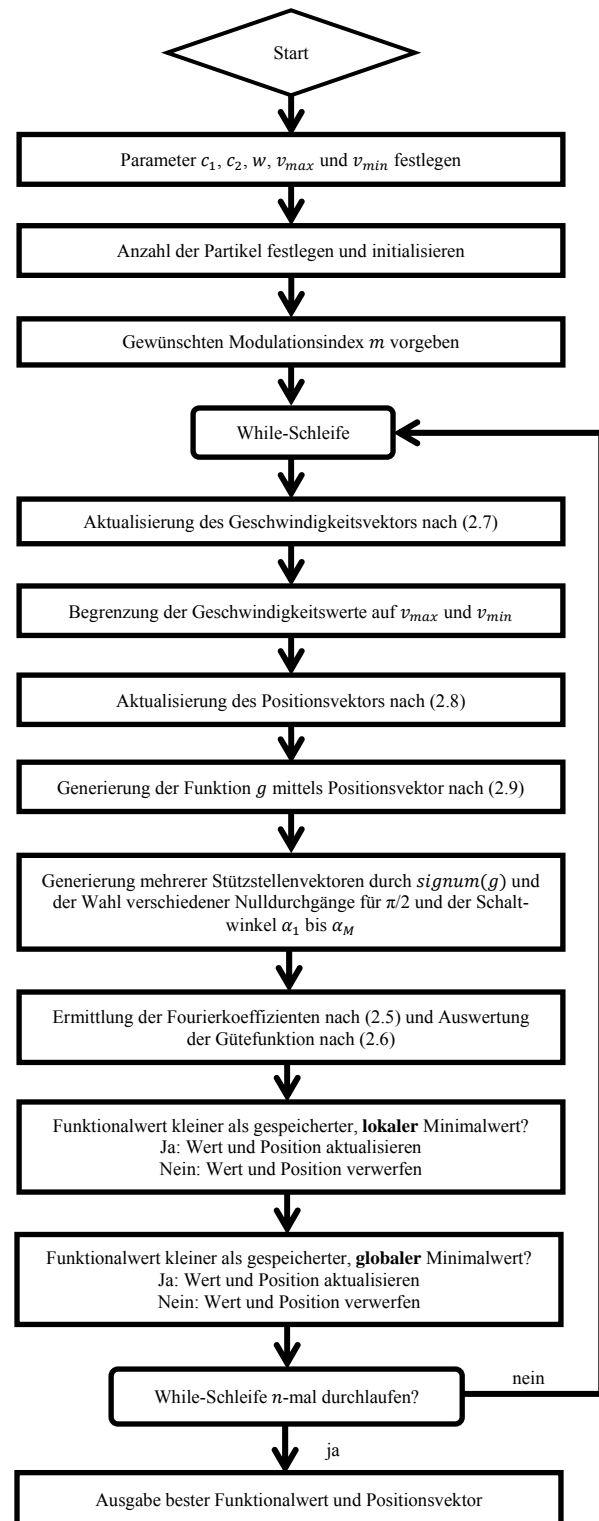
werden kann. Das Verfahren wurde dahingehend modifiziert, als dass die Nulldurchgänge im Ursprung beginnend erfasst werden, wobei der oberste gewählte Nulldurchgang  $\pi/2$  der Pulsperiode entspricht. Die dazwischenliegenden Nulldurchgänge entsprechen dann den Schaltwinkeln  $\alpha_1$  bis  $\alpha_M$ . In unserem Beispiel beträgt die Anzahl der Schaltwinkel pro Viertelperiode 4. **Bild 4** verdeutlicht die Idee der winkelmodulierten Funktion sowie der Umsetzung in eine Binärsequenz. Der sechste



**Bild 4** Winkelmodulierte Funktion  $g(a,b,c,d)$  in rot und  $\text{signum}(g)$  in blau

Nulldurchgang von  $g$  entspricht in der Abbildung  $\pi/2$ , die ersten vier Nulldurchgänge dagegen den Schaltwinkeln  $\alpha_1$  bis  $\alpha_4$ . Die in **Bild 4** gezeigte Funktion besitzt die folgenden Parameter:  $a = -0,4451$ ;  $b = -1,0651$ ;  $c = 1,8992$  und  $d = -0,02737$ . Der Stützstellenvektor  $\mathbf{z}$ , der wiederum für die Ermittlung der Fourierkoeffizienten benötigt wird, besteht aus 900 äquidistanten Funktionswerten der in **Bild 4** eingezeichneten Signumfunktion. Die Wahl verschiedener oberer Nulldurchgänge bei gleichzeitig verschiedenen Kombinationen von niederwertigeren Nulldurchgängen für die jeweiligen Schaltwinkel soll für ein und dieselbe Partikelposition mehrere Binärvektoren generieren. Derjenige Binärvektor, welcher den geringsten Funktionalwert liefert, wird für die weitere Auswertung herangezogen. **Bild 5** zeigt den Suchalgorithmus in Form eines Flussdiagramms. Nach der Initialisierung des Schwarms und der Vorgabe des gewünschten Modulationsgrades  $m$  wird eine While-Schleife  $n$ -mal durchlaufen. In jedem Iterationsschritt wird zunächst der Geschwindigkeitsvektor jedes einzelnen Partikels aktualisiert. Über- oder unterschreitet ein Element eines Geschwindigkeitsvektors die festgelegten Maximal- oder Minimalwerte, so werden diese entsprechend begrenzt. Danach erfolgt die Aktualisierung des Positionsvektors. Die Position wird mittels der Gütefunktion evaluiert. Dazu wird zunächst die winkelmodulierte Funktion aufgestellt und für mehrere Konstellationen von Nulldurchgängen Signum-Funktionen erstellt, welche wiederum in Form von Binärvektoren in (2.5) eingesetzt und in (2.6) ausgewertet werden. Unterschreitet der Funktionalwert den bislang lokal besten Funktionalwert, so wird dieser als auch die lokal beste Position aktualisiert. Nachdem alle Partikel abgearbeitet sind, wird die aktuelle Partikelposition ausgewählt, die den geringsten Funktio-

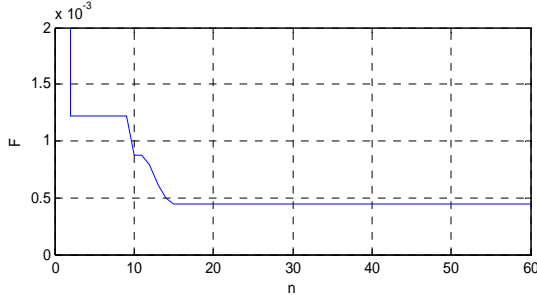
nalwert aufweist. Dieser wird in einem letzten Schritt noch mit dem bislang global besten Funktionalwert verglichen. Wird auch dieser unterboten, so werden auch der global beste Funktionalwert sowie der zugehörige Positionsvektor aktualisiert. Sobald die While-Schleife  $n$ -mal durchlaufen wurde, wird diese abgebrochen und der beste Funktionalwert sowie der zugehörige Positionsvektor der Dimension vier ausgegeben.



**Bild 5** Algorithmus der winkelmodulierten Partikel Schwarm Optimierung

## 2.4 Resultate der Optimierung

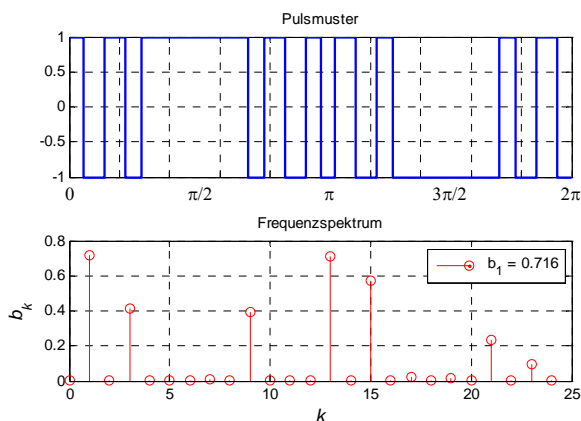
Als Beispiel wird das explizite Ergebnis für einen Modulationsindex von 0,7 aufgezeigt. Der Schwarm besteht aus 120 Partikeln. Die Parameter wurden dabei zu  $c_1 = 1,2$ ;  $c_2 = 1,2$ ;  $w = 0,3$ ;  $v_{max} = 0,9$  und  $v_{min} = -0,9$  gewählt. Die Anzahl der Iterationen  $n$  beträgt 60. Der Wertebereich für die Initialisierung der Partikel bewegt sich zwischen +2 und -2 und erfolgt durch einen Zufallsgenerator. Der Verlauf des Funktional bei jeweils global bester Position zeigt **Bild 6**. Der Endwert von 0,0004418 wird bereits im 15. Schritt erreicht.



**Bild 6** Verlauf der Funktionswerte von (2.6) bei jeweils global bester Partikelposition

Der global beste Positionsvektor besitzt dabei die bereits in Kapitel 2.3 angegebenen Parameter:  $\mathbf{g}_{best} = [a \ b \ c \ \tilde{d}]^T = [-0,4451 \ -1,0651 \ 1,8992 \ -0,02737]^T$ . Der zu der winkelmodulierten Funktion korrespondierende Stützstellenvektor  $\mathbf{z}$  weist durch seine Struktur die folgenden Schaltwinkel auf:  $\alpha_1 = 10,28^\circ$ ;  $\alpha_2 = 25,07^\circ$ ;  $\alpha_3 = 40,38^\circ$  und  $\alpha_4 = 51,50^\circ$ . **Bild 7** zeigt das vollständige Pulsmuster sowie das dazugehörige Frequenzspektrum. Die Amplituden der vier betrachteten Harmonischen besitzen dabei die folgenden Werte:  $b_1 = 0,716$ ;  $b_5 = 0,0082$ ;  $b_7 = -0,0096$  und  $b_{11} = 0,0042$ .

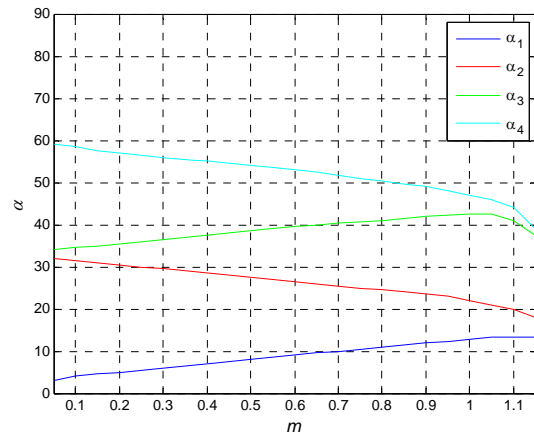
Die gefundene Lösung stellt jedoch nicht das globale Minimum, sondern lediglich ein gutes lokales Minimum dar.



**Bild 7** Pulsmuster mit optimierten Schaltwinkeln für  $m = 0,7$  (oben) und zugehöriges Frequenzspektrum (unten)

Der Modulationsindex wurde von 0,05 beginnend bis zu 1,15 in der Schrittweite 0,05 durchfahren. Die jeweils erhaltenen, optimierten Schaltwinkel wurden in einen gemeinsamen Graphen eingetragen und die Punkte miteinander verbunden. **Bild 8** zeigt die vier resultierenden Kennlinien der optimierten Schaltwinkel über dem Modulationsindex. Der Vorteil der winkelmodulierten PSO ge-

genüber der herkömmlichen PSO, die bereits zur Offline-Optimierung von Pulsmustern angewendet worden ist, liegt darin, dass die Struktur in diskreter Form bereits vorgegeben ist und nur die Länge der Teilvektoren  $\mathbf{1}$  und  $-\mathbf{1}$  unter Beachtung der Gesamtlänge  $N/4$  des Stützstellenvektors  $\mathbf{z}$  variiert werden muss.

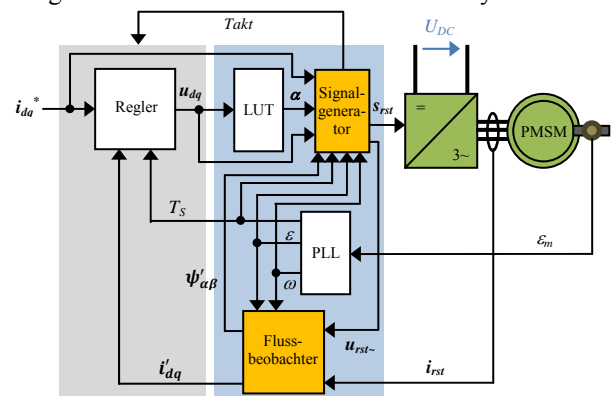


**Bild 8** Kennlinien der optimierten Schaltwinkel über dem Modulationsindex

Bei der herkömmlichen PSO entspricht dagegen jeder Positionsvektor eines Partikels den Schaltwinkeln. Nach jeder Iteration muss geprüft werden, ob sich alle Werte im Intervall  $(0, \pi/2)$  befinden und eine aufsteigende Reihenfolge eingehalten wird. Ist dies nicht der Fall, so müssen die Winkel umsortiert und eventuell auch wieder in den gültigen Wertebereich zurückgesetzt werden. Somit käme dieses grundsätzlich unbeschränkte Optimierungsverfahren nicht ohne manipulative Eingriffe während des Suchprozesses aus.

## 3 Integration der optimierten Pulsmuster in das Antriebssystem

Damit offline-optimierte Pulsmuster in einem geregelten Antriebssystem eingesetzt werden können, muss die in **Bild 1** gezeigte Regelungsstruktur erweitert werden. **Bild 9** zeigt die modifizierte Struktur des Gesamtsystems.



**Bild 9** Modifizierte Regelungsstruktur für die Anwendung von offline-optimierten Pulsmustern in Antriebssystemen

Der Reglerblock bleibt dabei unverändert, sodass die Regeldifferenzen  $\Delta i_d$  und  $\Delta i_q$  mittels der PI-Übertragungsfunktionen nachwievor in die Stellspannungen  $u_d$  und  $u_q$

übersetzt werden. Die Stellgrößen werden einer Tabelle (LUT) übergeben, in der die ermittelten Kennlinien hinterlegt sind. Der zur Ermittlung der konkreten Schaltwinkel benötigte Modulationsindex wird durch die Gleichung

$$m = \frac{\sqrt{u_d^2 + u_q^2}}{U_{DC}/2} \quad (3.1)$$

bestimmt, wobei die Länge des Spannungsvektors auf die halbe Zwischenkreisspannung normiert wird. Der Signalgenerator erzeugt pro Phase die Teilabschnitte des durch den Modulationsindex festgelegten Pulsmusters. Im nichtstationären Betrieb würde das starre Aufschalten der optimierten Pulsmuster auf die PMSM rotorfixe Ströme zur Folge haben, die um ihre Sollwerte mit einer relativ kleinen Frequenz oszillieren. Dies rührt daher, dass die drei für die Ausgabe vorgesehenen Pulsteilsequenzen im Mittel nicht dem vom Regler ausgegebenen Stellspannungsvektor  $\mathbf{u}_{dq}$  entsprechen.

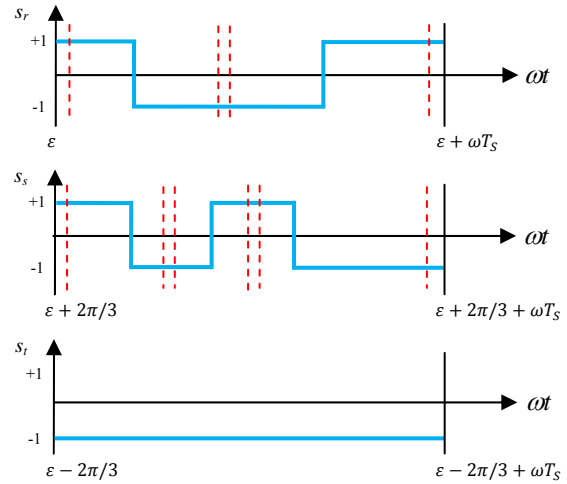
Damit eine Anpassung der Teilabschnitte an den geforderten Raumzeiger erfolgen kann, werden dem Signalgenerator neben dem Schaltwinkelvektor  $\alpha$  und den aus der PLL erhaltenen Größen  $T_s$ ,  $\varepsilon$  und  $\omega$  auch die Stellspannungen  $u_d$  und  $u_q$  sowie der aus einem Beobachter geschätzte Statorflusszeiger  $\psi'_{\alpha\beta}$  übergeben. Die in ihren Flanken verschobenen Teilabschnitte des Pulsmusters werden als Schaltfunktion  $s_{rst}$  an den Wechselrichter ausgegeben.

Gegenüber der SPWM weist die Verwendung von optimierten Pulsmustern keine ausreichende Pulssymmetrie mehr auf. Eine pulssynchrone Abtastung der Phasenströme würde Werte liefern, die sich zu sehr von der Nutzkomponente der Phasenströme unterscheiden. Diese wird jedoch weiterhin als zurückzuführende Größe für die feldorientierten PI-Regler benötigt. Um den Nutzanteil des jeweiligen Phasenstroms dennoch gewinnen zu können, wird ein Flussbeobachter eingesetzt. Eingangsgrößen sind dabei die Phasenströme  $i_{rst}$  sowie die nichtverzerrten und dreiphasigen Spannungen  $\mathbf{u}_{rst}$ , die vom Signalgenerator ausgegeben werden. Letztere ergeben sich aus den Sollströmen  $i_d^*$  und  $i_q^*$ , den Parametern der PMSM sowie der Transformation des resultierenden Spannungsvektors in das statorfixe Koordinatensystem. Ausgangsgrößen des Beobachters sind der geschätzte Statorflusszeiger  $\psi'_{\alpha\beta}$  sowie der rotorfixe Stromzeiger  $i'_{dq}$ , der sich aus der Park-Transformation der geschätzten Phasenströme  $i'_{rst}$  ergibt.

### 3.1 Signalgenerator

Der Signalgenerator hat die Aufgabe, den anstehenden Abschnitt des durch den Modulationsindex  $m$  festgelegten Pulsmusters zu generieren und auszugeben. Hierzu werden neben dem Schaltwinkelvektor  $\alpha$  auch der elektrische Winkel  $\varepsilon$ , die elektrische Drehfrequenz  $\omega$  sowie die Abtastperiode  $T_s$  benötigt. Die Pulsteilsequenz wird für jede Phase durch konfigurierbare Signalgeneratoren und nachgeschaltete Komparatoren erzeugt. **Bild 10** zeigt eine beispielhafte Pulsteilsequenz für alle 3 Phasen. Dabei fallen für Phase  $r$  zwei aktive Schaltvorgänge, für Phase  $s$

drei und für Phase  $t$  keinerlei Schaltwinkel in das betroffene Intervall. Die rotgestrichelt eingezeichneten Linien markieren die Grenzen, bis zu welchen die Flanken maximal verschoben werden dürfen. Bei einer Pulszahl von neun ergeben neun Schaltfunktionen aneinandergereiht eine vollständige Periode der Phasenspannung.



**Bild 10** Pulsteilsequenzen einer PWM Periode

Der Regler legt mit der Ausgabe der beiden orthogonalen Spannungen zum einen den Modulationsgrad  $m$  und zum anderen die Länge und die Winkellage des zu stellenden und normierten Raumzeigers  $\mathbf{u}_{dqNorm}$  fest. Dieser Raumzeiger weicht jedoch vom Park-transformierten Mittelwert der vorgesehenen Pulsteilsequenz  $\mathbf{u}_{dqPattern}$  um den Fehlervektor

$$\Delta \mathbf{u}_{dqNorm} = \mathbf{u}_{dqNorm} - \mathbf{u}_{dqPattern} \quad (3.2)$$

ab. Der normierte Mittelwert der Teilsequenz  $\mathbf{u}_{dqPattern}$  wird dabei aus der Lage der Schaltwinkel und dem Anfangswert der Sequenz für jede Phase ermittelt und in das rotorfixe Koordinatensystem transformiert.

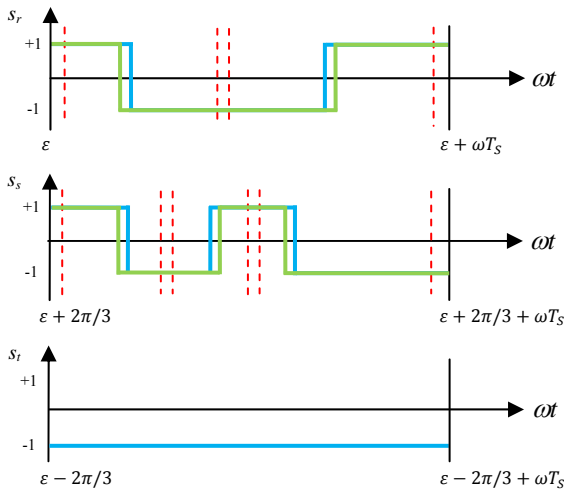
Die Verschiebung der Schaltwinkel erfolgt dabei so, dass der Fehlervektor zu Null wird. Eine vollständige Anpassung der drei Teilsequenzen an das geforderte Raumzeigermittel des Stellspannungsvektors könnte grundsätzlich permanent erfolgen. Jedoch würde die Verschiebung der Schaltwinkel im stationären Betrieb zu einem Anwachsen der Amplituden derjenigen Harmonischen führen, die im Rahmen der Optimierung auf ein Minimum reduziert wurden. Um sicherzustellen, dass die Verschiebung der Schaltflanken nur in transienten Phasen erfolgt, wird der Fehlervektor  $\Delta \mathbf{u}_{dqNorm}$  mit dem Betrag des Differenzflussvektors  $\Delta \psi_{\alpha\beta}$  gewichtet und der resultierende Vektor zu  $\mathbf{u}_{dqPattern}$  addiert:

$$\mathbf{u}_{dqCorr} = \Delta \mathbf{u}_{dqNorm} \cdot k \cdot |\Delta \psi_{\alpha\beta}| + \mathbf{u}_{dqPattern} \quad (3.3)$$

Der Vektor  $\Delta \psi_{\alpha\beta}$  ergibt sich aus der Differenz von geschätztem Statorflusszeiger  $\psi'_{\alpha\beta}$  und dem Statorflusszeiger  $\psi_{\alpha\beta}$ , der sich aus den Parametern der PMSM und dem Stromzeiger  $i'_{dq}$  ergibt:

$$\Delta\psi_{\alpha\beta} = \psi'_{\alpha\beta} - \psi_{\alpha\beta}^* \quad (3.4)$$

Im Transienten erfolgt durch die Abweichung beider Flusszeiger eine entsprechende Korrektur der Schaltwinkel. Der korrigierende Faktor  $k \cdot |\Delta\psi_{\alpha\beta}|$  wird dabei maximal auf 1 begrenzt, was einer vollständigen Anpassung der drei Pulsmuster-Teilabschnitte entspricht. Stellen sich die vorgegebenen Sollströme mit der Zeit ein, so decken sich zunehmend die sinusförmigen Verläufe der beiden Flussvektoren in Gleichung (3.4), was mit einer stetigen Abnahme des Korrektoreinflusses einhergeht. Im stationären Betrieb wird das harmonisch optimierte Pulsmuster unverändert an den Wechselrichter ausgegeben. **Bild 11** zeigt die Teilsequenz des Pulsmusters nach einem korrigierenden Eingriff. Für die Anpassung wird der Spannungsvektor  $\mathbf{u}_{dq\text{Corr}}$  zunächst in das statorfeste Koordinatensystem übersetzt. Die drei ursprünglichen Schaltfunktionen werden nun so variiert, dass ihre Clarke-transformierten Mittelwerte dem vorgegebenen Raumzeiger  $\mathbf{u}_{\alpha\beta\text{Corr}}$  entsprechen. Die Ermittlung der neuen



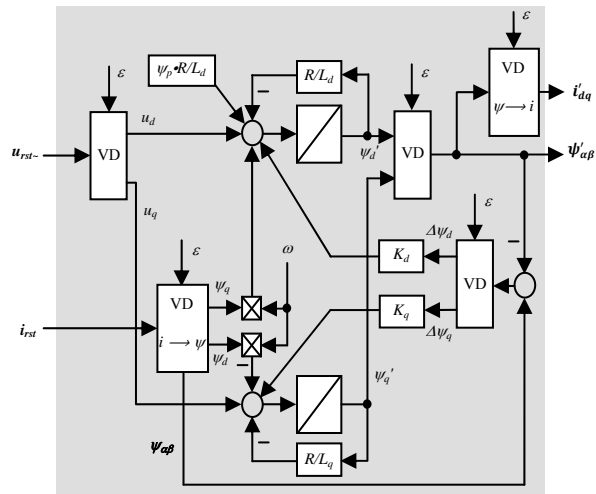
**Bild 11** Originale Teilsequenz (cyan) und korrigierte Teilsequenz (grün)

Schaltwinkel erfolgt durch eine reduzierte QR-Zerlegung, da pro Phase in der Regel mehr als nur ein aktiver Schaltwinkel existiert und dadurch ein unterbestimmtes Gleichungssystem entsteht. Ein iterativer Algorithmus sorgt für die Einhaltung der oberen und unteren Winkelgrenzen, wobei auch nicht zu begrenzende Schaltwinkel im Falle von auftretenden Begrenzungen so variiert werden, dass die Abweichung vom geforderten Raumzeiger  $\mathbf{u}_{\alpha\beta\text{Corr}}$  weitestgehend minimiert wird. Wie **Bild 11** zeigt, ist nur eine marginale Anpassung der Schaltwinkel erforderlich. Da in Phase  $t$  keinerlei Schaltheilung ansteht, muss die Anpassung in den übrigen Phasen erfolgen.

### 3.2 Flussbeobachter

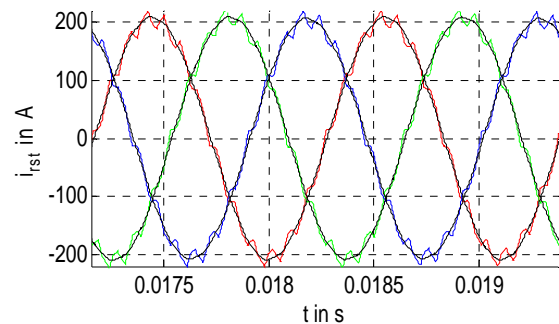
Den Aufbau des Flussbeobachters zur Ermittlung der Nutzkomponente in den Phasenströmen zeigt **Bild 12**. Der Beobachter berechnet mit Hilfe der Motorparameter und den sinusförmigen Phasenspannungen  $\mathbf{u}_{rst}$ , die vom Signalgenerator ausgegeben werden, den Statorfluss  $\psi'_{\alpha\beta}$ .

Dieser wird mit dem Statorfluss  $\psi_{\alpha\beta}$  verglichen, welcher wiederum aus den Motorparametern und den gemessenen Phasenströmen gewonnen wird. Die ins rotorfeste Koordinatensystem (VD: Vektordrehung) transformierten Flussdifferenzen  $\Delta\psi_d$  und  $\Delta\psi_q$  werden mit den Faktoren  $K_d$  und  $K_q$  gewichtet und in die Systemgleichungen des



**Bild 12** Strukturbild des Flussbeobachters

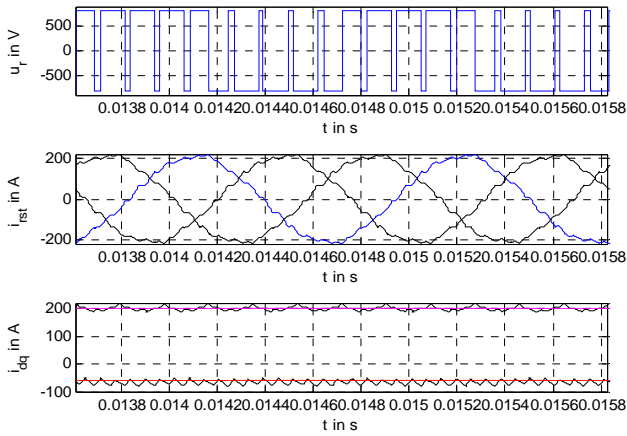
PMSM-Modells als Korrekturgröße mit eingebracht. Der geschätzte Flusszeiger  $\psi'_{\alpha\beta}$  wird noch in das rotorfeste Koordinatensystem übersetzt und mit Hilfe der Motorparameter in den geschätzten rotorfesten Stromzeiger  $i'_{dq}$  umgerechnet. **Bild 13** zeigt die Verläufe der Phasenströme im stationären Zustand sowie die geschätzten Grundschwingungen. Die geschätzten Stromverläufe sind hinreichend sinusförmig, sodass diese für die Rückführung auf den Regler verwendet werden können.



**Bild 13** Stationäre Verläufe der Phasenströme (rot, grün, blau) sowie die geschätzten Grundschwingungsströme (schwarz)

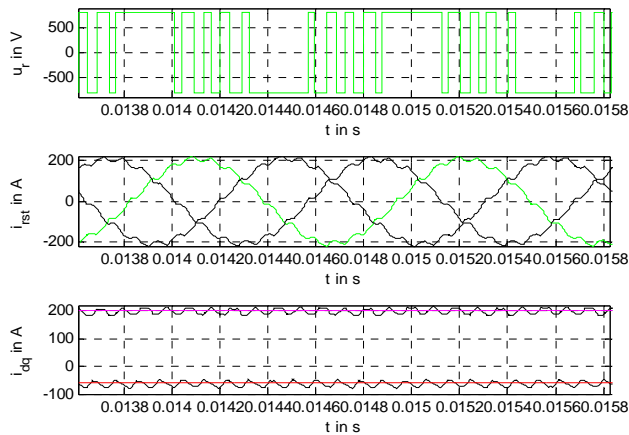
## 4 Simulationsergebnisse

Getestet wurde das Verfahren in einem Simulationsmodell. Die Drehzahl wurde dabei konstant auf  $18.000 \text{ min}^{-1}$  eingestellt. Die Sollströme  $i_d^*$  und  $i_q^*$  wurden sprunghaft von 0 A auf -60 A bzw. von 0 A auf 200 A verändert. Durch die Pulszahl von neun ergibt sich eine Abtastzeit von  $123,46 \mu\text{s}$  bei einer elektrischen Frequenz von 900 Hz. Die stationären Verläufe der gepulsten Phasenspannung  $u_r$ , die sich einstellenden Phasenströme sowie die rotorfesten Soll- und Istströme bei Verwendung der synchronisierten PWM zeigt **Bild 14**.



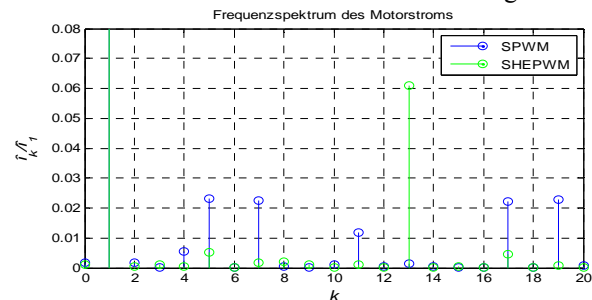
**Bild 14** Spannung  $u_r$  (oben), Phasenströme (Mitte) und rotorfeste Soll- und Istströme (unten,  $i_d^*$  rot,  $i_q^*$  magenta) bei SPWM

Der Phasenstrom  $i_r$  wurde ebenfalls in blau eingefärbt. Bei Verwendung der offline-optimierten Pulsmuster (SHEPWM) stellen sich dagegen die in **Bild 15** gezeigten Verläufe ein.



**Bild 15** Spannung  $u_r$  (oben), Phasenströme (Mitte) u. rotorfeste Soll- und Istströme (unten,  $i_d^*$  rot,  $i_q^*$  magenta) bei SHEPWM

Die Stromverläufe sehen bei beiden Modulationsverfahren ähnlich aus. Beide Pulsmuster weisen einen Modulationsgrad von etwa 0,825 auf. Eine Fourieranalyse der Phasenströme beider Modulationsverfahren zeigt **Bild 16**.



**Bild 16** Frequenzspektrum der Phasenströme bei den Modulationsverfahren SPWM (blau) und SHEPWM (grün)

Dargestellt sind die auf die Grundschwingungsamplitude normierten Harmonischen der Ordnung 0 bis 20. Bei der SPWM fallen die Harmonischen der Ordnung 4 (0,6%), 5 (2,2%), 7 (2,1%), 11 (1,2%), 17 (2,1%) und 19 (2,1%) auf. Bei der SHEPWM ist es dagegen die Harmonische der Ordnung 13 (6,1%), die deutlich heraussticht. Die niederfrequenten Harmonischen der Ordnungen 5

(0,6%), 7 (0,2%) und 11 (0,1%) treten dagegen nur schwach in Erscheinung.

## 5 Fazit und Ausblick

In diesem Beitrag wurde ein neuartiges Verfahren zur Offline-Optimierung von Pulsmustern vorgestellt. Im Vergleich zu bisherigen Veröffentlichungen wurde eine diskrete Beschreibungsform des Pulsmusters gewählt, die im Vergleich zur kontinuierlichen eine Beachtung von Intervallbegrenzungen nicht erfordert. Anschließend wurde gezeigt, wie die aus der Optimierung erhaltenen Pulsmuster unter Beibehaltung der feldorientierten Regelung auf eine PMSM aufgeschaltet werden können.

Gegenüber der SPWM kann bei gleicher Pulszahl eine Minimierung der niederfrequenten Harmonischen durch die Verwendung von offline-optimierten Pulsmustern erreicht werden. Je nach Auswirkung der einzelnen Harmonischen auf die Höhe der Verluste in Wechselrichter und elektrischer Maschine kann die Gütefunktion so angepasst werden, dass entweder drei beliebige Oberschwingungen eliminiert oder mehr als drei Oberschwingungen in ihrer Ausprägung durch die Wahl geeigneter Gewichtungsparemeter minimiert werden.

## 6 Literatur

- [1] **J. Wang, D. Ahmadi:** A Precise and Practical Harmonic Elimination Method for Multilevel Inverters, IEEE Transactions on Industry Applications Vol. 46, No. 2, March 2010
- [2] **J. Janning:** Regelung eines statischen Netzkupplungs-Umrichters zur Speisung des 16 2/3-Hz-Bahnstromnetzes aus dem 50-Hz-Landesnetz, Dissertation, TU Clausthal, 1997
- [3] **A. Sayyah, M. Aflaki, A. Rezazae:** Optimization of THD and Suppressing Certain Order Harmonics in PWM inverters using Genetic Algorithms, International Symposium on Intelligent Control, October 2006, IEEE, Munich, Germany
- [4] **J. Kennedy, R. Eberhart:** Particle Swarm Optimization, International Conference on Neural Networks, Pages: 1942-1948, 1995, IEEE, Perth, Australia
- [5] **M. Azab, H. Soliman:** Application of Augmented Lagrangian Particle Swarm Optimization in Selective Harmonic Elimination Problem, 14<sup>th</sup> International Middle East Power Systems Conference (MEPCON), December 2010, IEEE, Cairo, Egypt
- [6] **T. Shindo, T. Kurihara, H. Taguchi, K. Jin'no:** Particle Swarm Optimization for Single Phase PWM Inverters, Congress on Evolutionary Computation (CEC), Pages: 2501-2505, June 2011, IEEE, New Orleans, USA
- [7] **G. Pampara, N. Franken, A. Engelbrecht:** Combining Particle Swarm Optimization with angle modulation to solve binary problems, Congress on Evolutionary Computation (ECE), Pages: 89-96, Vol. 1, September 2005, IEEE, Edinburgh, Scotland