

# Bestimmung von arbeitspunktabhängigen Maschinenparametern bei Synchronmaschinen

Dipl.-Ing. Jürgen Kiel, Universität Paderborn  
Dr.-Ing. Stephan Beineke, LUST-Antriebstechnik, Lahnau  
Dr.-Ing. Andreas Bünthe, LUST-Antriebstechnik, Lahnau

## Identification of Electrical Parameters of Synchronous Machines

*Permanent Magnet Synchronous Machines with rotor-orientated control are state of the art for low and medium power drive applications with high demands on dynamic behaviour. Usually the electrical parameters (resistance, inductivity and magnetic flux) are treated as constants. However, especially the inductivity may vary in a range up to 40 %, depending on the actual rotor position and the stator currents. Taking this into consideration, e.g. instability of the current controller can be prevented or a sensorless control based on position depending inductivity distribution can be implemented.*

*In this article a method is presented for identifying this dependence using a modified frequency response method.*

*synchronous machine, inductivity, identification, frequency response*

## 1. Einleitung

Für Antriebslösungen, die eine hochdynamische Stellmöglichkeit des Drehmomentes erfordern, werden derzeit, zumindest im unteren Leistungsbereich, fast ausschließlich permanenterregte Synchronmaschinen (PSM) eingesetzt. Die Strom- bzw., Drehmomentregelung erfolgt typischerweise in polradorientierten Koordinaten [5]. Neben der Information über die Rotorlage, die mittels eines Drehgebers oder eines sensorlosen Ansatzes gewonnen wird, erfordert diese Regelung die Kenntnis der Polradflussverkettung  $\Psi_p$ , des Ständerwiderstandes  $R_S$  und der Ständerinduktivität  $L_S$ . Für die polradorientierte Regelung werden diese elektrischen Parameter typischerweise als konstant angenommen. Insbesondere die Induktivität ist jedoch im hohen Maße von den eingestellten d- und q-Stromkomponenten, dem Stromarbeitspunkt, abhängig. Da die Maschine magnetisch nicht streng symmetrisch in d- und q-Richtung aufgebaut ist, ist zusätzlich eine Richtungsabhängigkeit der Induktivität zu berücksichtigen [1]. Bereits bei kurzzeitiger extremer Überlastung Maschine kann die Ständerinduktivität bei handelsüblichen PSM um mehr als 40 % variieren. In diesen Fällen ist

die Stromregelung entsprechend robust einzustellen, oder, was in Hinblick auf die Dynamik vorzuziehen ist, zu adaptieren.

Durch die Richtungsabhängigkeit der Ständerinduktivität eröffnet sich als eine weitere interessante Möglichkeit eine Detektion der aktuellen Rotorlage, indem die Asymmetrie online messtechnisch erfasst wird, und diese Information zur Bestimmung der Rotorlage genutzt wird (vgl. [3], [4]). Bei diesem Vorgehen wird eine sensorlose Regelung der Rotorlage bis zur Drehzahl Null möglich.

Sowohl für den Abgleich der Stromregelung als auch für eine sensorlose Regelung durch Auswertung der Asymmetrie sind bei der Inbetriebnahme die elektrischen Parameter zu bestimmen. Vorteilhafterweise erfolgt die Inbetriebnahme mit einer Selbsteinstellung, bei der im Wesentlichen eine automatisierte Parameteridentifikation durchgeführt wird. Ein geeignetes Verfahren zur Parameteridentifikation, welches auf einer Frequenzganganalyse basiert, wird im Folgenden vorgestellt. Vorteile dieser Methode sind:

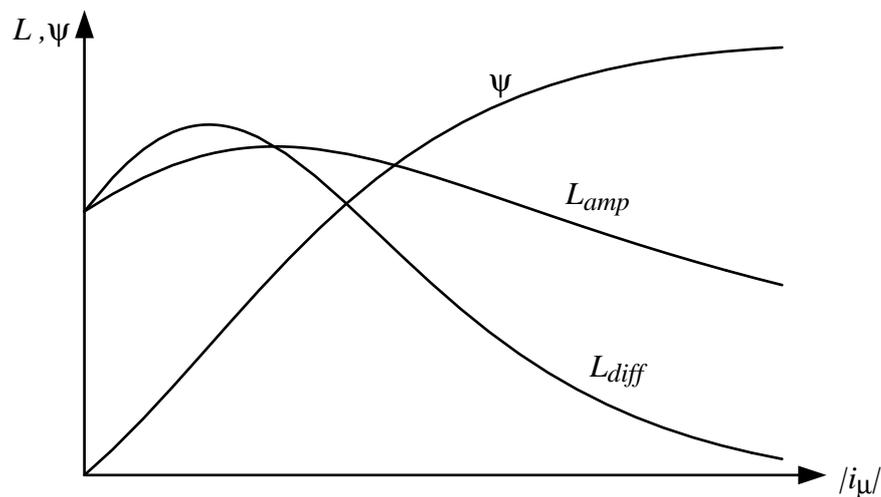
- Alleinige Nutzung der ohnehin vorhandenen Aktorik und Sensorik des Antriebssystems
- Geringer Rechenzeitbedarf
- Geringe Auswirkungen der Fehlerspannungen des Pulswechselrichters.

In diesem Beitrag werden zunächst die physikalische Grundlagen, welche die Nichtlinearitäten verursachen, kurz skizziert. Im Anschluss wird auf das Verfahren zur Parameteridentifikation eingegangen. Abschließend werden anhand exemplarischer Messergebnisse die zuvor erläuterten Abhängigkeiten aufgezeigt.

## 2. Physikalische Grundlagen

Während der Ständerwiderstand der Synchronmaschine im Wesentlichen allein von der Temperatur abhängt, ist insbesondere die Ständerinduktivität der Synchronmaschine markant vom Stromarbeitspunkt, von der Rotorlage und der Frequenz abhängig. Mit Hilfe der differentiellen Induktivität  $L_{diff} = d(\psi)/d|i_{\mu}|$ , die sich von der Amplitudeninduktivität  $L_{amp} = \psi/|i_{\mu}|$  unterscheidet und z.B. für die Qualität der Stromregelung ausschlaggebend ist, lassen sich diese Abhängigkeiten gut beschreiben (Abbildung 1).

Die für die Ständerwicklung maßgebliche Ständerflussverkettung  $\underline{\psi}_S$  hängt von dem permanentmagnetisch gebildeten Luftspaltfluss  $\underline{\psi}_L$  und dem durch den Ständerstrom gebildeten Anteil  $L_S \cdot \underline{i}_S$  ab. Aufgrund von Asymmetrien im geometrischen Aufbau zwischen d- und q-Richtung und aufgrund von Sättigungseinflüssen ist die Ständerinduktivität im Allgemeinen richtungsabhängig. Dabei werden die Extremwerte der differentiellen Induktivität durch die d-Richtung (Minimum) und die q-Richtung (Maximum) festgelegt. Diese Aussage wird im Folgenden erläutert.



**Abbildung 1:** Magnetischer Fluss und differentielle Induktivität in Abhängigkeit vom Magnetisierungsstrom

Der Ständerflussverkettung  $\underline{\Psi}_S$  lässt sich ein Anteil des Magnetisierungsstroms zuordnen; auch die permanentmagnetisch erzeugten Flusskomponenten lassen sich durch einen entsprechenden Anteil zum Magnetisierungsstrom beschreiben.

Es werden nun die Verhältnisse bezüglich der Ständerinduktivität für die Fälle betrachtet, in denen die Raumzeiger  $\underline{\Psi}_L$  und  $\underline{i}_S$  parallel und orthogonal liegen. Im ersten Fall erfolgt die Anregung über die Ständerwicklung in Richtung des Polrads ( $\underline{i}_S = i_{Sd}$ ). Durch die permanentmagnetische Vorspannung verhält sich die Ständerinduktivität asymmetrisch zum Vorzeichen des d-Stroms. Im zweiten Fall erfolgt die Ständeranregung orthogonal zur Polradlage ( $\underline{i}_S = j i_{Sq}$ ). Da in dieser Richtung keine permanentmagnetische Vorspannung wirksam ist, verhält sich die Ständerinduktivität symmetrisch zum Vorzeichen des q-Stroms.

Folglich liegt der Arbeitspunkt auf den Kurven von Abbildung 1 bei Anregung in Polradrichtung rechts von der hierzu orthogonalen Anregung. Die differentielle Induktivität in d-Richtung (im Folgendem  $L_{Sd}$ ) ist demnach fast immer kleiner als die in q-Richtung ( $L_{Sq}$ ). Ferner sind die differentiellen Induktivitäten vorwiegend vom in ihre Richtung liegenden Anteil des Stromarbeitspunktes abhängig. Über die Kreuzsättigung macht sich allerdings auch der orthogonale Anteil – wenn auch in weitaus geringerem Umfang – bemerkbar. Es gelten drei Grundregeln:

- Aufgrund des verschobenen Arbeitspunktes gilt üblicherweise  $L_{Sd} < L_{Sq}$ .
- Bei nicht zu kleinen Beträgen des q-Stroms nimmt mit steigenden Strömen die Induktivität  $L_{Sq}$  ab. Durch die Kreuzsättigung wird ebenfalls, aber nur geringfügig, die Induktivität  $L_{Sd}$  beeinflusst.
- Die Induktivität  $L_{Sd}$  hängt stark vom Mittelwert des d-Stroms ab. Mit positivem d-Strom nimmt sie ab, während sie bei negativem d-Strom größer wird. Über die Kreuzsättigung ist auch hier wieder ein geringer Einfluss auf die Induktivität  $L_{Sq}$  festzustellen.

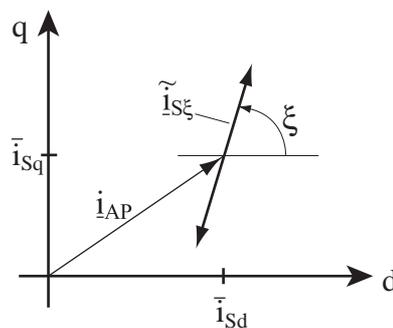
### 3. Verfahrensbeschreibung der Parameteridentifikation

Im Folgenden werden das Messverfahren sowie die Durchführung der Messungen zur Bestimmung der Ständerinduktivität erläutert.

#### 3.1 Messprinzip

Um neben dem Ständerwiderstand  $R_S$  auch die oben angesprochenen Abhängigkeiten der Ständerinduktivität  $L_S$  vom Stromarbeitspunkt und der Rotorlage bestimmen zu können, wird die Impedanzbestimmung mittels Frequenzgangmessung nach [2] wie folgt modifiziert:

Es wird erstens die Möglichkeit geschaffen, den Stromarbeitspunkt  $i_{AP}$  frei in der d,q-Ebene zu wählen. Bei einem Arbeitspunkt, der nicht auf der d-Achse liegt, wird allerdings ein Drehmoment erzeugt, so dass in diesem Fall der Motor festgebremst werden muss. Zweitens kann bei diesem modifizierten Verfahren, wie in Abbildung 2 gezeigt, die Maschine in verschiedene Richtungen  $i_{S\xi}$  (z.B. in d- oder q-Richtung) mit sinusförmigen Strömen angeregt werden.



**Abbildung 2:** Zeigerdiagramm zur Statoranregung

Durch Auswertung der Gleichung

$$X_{\xi}(j\omega) = \frac{\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} u_{S\xi}(t) e^{-j\omega t} dt}{\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} i_{S\xi}(t) e^{-j\omega t} dt} \approx \frac{\sum_{k=0}^{\frac{2\pi}{\omega T}} u_{S\xi}(k) e^{-j\omega(kT)}}{\sum_{k=0}^{\frac{2\pi}{\omega T}} i_{S\xi}(k) e^{-j\omega(kT)}}$$

kann die Induktivität für jede beliebige Richtung  $\xi \in [0 \dots 2\pi]$ , z.B. in Richtung der d-Achse, bestimmt werden.  $X$  bezeichnet hierbei die gemessene Impedanz,  $\omega$  beschreibt die Kreisfrequenz der Anregung und  $T$  die Abtastzeit.

Zur Bestimmung der Induktivität ist es hinreichend, allein den Imaginärteil der Impedanz auszuwerten. Da in diesem Fall die Differenz von Spannungswert

und Spannungssollwert vernachlässigt werden darf [2], kann auf eine zusätzliche Spannungserfassung verzichtet werden. Insofern ist es möglich, einen industriellen Umrichter ohne zusätzliche Hardware einzusetzen. Somit wird zur Durchführung der Messungen an zusätzlicher Hardware lediglich eine Bremse an der Motorachse benötigt.

### 3.2 Durchführung der Messungen

Für die durchzuführenden Analyse werden die Stromkomponenten  $\bar{i}_{sd}$ ,  $\bar{i}_{sq}$ , welche den Arbeitspunkt festlegen, und die Messrichtung  $\xi$  variiert. Auch wenn sich die Abhängigkeiten der Induktivität vom Stromarbeitspunkt und der Rotorlage jeweils auf denselben Effekt – die Sättigung des Eisens – zurückführen lassen, so sollen sie hier doch getrennt behandelt werden. Dieses Vorgehen ist dadurch begründet, dass die beiden Abhängigkeiten bezogen auf die spezifische Aufgabenstellung, wie die Auslegung der Stromregelung oder die Auswertung für eine sensorlose Regelung, unterschiedlich zu analysieren sind.

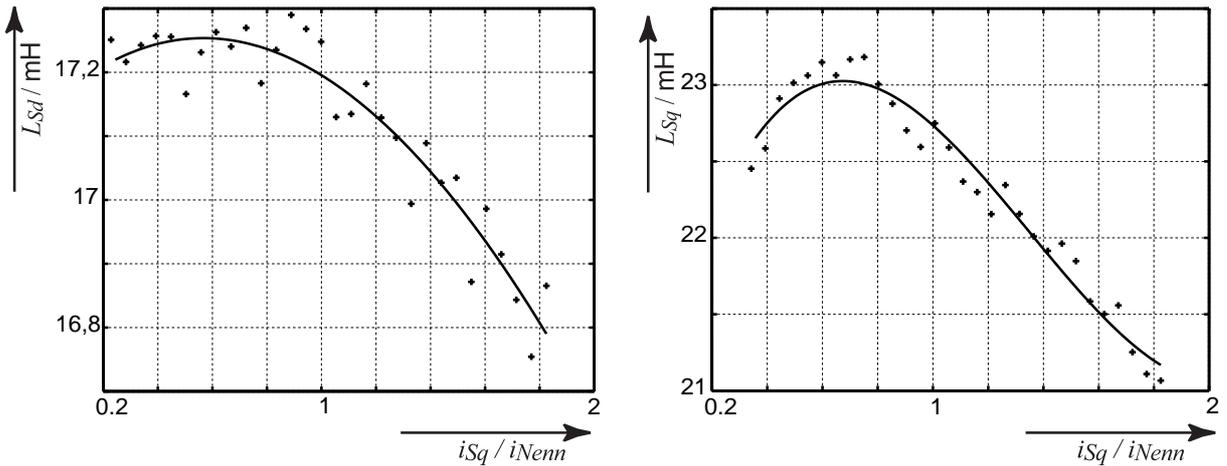
Für die Durchführung der Messungen wird die Läuferachse so festgebremst, dass das ständerfeste  $\alpha, \beta$ - und das polradorientierte d,q-Koordinatensystem zusammenfallen. Damit sind die Resultate relativ einfach bzgl. beider Koordinatensysteme zu interpretieren.

Für die Berücksichtigung der Abhängigkeiten in den Regelalgorithmen müssen geeignete Möglichkeiten zur Parametrierung gefunden werden. Die Fragestellung, durch welche Funktionen die Abhängigkeiten hinreichend beschrieben werden, wird im Folgenden anhand der Messergebnisse diskutiert.

## 4. Diskussion der Messergebnisse

Zuerst werden die Abhängigkeiten vom Stromarbeitspunkt betrachtet. In Abbildung 3 sind die differentiellen Induktivitäten in d- und in q-Richtung angegeben, variiert wird der Ständerstrom in q-Richtung  $i_{sq}$ . Die feldbildende Stromkomponente  $i_{sd}$  ist jeweils 0, da dies dem typischen Arbeitsbereich einer PSM entspricht, solange die PSM nicht im Feldschwächbereich betrieben wird und ein d-Strom ungleich Null eingestellt wird.

Die aufgezeichneten Messpunkte wurden mit Hilfe eines Least-Squares-Verfahrens durch ein Polynom 3. Grades approximiert. Man erkennt unschwer, dass die differentielle Induktivität  $L_{sd}$ , links dargestellt, zum einen betragsmäßig wesentlich kleiner als  $L_{sq}$ , rechts dargestellt, ist. Zum anderen variiert im betrachteten Arbeitsbereich in Abhängigkeit vom q-Strom die Induktivität  $L_{sd}$  bezogen auf den Mittelwert lediglich um 2 %, während sich  $L_{sq}$  immerhin um 10 % ändert. Dieses Verhalten bestätigt die anhand von Abbildung 1 getroffenen Aussagen. Der magnetische Arbeitspunkt liegt bezüglich der  $i_{\mu}$ -Achse weiter

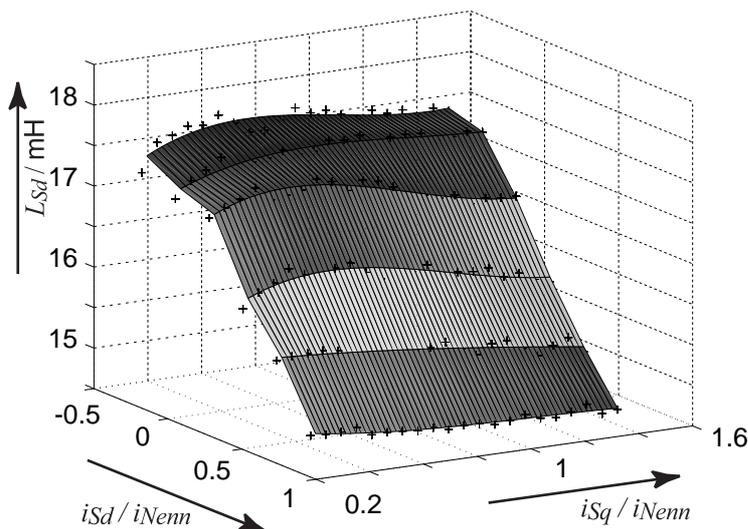


**Abbildung 3:** Differentielle Induktivität  $L_{Sd}$  und  $L_{Sq}$ : Messwerte und Polynom für  $i_{Sd} = 0$

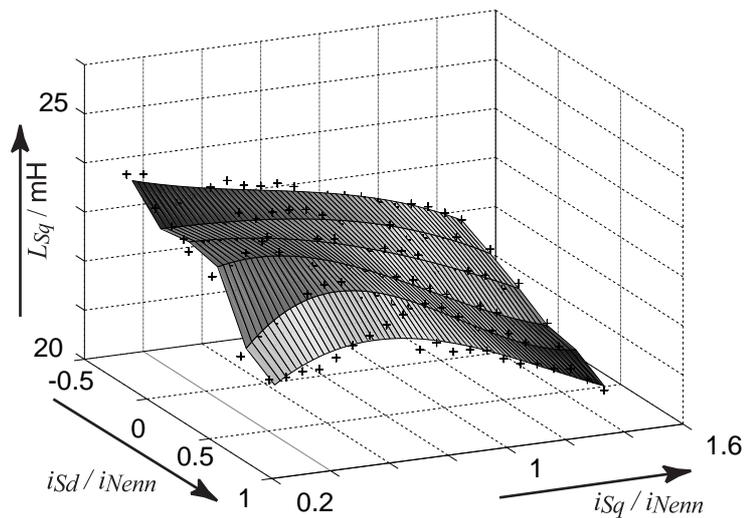
rechts, wo die Induktivitätskurve  $L_{diff}$  niedriger und abgeflachter ist. Ferner wird die Induktivität  $L_{Sd}$  nur durch die Kreuzsättigung beeinflusst.

Das Kennlinienfeld aus Abbildung 4 zeigt die differentielle Induktivität  $L_{Sd}$  in Abhängigkeit vom Stromarbeitspunkt bei zusätzlicher Variation des d-Stromes. Die einzelnen Messreihen sind bei jeweils konstanten d-Strömen aufgezeichnet und die Messwerte sind wiederum durch Polynome angenähert worden.

Man erkennt deutlich den dominanten Einfluss des d-Stromes auf den Wert der Induktivität  $L_{Sd}$ . Bemerkenswert ist hier die für negativ werdende d-Ströme ansteigende Induktivität, auch wenn der Strombetrag größer wird. Dies ist auf die magnetische Vorspannung des Eisens durch den Polradfluss zurückzuführen. Auf eine Analyse bei noch kleineren d-Strömen ist an dieser Stelle verzichtet



**Abbildung 4:** Induktivitäten  $L_{Sd}$  als Kennlinienfeld. Messwerte und Approximationspolynome



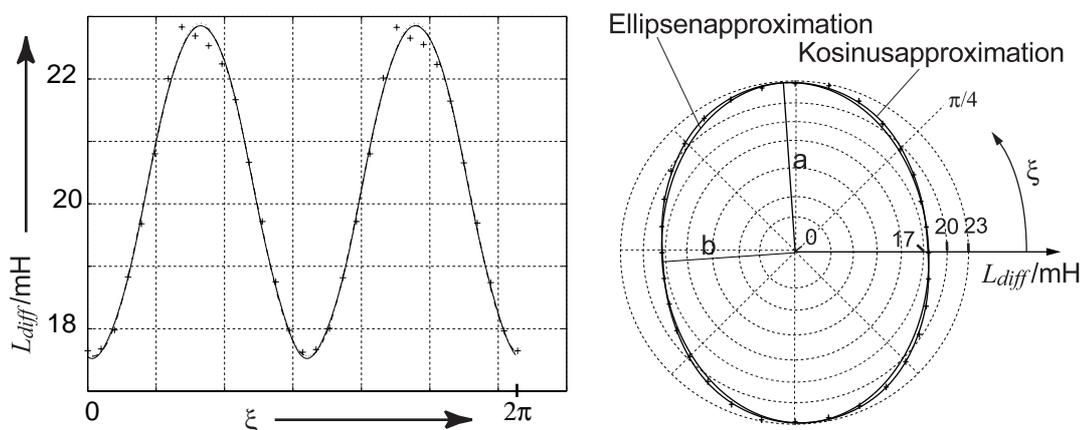
**Abbildung 5:** Induktivitäten  $L_{Sq}$  als Kennlinienfeld.  
Messwerte und Approximationspolynome

worden, da bei einer derartigen Bestromung die Eigenschaften der Permanentmagnete beeinträchtigt werden können.

In Abbildung 5 ist das Kennlinienfeld der Induktivität  $L_{Sq}$  für die gleiche Stromarbeitspunktebene angegeben. Hier erkennt man neben der erwarteten Abhängigkeit vom Strom in q-Richtung ebenfalls eine deutliche Abhängigkeit vom Strom in d-Richtung. Diese ist auf Kreuzsättigungseffekte zurückzuführen.

Nach der Abhängigkeit vom Stromarbeitspunkt wird nun die Abhängigkeit von der Rotorlage anhand von Abbildung 6 diskutiert. Der Stromarbeitspunkt wurde auf der q-Achse gewählt ( $i_{-AP} = j i_{q, Nenn}$ ), dieses entspricht einem typischen Betriebsfall (Nennbetrieb).

In der linken Abbildung ist neben den Messwerten eine Approximation durch eine Fourierreihe, die nach dem dritten Glied abgebrochen ist, eingezeichnet.



**Abbildung 6:** Ständerinduktivität in Abhängigkeit von der Polradlage

Die Maxima fallen mit den Werten für die Induktivität  $L_{Sq}$  und die Minima mit denen von  $L_{Sd}$  zusammen. Insgesamt lassen sich die Messwerte sehr gut über die abgebrochene Fourierreihe approximieren.

In der rechten Abbildung ist die Induktivitätsverteilung zusätzlich in Polarkoordinaten angegeben. Die Induktivität in eine bestimmte Richtung entspricht hierbei dem Abstand vom Ursprung.

Um die Frage nach der günstigsten Approximation zu klären, ist neben der bereits vorgestellten Fourierreihenapproximation (äußere Approximationskurve) hier zusätzlich eine vereinfachte Approximation eingezeichnet, bei der nur der Gleichanteil und die 2. Harmonische berücksichtigt wurden. Diese Approximation lässt sich als Ellipse mit der Hauptachse (a) und der Nebenachse (b) darstellen. Die Ellipsenapproximation liefert zwar ungenauere, für die meisten Anwendungen aber hinreichende Ergebnisse, und sie ist leichter handhabbar.

## 5. Zusammenfassung

Die Abhängigkeit der Induktivität von Rotorlage und Stromarbeitspunkt wird nicht zuletzt deswegen vernachlässigt, weil die Identifikation dieser Abhängigkeit mit hohem messtechnischen Aufwand verbunden ist. Mit dem hier aufgezeigten Verfahren ist dieses allerdings ohne wesentlichen Mehraufwand schnell möglich. Die Abhängigkeiten lassen sich durch Polynome niedriger Ordnung bei der Stromarbeitspunktabhängigkeit sowie durch eine Kosinus- oder Ellipsenapproximation bei der Rotorlageabhängigkeit leicht beschreiben und parametrieren.

## 6. Literatur

- [1] Bödefeld, Th.; Sequenz, H.: Elektrische Maschinen. Springer Verlag, Wien, 1965.
- [2] Bunte, A.: Selbsteinstellender Antrieb mit drehmomentoptimal betriebem Asynchronmotor. Diss. Universität Paderborn, 1998.
- [3] Degner, M. W.; Lorenz, R. D.: Wide Bandwidth Flux and Velocity Estimation in AC Machines at any Speed (including zero) Using Multiple Saliencies. Proceedings of Epe 97, Trondheim, S. 1536 – 1541
- [4] Schroedl, M.: Operation of the Permanent Magnet Synchronous Machine Without a Mechanical Sensor. Proc. PEVSD Conf., IEE, London, 1990, S. 51-56.
- [5] Vas, P.: Vector Control of AC Machines. Oxford University Press, 1994.