

# **Leistungselektronik**

# **Power Electronics**

**Prof. Dr.-Ing. Joachim Böcker**

Skript zur Vorlesung - Lecture Notes

2019-07-01

Universität Paderborn  
Fachgebiet Leistungselektronik  
und Elektrische Antriebstechnik

Paderborn University  
Power Electronics and  
Electrical Drives

Dieses Skript ist vornehmlich für die Studenten der Universität Paderborn als vorlesungsbegleitende Unterlage gedacht. Über das Internet steht es auch anderen Interessierten zur Verfügung. In jedem Fall ist nur die private, individuelle, nicht-kommerzielle Nutzung gestattet. Insbesondere ist nicht gestattet, das Skript oder dessen Bestandteile weiter zu verbreiten, zu vervielfältigen oder für andere Zwecke zu nutzen. Ausnahmen bedürfen der Genehmigung des Verfassers. Der Verfasser ist für Hinweise auf Fehler oder Unzulänglichkeiten dankbar.

These lecture notes are primarily dedicated to the students of the University of Paderborn. It is also available to other persons on the internet. In any case, only private, individual, non-commercial use is allowed. In particular, it is not allowed to distribute, to copy the lecture notes or parts of it or to use it for other means. Exceptions have to be agreed by the author. The author would appreciate any comment on errors or incompleteness.

# Inhalt

## Content

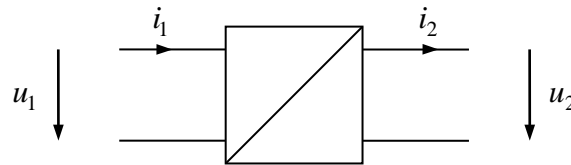
<b>1</b>	<b>Aufgaben leistungselektronischer Baugruppen und Systeme</b>	<b>6</b>
	<b>Assignments of Power Electronics Components and Systems</b>	
<b>2</b>	<b>Schalter</b>	<b>11</b>
	<b>Switches</b>	
2.1	<i>Ideale Schalter</i>	
	<i>Ideal Switches</i>	12
2.2	<i>Realisierung von Schaltern durch leistungselektronische Bauelemente</i>	
	<i>Realization of Switches by Means of Power Electronics Devices</i>	15
<b>3</b>	<b>Gleichstromsteller</b>	<b>20</b>
	<b>DC-DC Converters</b>	
3.1	<i>Tiefsetzsteller</i>	
	<i>Buck Converter</i>	20
3.1.1	Funktionsprinzip	
	Principle of Operation	20
3.1.2	Tiefsetzsteller mit Kondensator zur Spannungsglättung	
	Buck Converter with Capacitor for Output Voltage Smoothing	28
3.1.3	Schaltungstechnische Realisierung	
	Realisation of the Circuitry	30
3.1.4	Lücken beim Tiefsetzsteller	
	Discontinuous Conduction Mode of the Buck Converter	31
3.1.5	Lückgrenzbetrieb des Tiefsetzstellers	
	Boundary Conduction Mode of the Buck Converter	36
3.2	<i>Hochsetzsteller</i>	
	<i>Boost Converter</i>	38
3.2.1	Funktionsprinzip	
	Principle of Operation	38
3.2.2	Hochsetzsteller mit Kondensator zur Spannungsglättung	
	Boost Converter with Capacitor for Output Voltage Smoothing	39
3.2.3	Schaltungstechnische Realisierung	
	Realization of the Circuitry	41
3.2.4	Lücken beim Hochsetzsteller	
	Discontinuous Conduction Mode of the Boost Converter	42
3.2.5	Lückgrenzbetrieb beim Hochsetzsteller	
	Boundary Conduction Mode of the Boost Converter	43
3.3	<i>Bidirektionale Gleichstromsteller</i>	
	<i>Bi-Directional DC-DC Converters</i>	44
3.3.1	Steller für beide Strompolaritäten	
	Converter for Both Current Polarities	44
3.3.2	Steller für beide Spannungspolaritäten	
	Converter for Both Voltage Polarities	47
3.3.3	Vier-Quadranten-Steller	
	Four-Quadrant Converter	48
<b>4</b>	<b>Kommutierung</b>	<b>49</b>
	<b>Commutation</b>	
4.1	<i>Beschaltung mit Z-Diode</i>	
	<i>Snubber Circuit with Zener Diode</i>	50
4.2	<i>RCD-Beschaltung</i>	
	<i>RCD Snubber Circuit</i>	55
4.3	<i>Aufbautechnik</i>	
	<i>Packaging Technology</i>	60

<b>5</b>	<b>Dynamische Mittelwertmodellierung</b>	<b>62</b>
	<b>Dynamic Averaging .....</b>	<b>62</b>
5.1	Mittelwertmodell des Widerstands Average Modeling of a Resistance .....	63
5.2	Mittelwertmodell der Drossel und des Kondensators Average Modeling of Inductor and Capacitor .....	63
5.3	Mittelwertmodell linearer zeitinvarianter Differenzialgleichungen Averaging Model of Linear Time-Invariant Differential Equations.....	65
5.4	Mittelwertmodell für Schalter Average Modeling of a Switch.....	65
5.5	Mittelwertmodell strukturvariabler Differenzialgleichungen State-Space Averaging of Variable-Structure Differential Equations.....	69
5.6	Dynamisches Mittelwertmodell des Tiefsetzstellers Dynamic Averaging Model of Buck Converter.....	72
<b>6</b>	<b>Regelung des Tiefsetzstellers</b>	<b>75</b>
	<b>Control of the Buck Converter .....</b>	<b>75</b>
6.1	Steuerung mit konstantem Tastverhältnis Feedforward Control with Constant Duty Cycle.....	75
6.2	Einschleifige Spannungsregelung Single-Loop Voltage Control .....	80
6.2.1	P-Regler P-Controller .....	83
6.2.2	PI-Regler PI-Controller .....	85
6.2.3	PID-Regler PID-Controller .....	89
6.3	Spannungsregelung mit unterlagerter Stromregelung Voltage Control with Inner Current Control Loop .....	89
6.3.1	Unterlagerte Stromregelung Inner Current Control.....	90
6.3.2	Überlagerte Spannungsregelung Outer Voltage Control Loop .....	94
6.3.3	Begrenzung des Stroms in der Kaskadenregelung Current Limitation with Cascaded Control .....	101
6.4	Strom-Hysterese-Regelung Current Hysteresis Control .....	101
6.5	Regelung im Lückgrenzbetrieb Boundary Current Mode Control.....	105
6.6	Peak Current Mode Control.....	107
<b>7</b>	<b>Pulsweitenmodulation</b>	<b>115</b>
	<b>Pulse Width Modulation .....</b>	<b>115</b>
7.1	Pulsweitenmodulation mit zeitkontinuierlichem Sollwert Pulse Width Modulation with Continuous-Time Reference Value .....	115
7.2	Pulsweitenmodulation mit zeitdiskretem Sollwert Pulse Width Modulation with Discrete-Time Setpoints.....	118
7.3	Pulsweitenmodulation mit Berücksichtigung einer veränderlichen Speisespannung Pulse Width Modulation Considering Variable Supply Voltage .....	122
7.4	Pulsweitenmodulation mit Rückführung der Ausgangsspannung Pulse Width Modulation with Feedback of the Output Voltage .....	124
<b>8</b>	<b>Oberschwingungen der Pulsweitenmodulation</b>	<b>127</b>
	<b>Harmonics of Pulse Width Modulation .....</b>	<b>127</b>

8.1	<i>Oberschwingungen bei konstantem Sollwert</i> <i>Harmonics at a Constant Setpoint</i> .....	127
8.2	<i>Oberschwingungen bei sinusförmigem Sollwert</i> <i>Harmonics with Sinusoidal Setpoint</i> .....	134
<b>9</b>	<b>Wechselsperrzeiten</b> <b>Interlocking Time</b> .....	<b>148</b>
<b>10</b>	<b>Treiber</b> <b>Driver</b> .....	<b>151</b>
10.1	<i>Spannungsversorgung der Treiber</i> <i>Power Supply of the Drivers</i> .....	151
<b>11</b>	<b>Vier-Quadranten-Steller</b> <b>Four-Quadrant Converter</b> .....	<b>154</b>
11.1	<i>Schaltungstopologie</i> <i>Circuit Topology</i> .....	154
11.2	<i>Pulsweitenmodulation für den 4QS</i> <i>Pulse Width Modulation for the 4QC</i> .....	155
11.3	<i>4-Quadrantensteller als Gleichrichter für einphasige Netze</i> <i>Four-Quadrant Converter as a Rectifier for Single-Phase Grids</i> .....	161
11.3.1	<i>Stationäre Betrachtung</i> <i>Stationary Analysis</i> .....	162
11.3.2	<i>Regelung</i> <i>Control</i> .....	166
11.3.3	<i>Saugkreis</i> <i>Notch filter</i> .....	169
11.3.4	<i>Auf- und Abrüstvorgang und notwendige Beschaltung</i> <i>Starting-Up and Shutdown Procedures and Required Circuitry</i> .....	172
11.4	<i>Parallel- und Reihenschaltung von 4QS-Modulen</i> <i>Parallel- and Series Connection of 4QC modules</i> .....	174
11.5	<i>Transformator</i> <i>Transformer</i> .....	178
<b>12</b>	<b>Gleichrichter mit Hochsetzsteller (PFC-Gleichrichter)</b> <b>Rectifier with Boost Converter (PFC Rectifier)</b> .....	<b>189</b>
<b>13</b>	<b>Dreisträngiger spannungsgespeister Wechselrichter</b> <b>Three-Phase Voltage-Source Inverter</b> .....	<b>194</b>
<b>14</b>	<b>Fremdgeführte Thyristor-Stromrichter</b> <b>Externally Commutated Thyristor Converters</b> .....	<b>196</b>
14.1	<i>Thyristor-Mittelpunkt und Brückenschaltungen</i> <i>Center-Tapped and Bridge Thyristor Circuits</i> .....	196
14.2	<i>Kommutierung</i> <i>Commutation</i> .....	204
14.3	<i>Netzurückwirkungen</i> <i>Line-Side Harmonics</i> .....	210
14.4	<i>Umkehrstromrichter</i> <i>Two-Way Converter</i> .....	213
14.5	<i>Direktumrichter</i> <i>Cyclo Converter</i> .....	215
14.6	<i>Hochspannungs-Gleichstromübertragung</i> <i>High-Voltage Direct Current Transmission</i> .....	218

14.7	<i>Stromgespeister lastgeführter Wechselrichter</i>	
	<i>Current-Fed Load-Commutated Inverter</i> .....	221
14.8	<i>Stromgespeister selbstgeführter Wechselrichter</i>	
	<i>Current-Fed Self-Commutated Inverter</i> .....	223
14.9	<i>Stromgespeister selbstgeführter Wechselrichter mit abschaltbaren Ventilen</i>	
	<i>Current-Fed Self-Commutated Inverter with Turn-Off Devices</i> .....	229
<b>15</b>	<b>Mehrstufige Umrichter</b>	
	<b>Multi-Level Inverters</b> .....	<b>230</b>
15.1	<i>Level Umrichter</i>	
	<i>Three-Level Inverter</i> .....	230
<b>16</b>	<b>Literatur</b>	
	<b>Literature</b> .....	<b>231</b>

## 1 Aufgaben leistungselektronischer Baugruppen und Systeme Assignments of Power Electronics Components and Systems



**Fig. 1-1:**  
Umrichter

Converter

Hauptaufgabe der Leistungselektronik ist die Umformung zwischen verschiedenen Arten elektrischer Energie. Die betrifft die Anpassung der Höhe (Amplitude, Effektivwert) von Spannung und Strom, der Frequenz sowie der Zahl der Stränge bzw. Phasen. Leistungselektronische Komponenten, die diese Umformung elektrischer Energie bewerkstelligen, werden als Umrichter (converter) bezeichnet. Umrichter werden in den verschiedensten Leistungs- und Spannungsbereichen eingesetzt. Das Spektrum umzuformender elektrischer Leistung reicht von einigen Milliwatt bis zu einigen 100 MW, der Spannungsbereich erstreckt sich von wenigen Volt bis zu einigen 10 kV, sogar 100 kV, Ströme reichen von mA bis zu kA.

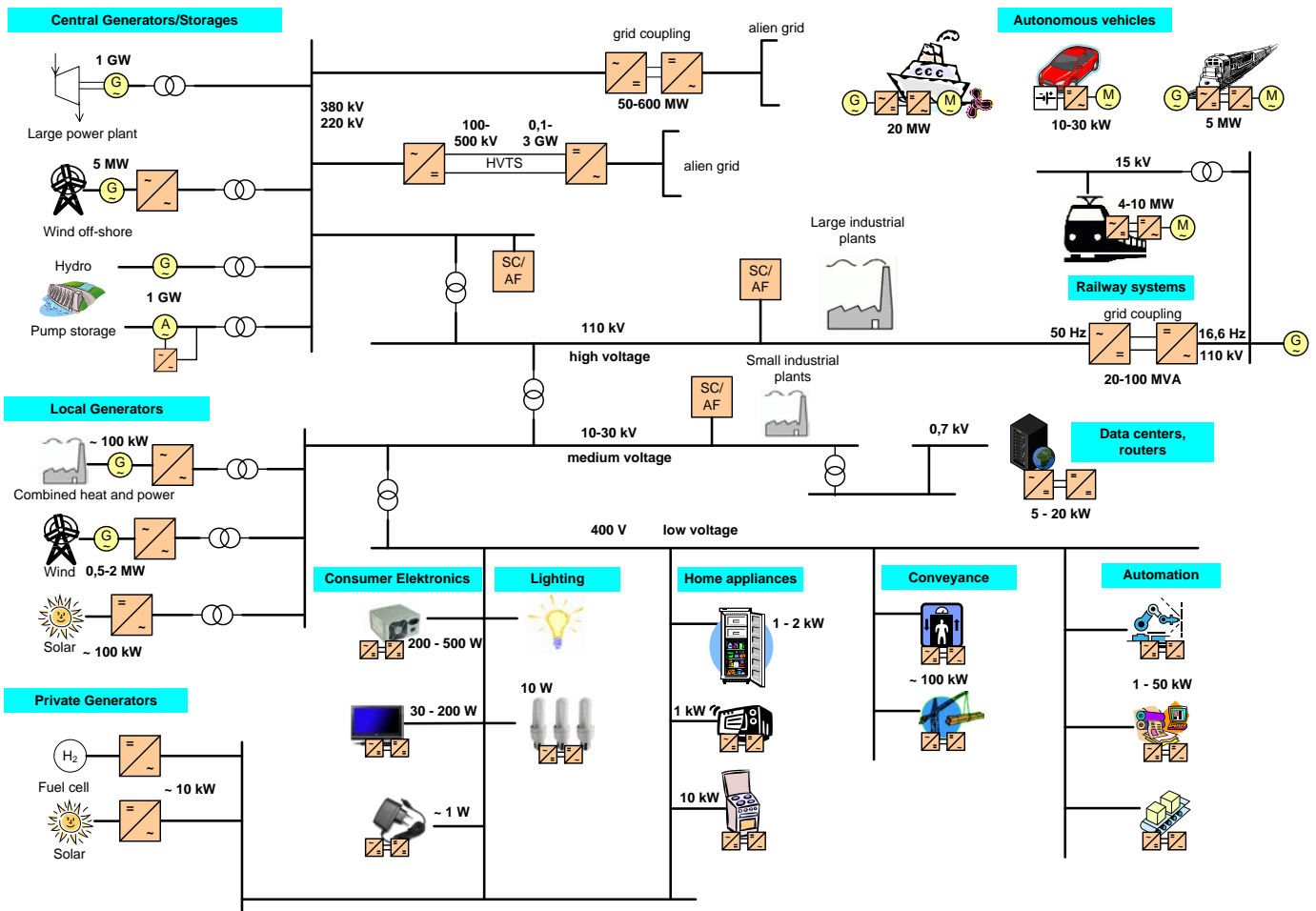
In der elektrischen Erzeugung, Verteilung und Nutzung elektrischer Energie wird ein stetig steigender Anteil durch eine oder mehrere leistungselektronischen Wandlungsstufen gewandelt.

The main task of power electronics is the conversion of one form of electrical energy to another. This process involves the conversion of voltage and current in terms of magnitude or RMS values, the change of frequency, and the number of phases. Power electronic components doing such conversions are referred to as converters. Converters are used in many different power and voltage ranges. The spectrum of converting electrical power ranges from a few mW to several 100 MW, the voltage range extends from a few volts to several 10 kV or even 100 kV and even current ratings ranges from mA to kA.

On the way from power generation via distribution to utilization, a steadily increasing ratio of electrical energy is converted at least by one, often by several power electronic stages.

---

Einsatzbereiche Systeme:	leistungselektronischer	Some examples of applications of power electronic systems:
<ul style="list-style-type: none"><li>• Netzteile für elektronische Geräte in Haushalt, Büro, für PCs und Telekommunikations- oder Computeranlagen</li><li>• Antriebsstromrichter für den drehzahlvariablen Betrieb von elektrischen Antrieben (z.B. Werkzeugmaschinen, Bahnantriebe, Industrieantriebe, Pumpen, Lüfter, Haushaltsgeräte)</li><li>• Windkraftanlagen</li><li>• Photovoltaik-Anlagen</li><li>• Versorgung des einphasigen <math>16\frac{2}{3}</math>Hz-Bahnetzes aus dem dreiphasigen 50Hz-Landesnetz</li><li>• Speisung von Lichtbogen-Schmelzöfen</li><li>• Beleuchtungssteuerung</li><li>• Audioverstärker</li><li>• ...</li></ul>		<ul style="list-style-type: none"><li>• Power supplies for electronic home appliances, office, for telecommunication equipment and for personal computers or computer servers</li><li>• Converters for motor drives to allow speed-variable operation of electrical drives (e.g. machine tools, conveyor drives, industrial drives, pumps and fans)</li><li>• Electrical wind turbines</li><li>• Photovoltaic systems</li><li>• Supplying a single-phase <math>16\frac{2}{3}</math>Hz railway grid from 3-phase, 50 Hz national power grid.</li><li>• Supply of electric arc furnaces.</li><li>• Lightening control</li><li>• Audio amplifiers</li><li>• ...</li></ul>



**Fig. 1-2:**  
 Leistungselektronik in der Energie-  
 Erzeugung, -Verteilung und -  
 Nutzung

Power electronics in generation,  
 distribution and utilization of  
 electric energy



**Begriffe leistungselektronischer Umformungen**  
**Definition of terms of power conversion**

Umformung <i>Conversion</i>	nach <sup>1</sup> <i>to</i>	
von <sup>1</sup> <i>from</i>	<b>Gleichspannung</b> <i>direct voltage</i>	<b>Wechsel- oder Drehspannung</b> <i>alternating voltage</i> <i>(single or three phases)</i>
<b>Gleichspannung</b> <sup>3</sup> <i>direct voltage</i>	Gleichstromsteller <i>DC-DC</i> <i>DC-DC converter</i>	Wechselrichter <i>DC-AC converter</i>
<b>Wechsel- oder Drehspannung</b> <sup>3</sup> <i>alternating voltage</i> <i>(single or three phases)</i>	Gleichrichter <i>rectifier</i> <i>(AC-DC converter)</i>	Wechselstromsteller <sup>2</sup> Umrichter <i>AC-AC converter</i>

<sup>1</sup> Der Leistungsfluss ist meist unidirektional, kann aber auch bidirektional (umkehrbar) sein.

<sup>1</sup> The direction of power flow is, in most cases, uni-directional. However, in some cases it can be also bi-directional

<sup>2</sup> Der Begriff *Wechselstromsteller* bezeichnet Umrichter, bei denen die Amplitude bzw. der Effektivwert, nicht aber die Frequenz der Wechsel- oder Drehspannungen verändert wird. Wird auch die Frequenz verändert, spricht man allgemeiner von Umrichter. Diese Umformung von Wechselspannung in Wechselspannung einer anderen Frequenz kann entweder direkt durch *Direktumrichter* oder *Matrixumrichter* oder in zwei Wandlungsstufen durch Gleichrichtung und nachfolgender Wechselrichtung mit einem internen Gleichspannungs- oder Gleichstrom-Zwischenkreis erfolgen (*Zwischenkreisumrichter*).

<sup>2</sup> Often the term AC-AC converter is understood in such a way that only the magnitude or RMS value of the voltage or current is being changed, but not the frequency. In general, however, change of frequency is also subject of such a conversion. This can be performed as a one-stage conversion by so-called *cyclo converters* or *matrix converters*. In many cases this is done, however, by two conversion stages, via rectification to an intermediate DC voltage (or DC current) and then inversion again to AC. Such converters are called *DC-link converters*.

<sup>3</sup> Meist geht man von spannungseinprägenden Systemen aus und spricht entsprechend von einer Umformung der *Spannung*. Dies entspricht den üblichen spannungseinprägenden Energieversorgungsstrukturen. Mit gleicher Berechtigung lässt sich aber auch der *Strom* eingeprengen. Stromeinprägende Energieversorgungsnetze gibt es jedoch praktisch nicht; einzelne stromeinprägende Systeme, z.B. Umrichter mit Stromzwischenkreis, finden sich aber sehr wohl.

<sup>3</sup> Mostly we are dealing with *voltage-source* systems and speak of *voltage conversion*. E.g., this is the case with the energy supply grid. In general, also the *current-source* systems are possible. Though current-source grids are not common, however, converters with intermediate DC current link are known very well.

**Wichtige Aspekte bei der Umformung elektrischer Energie:**

- Kosten
- Lebensdauer, Zuverlässigkeit
- Qualität von Spannung und Strom (z. B. Spannungsgenauigkeit, Harmonische in Strom und Spannung, Regeldynamik usw.)
- Wirkungsgrad
- Verluste (die Verluste sind nicht nur wegen der Energiekosten, sondern auch wegen der abzuführenden Verlustwärme von Bedeutung)
- Volumen, Gewicht (insb. bei mobilen Anwendungen)

**Important aspects in conversion of electrical energy:**

- Costs
- Life time and reliability
- Quality of voltage and current (e.g. voltage accuracy (ripple content), harmonics of voltage and current, control dynamics etc.)
- Efficiency
- Losses (losses are not only an issue of energy consumption, but also because of getting rid of the heat)
- Volume, weight (espy. for mobile applications)



**Fig. 1-3:**  
Zum Entwurfsprozess  
leistungselektronischer  
Schaltungen

The design process of power  
electronic

---

## 2 Schalter Switches

Aus der Forderung nach minimalen Verlusten bei der Umformung ergibt sich bereits, dass Widerstände oder allgemein Bauelemente mit hohen inneren Verlusten nicht für leistungselektronische Schaltungen in Frage kommen (zumindest nicht im Hauptstrompfad). Auch elektronische Bauelemente wie Transistoren können nicht als kontinuierlich steuerbare Elemente eingesetzt werden. Die dann anfallende Verlustleistung wäre für leistungselektronische Anwendungen zu groß.

In Betracht kommen nur Bauelemente mit möglichst geringen Verlusten. Diese sind im Wesentlichen reaktive Bauelemente wie:

- Kondensator
- Spule, Drossel
- Transformator

Zu diesen treten hinzu:

- Schalter

Schalter sind zentrale Bauelemente der Leistungselektronik, da sie als einzige Elemente entweder aktiv (durch einen Steuerimpuls, *fremdgeführt*) oder passiv (als Folge des äußeren elektrischen Verhaltens von Last bzw. Netz, *lastgeführt* bzw. *netzgeführt*) den Stromfluss oder die anliegenden Spannungen gezielt beeinflussen können.

The application of power electronics to perform power conversion with minimum losses clearly eliminates the usage of resistive elements or other similar elements with high dissipative losses (at least not in the critical paths). Also, electronics components such as transistors cannot be operated in their linear control region. Otherwise, the generated losses were too large.

So, we consider only the components with minimum losses. These are essentially reactive elements such as:

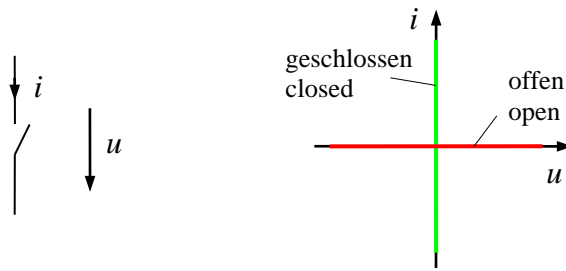
- Capacitor
- Inductor
- Transformer

Also joins to these elements:

- Switches

Switches are key components in power electronics because they are the only elements that can control the flow of currents and voltages selectively either actively (by gate pulses, externally driven) or passively (as results of external electrical behavior of load or network i.e. load or source commutated).

## 2.1 Ideale Schalter Ideal Switches



**Fig. 2-1:**  
Zweipol-Schalter

Two-pole switch

Der einfachste (idealisierte) Schalter ist der Zweipol-Schalter, er kann die folgenden beiden Zustände annehmen:

The simplest (idealized) switch is the two-pole switch, it can assume two states.

$$\begin{array}{ll} \text{geschlossen/closed:} & u(t) = 0, \quad i(t) \text{ beliebig/any value} \\ \text{offen/open:} & i(t) = 0, \quad u(t) \text{ beliebig/any value} \end{array} \quad (2.1)$$

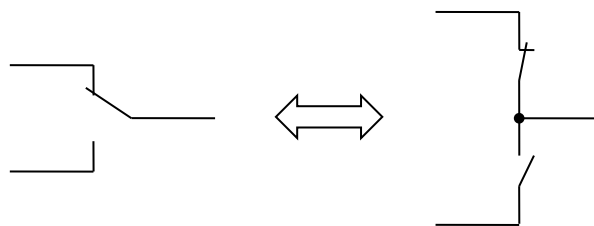
Die Verlustleistung des idealen Schalters ist stets Null,

The power loss of the ideal switch is always zero,

$$p(t) = u(t)i(t) = 0. \quad (2.2)$$

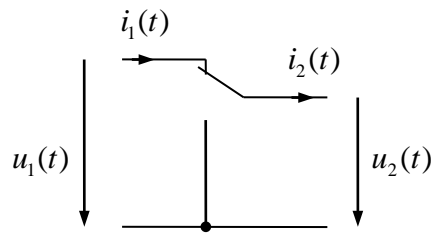
da entweder die Spannung oder der Strom Null ist.

because either the voltage or the current is zero,



**Fig. 2-2:**  
Realisierung des Umschalters  
(Dreipol-Schalters)  
durch zwei im Gegentakt zu  
betreibende Zweipol-Schalter

Realization of the three-pole  
switch by two two-pole  
switches,  
operated in a complementary  
manner



**Fig. 2-3:**  
Vierpol-Schalter

Four-pole switch

Beschreibung des Vierpol-Schalters durch die *Schaltfunktion*:

The four-pole switch can be easily described with the help of the *switching function*:

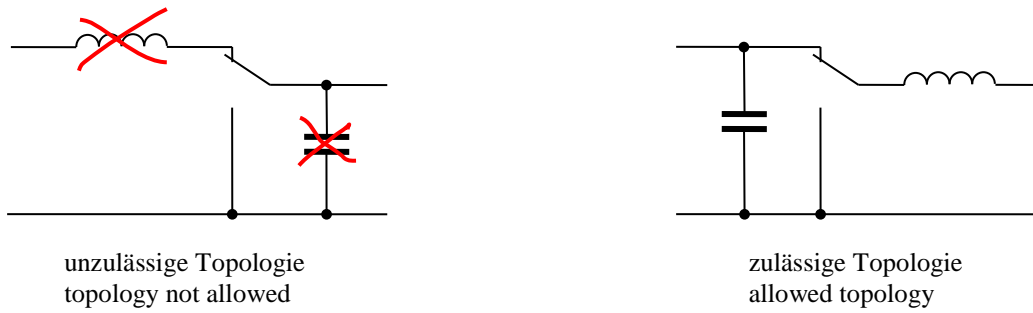
$$s(t) = \begin{cases} 1 & \text{in case of upper switch position} \\ 0 & \text{in case of lower switch position} \end{cases} \quad (2.3)$$

$$u_2(t) = s(t)u_1(t) \quad (2.4)$$

$$i_1(t) = s(t)i_2(t)$$

Die Größen  $u_1(t)$  und  $i_2(t)$  können vorgegeben, dem Schalter eingepreßt werden, nicht aber  $u_2(t)$  und  $i_1(t)$ ! Aufgrund des Schaltverhaltens können sich  $u_2(t)$  und  $i_1(t)$  sprungförmig ändern. Die an den Eingangs- bzw. Ausgangskreis anzuschließenden Schaltungen müssen also in der Lage sein, diese sprungförmigen Änderungen aufzunehmen. Insbesondere ist es also *nicht* zulässig, eine Drossel in Reihe in den Eingangskreis oder einen Kondensator parallel zur Ausgangsseite zu platzieren. Ausnahmen sind nur in solchen Fällen erlaubt, wenn das Schalten im Strom- bzw. Spannungsnulldurchgang garantiert werden kann, so dass der Drosselstrom bzw. die Kondensatorspannung nicht springt. Solche Strategien werden im Rahmen sog. *weichen Schaltens* angewendet, was aber in diesem Grundkurs nicht behandelt wird.

The quantities  $u_1(t)$  and  $i_2(t)$  can be considered as arbitrarily given, as they are impressed to the switch. Vice versa, that is not the case for  $u_2(t)$  and  $i_1(t)$ ! Due to the switching behavior,  $u_2(t)$  and  $i_1(t)$  may change step-like. Thus, the circuits connected to input and output of the switch must be capable of such step-like changes. In particular, it is generally *not* allowed to connect an inductor in series to the input circuit of the switch, or to connect a capacitor in parallel to the output terminals. Exceptions of this general rule are only permitted if it can be assured that the switching action takes place exactly at such time instants, when the inductor current or the capacitor voltage is zero for sure, so that a step-like change does not occur. Such strategies may be applied in the context of *soft switching* which is not a subject of this basic course.



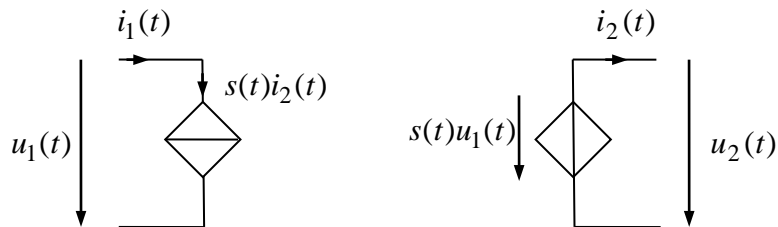
**Fig. 2-4:**  
Schaltungstopologien

Basic topologies

Für den Vierpolschalter gilt die Leistungsbilanz:

The power balance applies for the four-pole switch as

$$\begin{aligned}
 p_1(t) &= p_2(t) \\
 u_1(t)i_1(t) &= u_2(t)i_2(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$



**Fig. 2-5:**  
Ersatzschaltbild des Vierpol-Schalters mit steuerbaren Quellen

Equivalent circuit diagram of the four-pole switch with controllable sources

---

## 2.2 Realisierung von Schaltern durch leistungselektronische Bauelemente Realization of Switches by Means of Power Electronics Devices

Die bislang diskutierten idealen Schalter werden natürlich nicht durch mechanische Kontakte, sondern mit elektronischen Bauelementen realisiert. Die wichtigsten Bauelemente, die für die Realisierung eines Zweipol-Schalters in Frage kommen, sind in der nachfolgenden Tabelle zusammengestellt. Von diesen sind der Bipolar- und der selbstsperrende Feldeffekt-Transistor (Anreicherungstyp) aus konventionellen elektronischen Schaltungen wohlbekannt. Gewöhnlich werden diese Elemente – beispielsweise in Verstärkerschaltungen - in einem kontinuierlichen, mehr oder weniger linearen Steuerbereich betrieben. Dies ist hier nicht der Fall. Diese Transistoren werden rein schaltend betrieben. Das heißt: Entweder sie werden gar nicht angesteuert, d. h. es fließt nur ein – meist vernachlässigbarer sehr geringer Sperrstrom – oder sie werden so stark übersteuert, so dass die Restspannung minimal wird. Beim Bipolartransistor spricht man vom gesättigten Betriebsbereich.

In der nachfolgenden Tabelle sind die realen Kennlinien der Bauelemente stark idealisiert dargestellt, insbesondere ist der Restspannungsabfall im leitenden Zustand vernachlässigt. Wichtig ist jedoch, darauf zu achten, mit welchen Polaritäten von Spannung und Strom diese Bauelemente belastet werden dürfen. Beim idealen Zweipol-Schalter haben wir bislang keine Beschränkung diskutiert. Viele Bauelemente können den Strom aber nur in einer Richtung führen bzw. nur in einer Richtung Sperrspannung aufnehmen. Ausnahmen sind beispielsweise der MOS-FET, der den Strom in sowohl vorwärts als auch rückwärts leiten kann, oder der Thyristor, der sowohl in Vorwärts- als auch in Rückwärtsrichtung Sperrfähigkeit besitzt.

The ideal switches considered so far will of course not be realized by mechanical contacts but by electronic devices. The most important candidates of two-pole switches are listed in the table below. Out of this list, the bipolar junction transistor and the enhancement-type field effect transistor are well known also from conventional electronic circuits. Usually, these elements are operated in a continuous, more or less linear operation range, for example in amplifier circuits. Here, this is not the case. The transistors are operated only in a switched mode. That means: Either the device is not active at all so that only a very small blocking current results, which can usually be neglected – or it is driven into saturation so that the resulting forward voltage is getting as small as possible. This is called saturated operation range with the bipolar transistor.

In the table below, the characteristic curves of the devices are shown, however, idealized with neglected forward voltage in the conducting state. It is important, however, to pay attention to the voltage and current polarities the devices are capable of. With the ideal two-pole switch, no restrictions have been discussed so far. Many devices can only conduct the current in one direction and withstand blocking voltage only in reverse direction. Exceptions are the MOS-FET which can conduct the current in forward and reverse directions, and the thyristor which is capable both of forward and reverse blocking voltage.

---

Für viele Anwendungen ist diese Unzulänglichkeit der realen Bauelemente kein schwerwiegender Nachteil, da eine Umkehr der Spannungs- bzw. Strompolarität oft gar nicht erforderlich ist. Falls das aber dennoch der Fall sein sollte, müssen unter Umständen mehrere Bauelemente so kombiniert werden, dass alle notwendigen Betriebsfälle abgedeckt werden. Solche Kombinationen sind in der zweiten folgenden Tabelle dargestellt. Drei- und Vierpol-Schalter realisiert man dann aus Zusammensetzungen der passenden Zweipol-Schalter.

For many applications, however, these shortcomings of the real devices are no serious handicaps, because handling of both voltage and current polarities is often not required. If that is necessary in some cases, several devices must be combined in order to cover all necessary specifications. Such combinations are shown in the second table below. Three and four-pole switches are then realized from two-pole switches accordingly

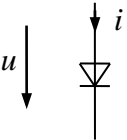
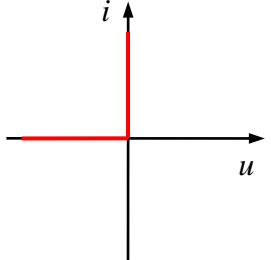
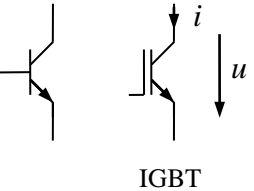
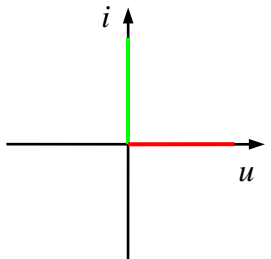
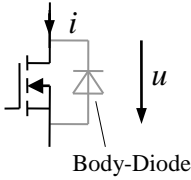
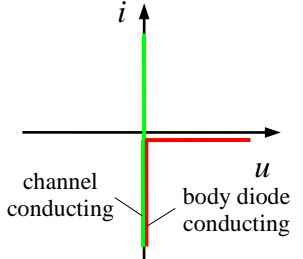
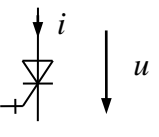
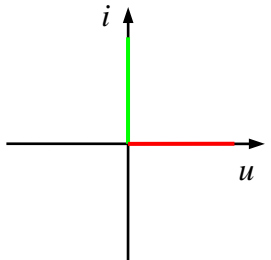
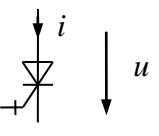
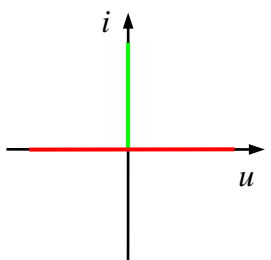


**Tabelle:**  
**Idealisierte Charakteristika einiger leistungselektronischer Bauelemente**

rot: Kennlinie des nicht-angesteuerten Elements  
grün: Kennlinie des angesteuerten Elements

**Table:**  
**Idealized characteristics of some power electronic devices**

Red: characteristic of non-driven device, i.e. gate/control input not active  
Green: characteristics with active gate/control input

<p>Diode</p>		
<p>Bipolar junction transistor and Isolated Gate Bipolar Transistor (IGBT)</p>		
<p>Power MOSFET</p>		
<p>Gate Turn Off (GTO) thyristor, IGCT (Integrated Gate Controlled Thyristor)</p>		
<p>RB-IGCT (Reverse blocking IGCT)</p>		

**Tabelle:**  
**Realisierungen des Zweipol-Schalters**

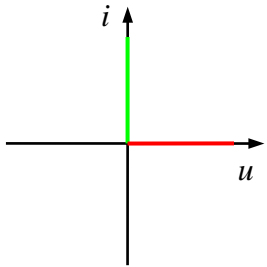
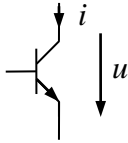
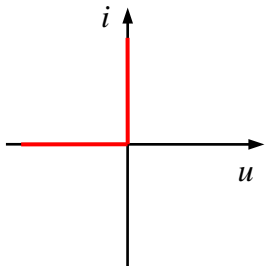
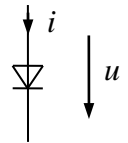
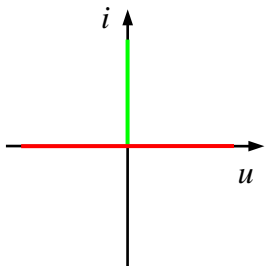
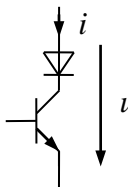
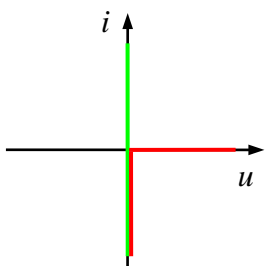
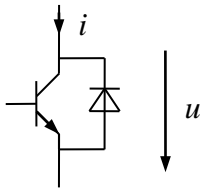
- 1Q: Realisierungen für nur jeweils eine Strom- und eine Spannungspolarität
- 2Q: Realisierungen für eine Strom- und beide Spannungspolaritäten bzw. umgekehrt
- 4Q: Realisierungen für beide Strom- und Spannungspolaritäten

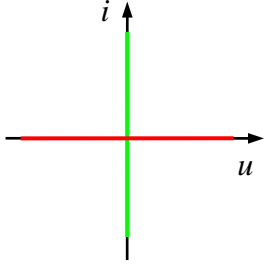
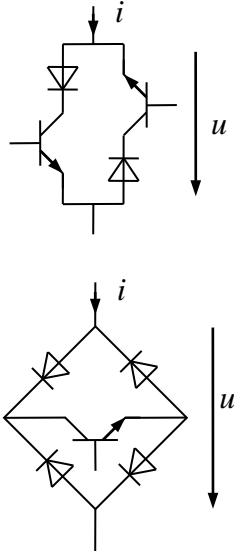
Die in der Tabelle nicht abgedeckten Fälle gehen durch Spiegelungen aus den dargestellten Fälle hervor

**Table:**  
**Realizations of the two-pole switch**

- 1Q: Realization for only one current and one voltage polarity
- 2Q: Realization for only one current polarity and both voltage polarities and vice versa
- 4Q: The cases not shown in the table can be obtained from the listed cases by inversion

The cases not shown in the table can be obtained from the listed cases by inversion

<p>1Q pos. Spannung  pos. Strom</p>			<p>1Q pos. voltage  pos. current</p>
<p>1Q neg. Spannung  pos. Strom</p>			<p>1Q neg. voltage  pos. current</p>
<p>2Q pos./neg. Spannung  pos. Strom</p>			<p>2Q pos./neg. voltage  pos. current</p>
<p>2Q pos. Spannung  pos./neg. Strom</p>			<p>2Q pos. voltage  pos./neg. current</p>

<p>4Q pos./neg. Spannung</p> <p>pos./neg. Strom</p>			<p>4Q pos./neg. voltage</p> <p>pos./neg. current</p>
---	---	--	--

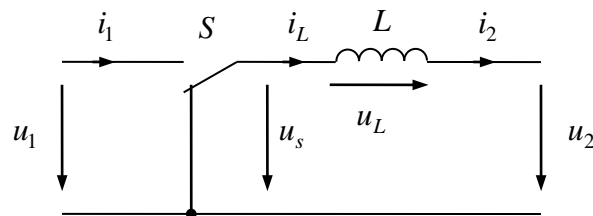
### 3 Gleichstromsteller DC-DC Converters

Die Aufgabe von Gleichstromstellern ist die Umformung einer Gleichspannung in eine andere (höhere oder niedrigere) Gleichspannung. Gleichstromsteller sind in sehr unterschiedlichen Leistungsklassen anzutreffen. Es kann sich beispielsweise nur um wenige Volt und einige mA handeln, wenn auf einer Leiterkarte einige Bauelemente mit einer gesonderten Spannung zu versorgen sind. Aber auch Anwendungen mit einigen kV und kA, also einiger MW Leistung sind beispielsweise im Bereich elektrischer Bahnen anzutreffen.

The task of DC-DC converters is to convert an available DC voltage into another DC voltage (higher or lower than the original). Power ratings of DC-DC converters may vary on a very large scale. That may be only a few volts and some mA when providing an extra supply voltage to some devices on a printed circuit board. Other application may be, however, in the range of some kV and kA, resulting in some MW rating, as it may be the case with railway systems.

#### 3.1 Tiefsetzsteller Buck Converter

##### 3.1.1 Funktionsprinzip Principle of Operation



**Fig. 3-1:**  
Prinzipbild des Tiefsetzstellers

Schematic diagram of the buck converter

Zunächst werden sowohl Eingangsspannung als auch Ausgangsspannung als gegeben und konstant angenommen. Am Ausgang kann dies z.B. durch die Gegenspannung eines Motors (EMK) oder einer zu ladenden Batterie gegeben sein.

First, both input and output voltages should be considered as given and constant. This is case at the output, e.g. with the countervoltage of a motor (EMF) or of a battery to be charged.

$$u_1(t) = U_1 \quad , \quad u_2(t) = U_2 \quad . \quad (3.1)$$

Der Schalter  $S$  wird mit dem *Tastverhältnis*

The switch  $S$  is clocked with the *duty ratio*.

$$D = \frac{T_e}{T_s} \quad (3.2)$$

getaktet (s. Bild).

Begriffe:

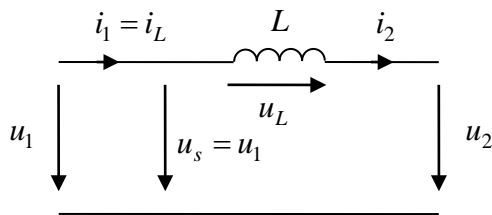
Terms used:

<i>Einschaltzeit</i> (Schalter oben)	$T_e$	<i>Switch-on time</i> (Switch top)
<i>Ausschaltzeit</i> (Schalter unten)	$T_a$	<i>Switch-off time</i> (Switch bottom)
<i>Schaltperiode</i>	$T_s = T_e + T_a$	<i>Switching period</i>
<i>Schaltfrequenz</i>	$f_s = \frac{1}{T_s}$	<i>Switching frequency</i>

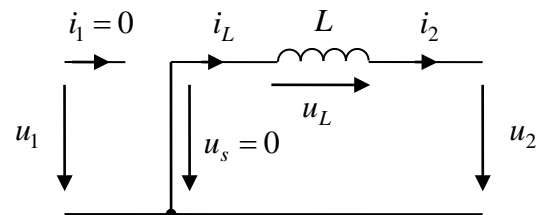
Stellerspannung:

Converter voltage:

$$u_s(t) = \begin{cases} u_1(t) = U_1 & \text{during on} \\ 0 & \text{during off} \end{cases} \quad (3.3)$$



During on-time



During off-time

**Fig. 3-2:**  
Ersatzschaltbilder während  
Ein- und Ausschaltzeit

Equivalent circuit diagrams  
during on- and off-periods

**Analyse des stationären Verhaltens****Steady State Analysis**

Der zeitliche Verlauf des Stroms  $i_L(t)$  wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben (vgl. Fig. 3-3):

The evolution of the current in time  $i_L(t)$  is determined by the following differential equation (cf. Fig. 3-3):

$$L\dot{i}_L(t) = u_L(t) = u_s(t) - U_2 \quad (3.4)$$

Daraus folgt während der Einschaltzeit  $t \in [0, T_e]$ :

From this, it follows during the on-period  $t \in [0, T_e]$ :

$$i_L(t) = i_L(0) + \frac{U_1 - U_2}{L} t \quad (3.5)$$

und während der Ausschaltzeit  $t \in [T_e, T_s]$ :

and during the off-period  $t \in [T_e, T_s]$ :

$$i_L(t) = i_L(T_e) - \frac{U_2}{L}(t - T_e) = i_L(0) + \frac{U_1 - U_2}{L} T_e - \frac{U_2}{L}(t - T_e) \quad (3.6)$$

Der Drosselstrom  $i_L(t)$  ist genau dann stationär (bzw. periodisch), wenn

The current through the inductor  $i_L(t)$  is stationary (or periodic), if

$$i_L(T_s) = i_L(0). \quad (3.7)$$

Daraus folgt:

This leads to:

$$i_L(0) + \frac{U_1 - U_2}{L} T_e - \frac{U_2}{L}(T_s - T_e) = i_L(0) \quad (3.8)$$

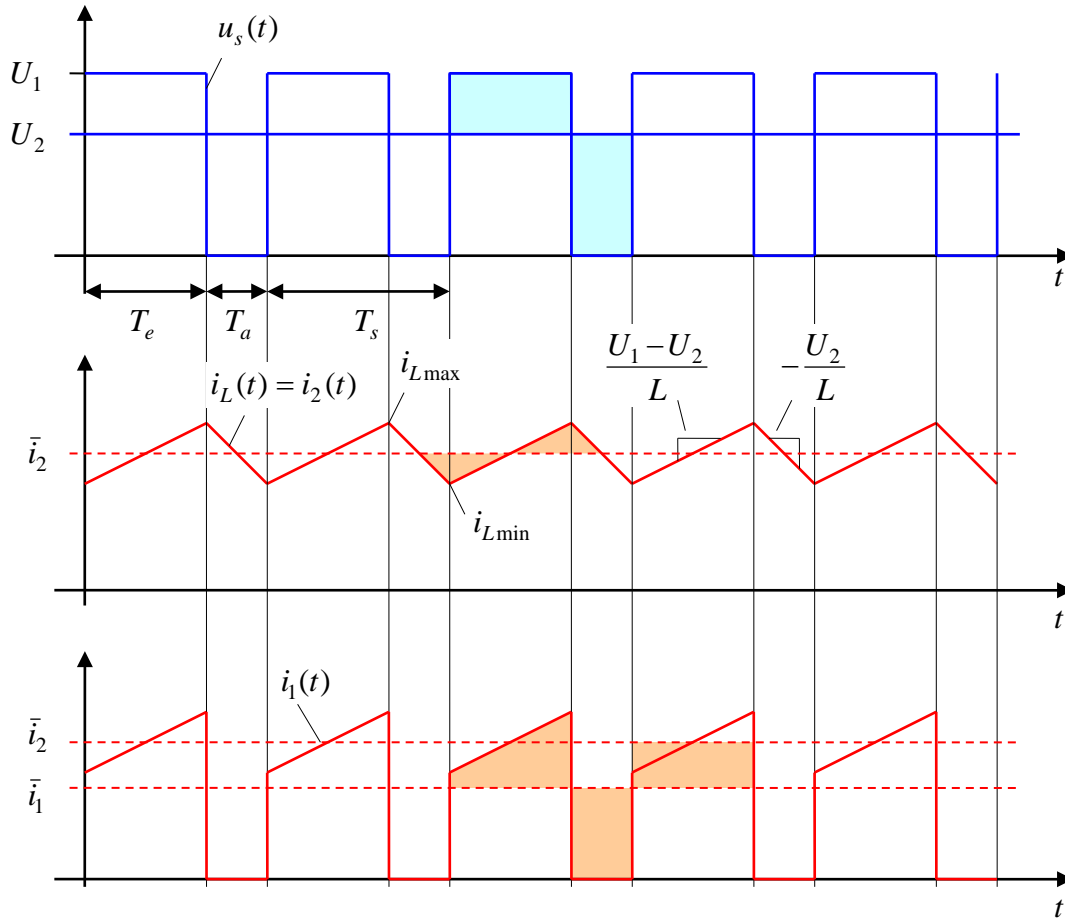
$$(U_1 - U_2)T_e - U_2(T_s - T_e) = 0$$

$$U_1 T_e - U_2 T_s = 0$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_e}{T_s} = D \quad (3.9)$$

Das Tastverhältnis bestimmt ähnlich wie das Übersetzungsverhältnis beim Transformator das Verhältnis der Spannungen!

The duty cycle determines similarly as a transformer winding ratio the ratio of the voltages.



**Fig. 3-3:**  
Zeitliche Verläufe beim  
Tiefsetzsteller im stationären  
Zustand

Time-domain behavior of buck  
converter during steady state  
operation

Andere alternative Betrachtung mit *Mittelwerten*: Der Strom  $i_L(t)$  ändert sich über eine Periode  $T_s$  nicht, wenn die Drosselspannung  $u_L(t)$  im Mittel Null ist,  $\bar{u}_L = 0$ , denn aus

An alternative road is the consideration of average values: The current  $i_L(t)$  does not change over the period  $T_s$ , if the *averaged* inductor voltage  $u_L(t)$  is zero, i.e.  $\bar{u}_L = 0$ , because from

$$L \dot{i}_L(t) = u_L(t) \tag{3.10}$$

folgt durch Integration über eine Schaltperiode  $T_s$ : it follows via integration over a switching period  $T_s$ :

$$L(i_L(T_s) - i_L(0)) = \int_0^{T_s} u_L(t) dt = T_s \bar{u}_L = 0 \quad (3.11)$$

Maschengleichung:

Mesh equation:

$$u_s(t) = u_L(t) + U_2 \quad (3.12)$$

Mittelwerte im stationären Zustand:

Average value in stationary condition:

$$\bar{u}_s = \bar{u}_L + U_2 = U_2 \quad (3.13)$$

Der Mittelwert der Stellerspannung ist aber

The average value of the switching voltage is given as

$$\bar{u}_s = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} u_s(t) dt = \frac{T_e U_1}{T_s} = D U_1 \quad (3.14)$$

Daher folgt

From this, it follows

$$\bar{u}_s = U_2 = D U_1 \quad (3.15)$$

bzw.

or

$$\frac{U_2}{U_1} = D \quad (3.16)$$

Für den Mittelwert des Stroms  $i_1(t)$  ergibt sich:

The average of the current  $i_1(t)$  results as

$$\bar{i}_1 = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_1(t) dt = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_L(t) dt = \frac{T_e}{T_s} \bar{i}_L = \frac{T_e}{T_s} \bar{i}_2$$

$$\bar{i}_1 = D \bar{i}_2 \quad (3.17)$$

Das führt schließlich auf

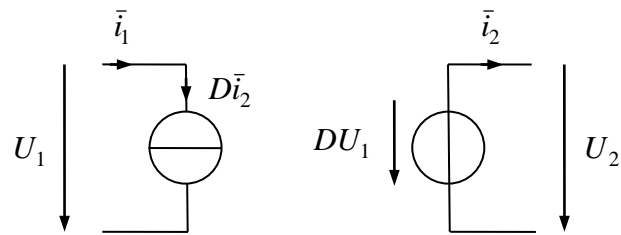
This leads finally to

$$D = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\bar{i}_1}{\bar{i}_2} \quad (3.18)$$

Dieser Zusammenhang lässt sich auch in einem Ersatzschaltbild der Mittelwerte darstellen:

This conclusion gives us an equivalent circuit of the averaged values





**Fig. 3-4:**  
Stationäres Mittelwertmodell des  
Tiefsetzstellers

Stationary averaged model of the  
buck converter

Der Strom des Tiefsetzstellers ist also niemals konstant, sondern schwankt stets nach einem dreieckförmigen Verlauf hin und her. Für die Schwankungsbreite des Stroms  $i_L$  folgt

The current of the buck converter is never constant; instead it varies in the form of triangle. This variation (ripple) of the current  $i_L$  results as

$$\Delta i_L = i_{L\max} - i_{L\min} = i_L(T_e) - i_L(T_s) = \frac{U_2}{L} T_a = \frac{D(1-D) T_s U_1}{L} \quad (3.19)$$

Die maximale Stromschwankungsbreite ergibt sich folglich für das Tastverhältnis  $D = 0,5$  zu

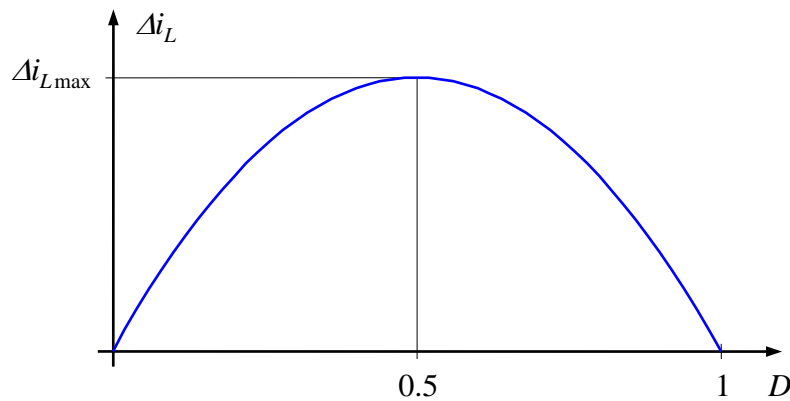
The current ripple is maximal with duty cycle  $D = 0.5$

$$\Delta i_{L\max} = \frac{T_s U_1}{4L} = \frac{U_1}{4Lf_s}. \quad (3.20)$$

Damit:

Therefore:

$$\Delta i_L = 4D(1-D)\Delta i_{L\max} \quad (3.21)$$



**Fig. 3-5:**  
Stromschwankung über  
Tastverhältnis

Current ripple versus duty cycle

Die Stromschwankung kann über die Glättungsdrossel  $L$  oder über die Schaltperiode  $T_s$  bzw. über die Schaltfrequenz  $f_s = 1/T_s$  beeinflusst werden. Typische Schaltfrequenzen liegen, je nach Anwendungs- und Leistungsbereich, zwischen nur wenigen 100 Hz bis hin zu 100 kHz. Bei hohen Schaltfrequenzen oder kleinen Spannungen werden MOSFETs statt IGBTs verwendet.

The current ripple can be influenced by the smoothing inductor  $L$  or the switching period  $T_s$ , or through the switching frequency  $f_s = 1/T_s$ , respectively. Typical switching frequencies lie in the range of only some 100 Hz up to 100 kHz, depending on the application field and power rating. With high switching frequencies or small voltages, usually MOSFETs are employed instead of IGBTs.

Ein wichtiges Maß zur Beurteilung der Stromschwankung ist neben dem Spitze-Spitze-Wert die quadratisch bewertete Abweichung vom Mittelwert, also der Effektivwert der Größe  $i_L(t) - \bar{i}_L$ , welche mit

An important measure for assessing the current fluctuation is beside the peak-to-peak value the RMS content of the deviation  $i_L(t) - \bar{i}_L$ , which will be denoted by

$$\Delta I_L^2 = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} (i_L(t) - \bar{i}_L)^2 dt. \quad (3.22)$$

bezeichnet werden soll. Über diese Größe können die durch die Stromschwankung entstehenden zusätzlichen Verluste bestimmt

From the above equation, we can e.g. determine the additional losses caused by

werden. Beispielsweise ließe sich die in einem Widerstand umgesetzte Leistung durch den arithmetischen Mittelwert und die quadratische Abweichung nach

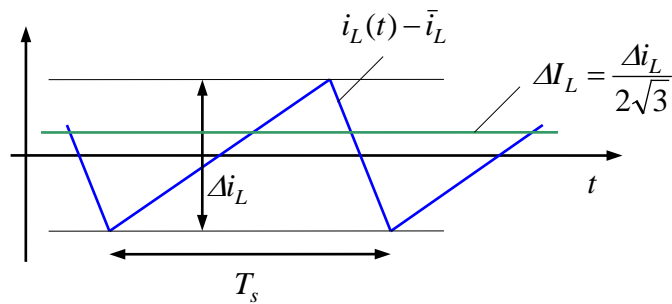
$$P = R\bar{i}_L^2 + R\Delta I_L^2 \quad (3.23)$$

angeben. Das Verhältnis von Scheitelwert eines dreieckförmigen Verlaufs zu seinem Effektivwert ist aber unabhängig von der Form des Dreiecks stets  $\sqrt{3}$ , also

the current fluctuation in a resistor which results as

The ratio of peak and RMS values of a triangular shape is, independent of the particular form, always given by  $\sqrt{3}$ , resulting in

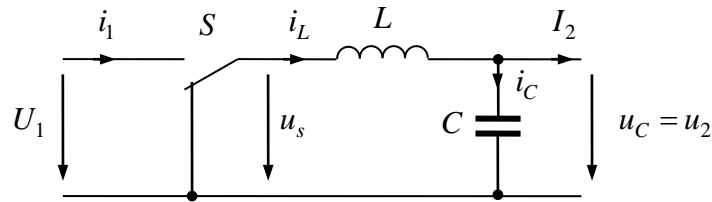
$$\begin{aligned} \Delta I_L &= \frac{1}{2\sqrt{3}} \Delta i_L \\ &= \frac{1}{2\sqrt{3}} 4D(1-D)\Delta i_{L\max} \end{aligned} \quad (3.24)$$



**Fig. 3-6:**  
Zum Effektivwert der  
Stromschwankung

RMS value of the current  
fluctuation

### 3.1.2 Tiefsetzsteller mit Kondensator zur Spannungsglättung Buck Converter with Capacitor for Output Voltage Smoothing



**Fig. 3-7:**  
Tiefsetzsteller mit Kondensator  
zur Spannungsglättung

Buck converter with a capacitor  
to smoothen the output voltage

Ist die Ausgangsspannung  $u_2$  nicht von sich aus konstant, sollte ein Kondensator zur Spannungsglättung eingesetzt werden. Als Lastmodell wird nun ein konstanter Laststrom angenommen,

If the output voltage  $u_2$  cannot be considered constant by itself, a capacitor should be employed for smoothing the voltage. The load is modeled as a constant current sink,

$$i_2 = I_2 . \quad (3.25)$$

Der Kondensatorstrom

The capacitor current

$$i_C(t) = i_L(t) - I_2 \quad (3.26)$$

muss im stationären Zustand den Mittelwert Null haben,  $\bar{i}_C = 0$ . Daher gilt

must have, in steady state, an average of zero,  $\bar{i}_C = 0$ , resulting in

$$\bar{i}_L = I_2 . \quad (3.27)$$

Die Kondensatorspannung lässt sich wie folgt bestimmen:

The capacitor voltage value can be calculated via

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i_C(t') dt' = \frac{1}{C} \int (i_L(t') - I_2) dt' . \quad (3.28)$$

Insbesondere interessiert die Schwankungsbreite der Spannung. Die Integration kann über eine einfache geometrische Interpretation bewerkstelligt werden, denn der zu integrierende Stromverlauf ist dreiecksförmig, vgl. Fig. 3-8:

In particular, the voltage ripple is of interest. The integration can be easily done by geometric consideration as the current to be integrated is of triangular form, cf. Fig. 3-8:

$$\Delta u_C = u_{C \max} - u_{C \min} = \frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_2} (i_L(t') - I_2) dt' = \frac{1}{C} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \Delta i_L (t_2 - t_1) = \frac{1}{4C} \Delta i_L \frac{T_s}{2} \quad (3.29)$$

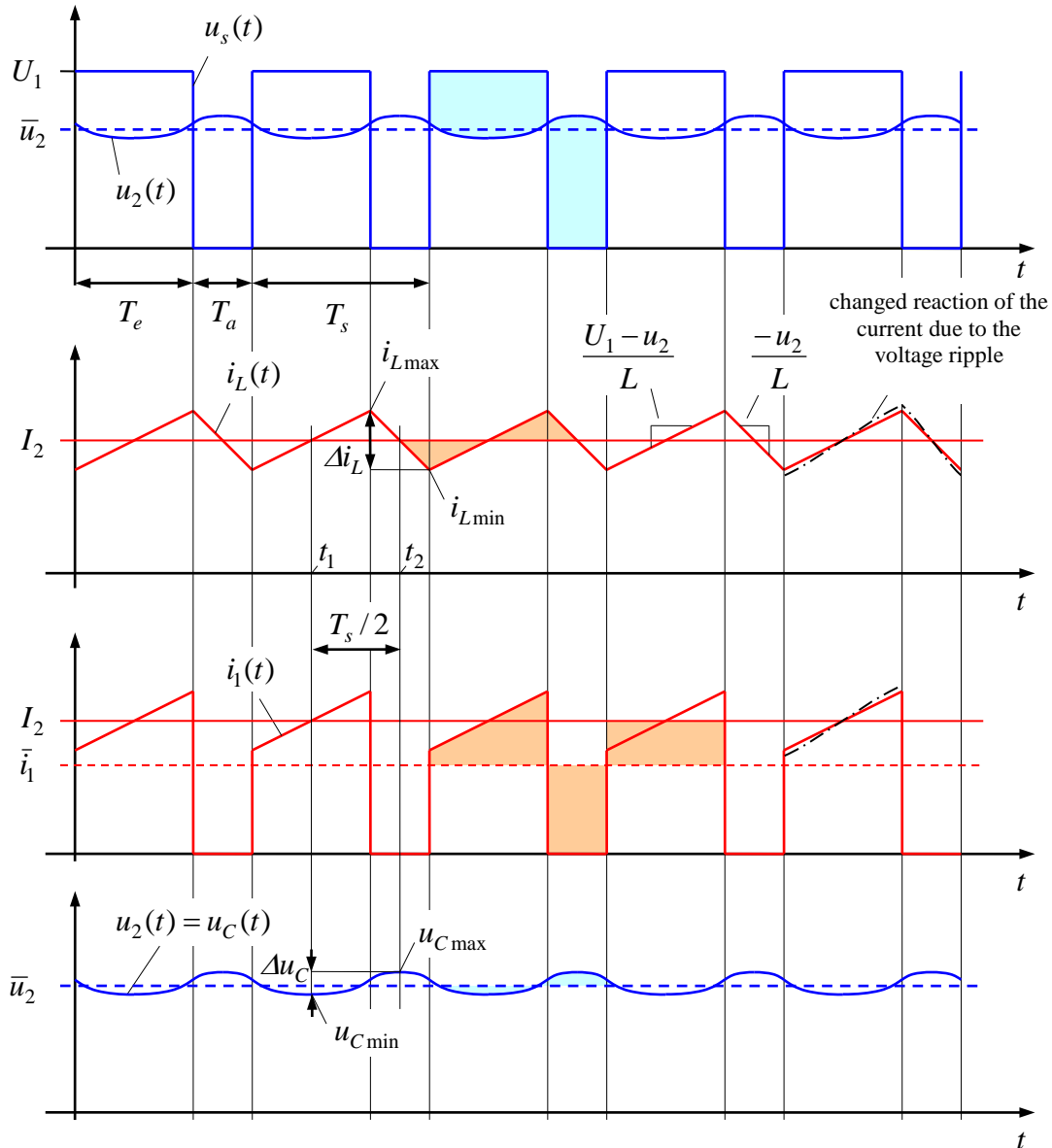
---

$$\Delta u_C = \frac{D(1-D)T_s^2 U_1}{8LC} \quad (3.30)$$

Hierbei wird vereinfachend angenommen, dass die Spannungsschwankung  $\Delta u_C$  klein gegenüber der mittleren Kondensatorspannung  $\bar{u}_2$  ist, so dass die Rückwirkung der Spannungsschwankung auf den Verlauf der Ströme vernachlässigt werden kann. Die maximal mögliche Spannungsschwankung wird bei  $D = 0,5$  erreicht:

For means of simplification the voltage value ripple  $\Delta u_C$  is assumed to be small compared with the averaged capacitor voltage value  $\bar{u}_2$  so that the changed influence to shape of the currents is negligible. The maximum voltage fluctuation is reached at  $D = 0.5$ :

$$\Delta u_{C \max} = \frac{T_s^2 U_1}{32LC} \quad (3.31)$$



**Fig. 3-8:**  
Zeitliche Verläufe beim  
Tiefsetzsteller mit  
Glättungskondensator

Time behavior of buck converter  
with a smoothing capacitor

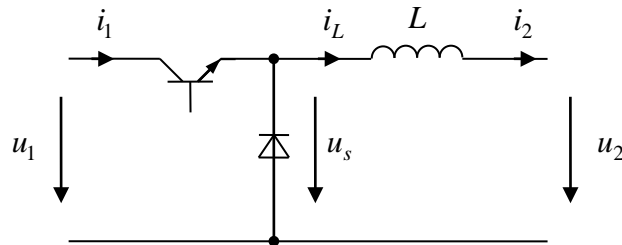
### 3.1.3 Schaltungstechnische Realisierung Realisation of the Circuitry

Technisch wird der Schalter des Tiefsetzstellers durch einen Halbleiterschalter (meist ein Bipolar- oder Feldeffekttransistor) und eine Diode realisiert. Diese Schaltungstopologie kann jedoch die volle Funktionalität des idealen Schalters nicht vollständig nachbilden, denn es sind nur positive Ströme und positive Spannung möglich (s. Fig. 3-9, vgl. Abschnitt 3.3). Dieser

Technically, the switch within the buck converter is realized by semiconductors (usually a bipolar or Field Effect Transistor) and a diode. However, this circuit topology will not allow the full functionality of the ideal switch as it can provide only positive currents and positive voltages (see Fig. 3-9 below, compare with Section 3.3). This

Steller beherrscht also nur einen Quadranten. Mit dem idealen Schalter war keine derartige Einschränkung notwendig.

converter can operate only in one quadrant. With the ideal switch such restriction did not apply.



**Fig. 3-9:**  
Realisierung des Tiefsetzstellers  
mit Transistor und Diode

Realization of buck converter  
with transistor and diode

### 3.1.4 Lücken beim Tiefsetzsteller Discontinuous Conduction Mode of the Buck Converter

Die Realisierung des idealen Schalters durch Diode und Transistor beim Tiefsetzsteller führt dazu, dass der Schalter nur in einer Richtung Strom und Leistung führen kann. Ist der mittlere Strom klein, kann die Stromschwankung aufgrund der Pulsung dazu führen, dass im Minimum der Strom sogar Null wird. Der Strom erlischt, da die Diode den Strom nicht umgekehrt leiten kann. Der Strom bleibt solange Null, bis der Transistor in der nächsten Einschaltzeit wieder angesteuert wird. Der Stromfluss zeigt während der Zeit  $T_a''$  eine Lücke, der Strom *lückt* (s. Fig. 3-10, Fig. 3-11) Dieser Vorgang wird als *Lücken* bezeichnet. Die bisher betrachtete normale Funktion wird dagegen als *nicht-lückender Betrieb* bezeichnet.

The realization of the ideal switch through diode and transistor for the buck converter results in the current and power flow in only one direction (uni-directional). If the average current value is small, then the current fluctuation due to pulsing may result even in hitting the zero value during the off-time. Then the current expired since the diode cannot conduct the current in the reverse direction. The current remains zero until the transistor is switched on again. As a result, the current flow shows a discontinuity during period  $T_a''$  (cf. Fig. 3-10, Fig. 3-11). This phenomenon is called *discontinuous conduction mode* (DCM). The normal operation considered up to now is called *continuous conduction mode* (CCM).

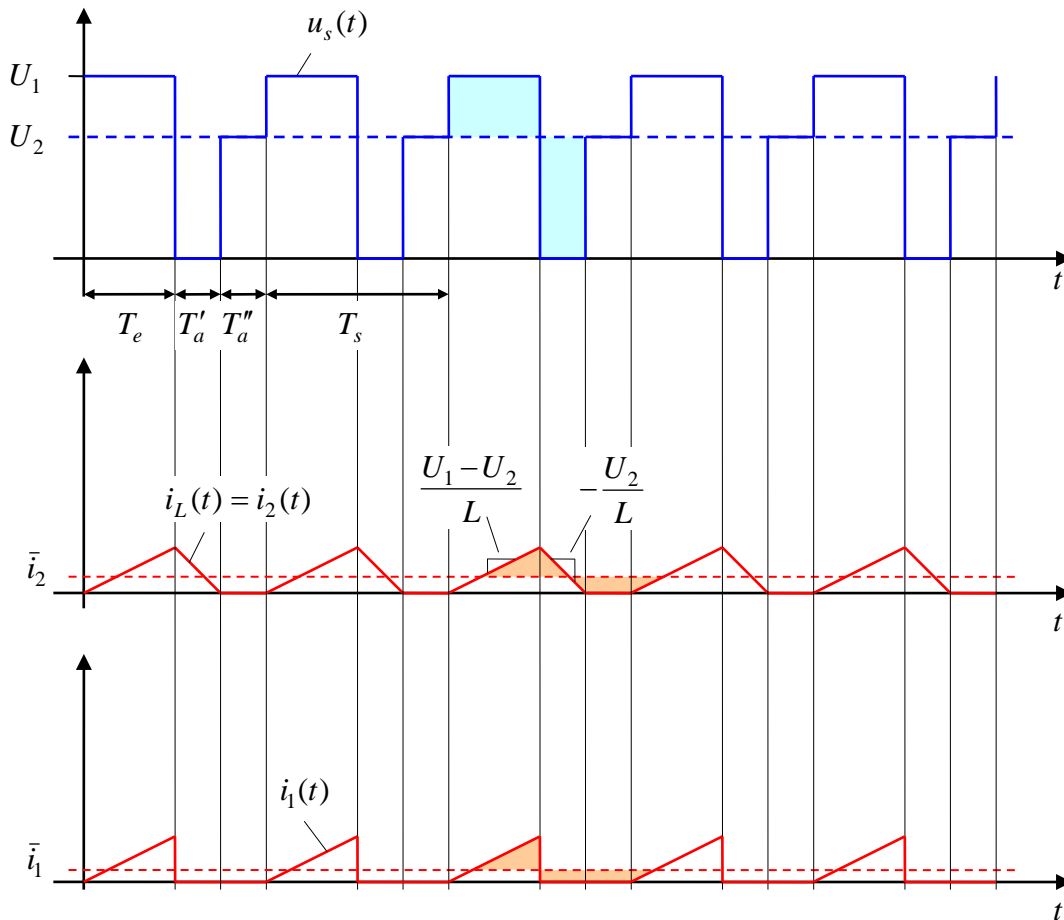
Im Lückbetrieb verändert sich das Spannungsverhältnis, es wird nicht mehr allein durch das Tastverhältnis bestimmt. Die Herleitung des Spannungsübersetzungsverhältnisses setzte kontinuierlichen Stromfluss voraus. Demnach diese Beziehung hier nicht gültig.

The discontinuous conduction mode changes also the voltage relationship. As the derivation of the input-output voltage ration assumed continuous current flow, this relation is here no longer valid:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_e}{T_e + T_a'} \neq D \quad (3.32)$$

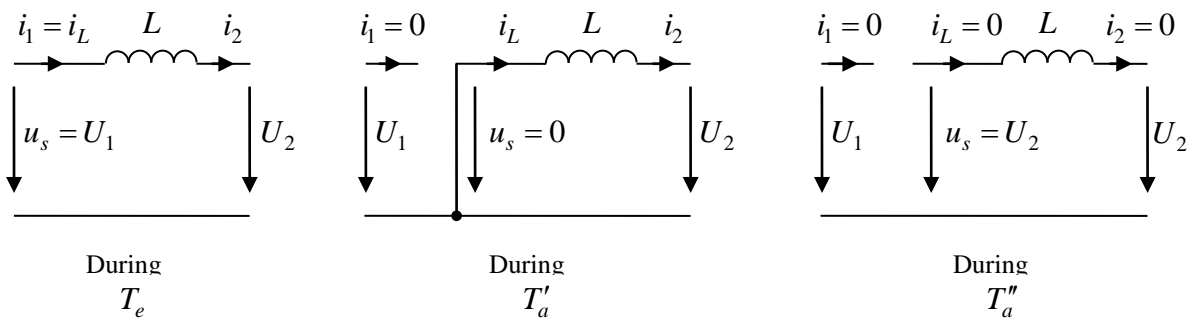
Das Verhältnis von Eingangs- und Ausgangsspannung muss für diesen Fall gesondert bestimmt werden.

For this case, the relation between input and output voltage has to be calculated separately.



**Fig. 3-10:**  
Lücken beim Tiefsetzsteller

Discontinuous conduction mode  
in buck converter



**Fig. 3-11:**  
Ersatzschaltbilder des  
Tiefsetzstellers im Lückbetrieb

Equivalent circuit diagram of  
buck converter at various  
switching stages during  
discontinuous mode of  
conduction



---

Transistor leitet:	$T_e, D = \frac{T_e}{T_s}$	Transistor on-time
Diode leitet:	$T'_a, D' = \frac{T'_a}{T_s}$	Conduction time of the diode
Weder der Transistor, noch die Diode leitet	$T''_a = T_s - T_e - T'_a$	Neither the transistor, nor the diode is conduction

Der nichtlückende Bereich ist charakterisiert durch:      The continuous conduction mode is characterized by the condition:

$$\bar{i}_2 = \bar{i}_L \geq \frac{1}{2} \Delta i_L = 2D(1-D)\Delta i_{L\max} \quad (3.33)$$

mit      with

$$\Delta i_{L\max} = \frac{T_s U_1}{4L} \quad (3.34)$$

Lückender Betrieb liegt vor, wenn die Bedingung (3.33) nicht erfüllt ist. Nun soll das Spannungsverhältnis im lückenden Betrieb bestimmt werden. Zu diesem Zweck wird die Stromschwankung ausgewertet:      If condition (3.33) is not fulfilled, we have the case of discontinuous conduction mode. The goal is now to calculate the voltage ratio for the DCM case. For that purpose, the current fluctuation is analyzed:

Steigende Flanke:      Rising edge:

$$\Delta i_L = \frac{U_1 - U_2}{L} T_e = \frac{U_1 - U_2}{L} D T_s \quad (3.35)$$

Fallende Flanke:      Falling edge:

$$\Delta i_L = \frac{U_2}{L} T'_a = \frac{U_2}{L} D' T_s \quad (3.36)$$

Auflösen nach  $D'$ :      Solve for  $D'$ :

$$D' = \frac{L \Delta i_L}{U_2 T_s} = \frac{U_1 - U_2}{U_2} D = \left( \frac{U_1}{U_2} - 1 \right) D \quad (3.37)$$

Strommittelwert im lückenden Betrieb:      Calculation of the averaged current during DCM:

$$\begin{aligned} \bar{i}_2 = \bar{i}_L &= \frac{1}{2} \Delta i_L \frac{T_e + T'_a}{T_s} = \frac{1}{2} \Delta i_L (D + D') = \frac{1}{2} \Delta i_L D \frac{U_1}{U_2} \\ &= \frac{U_1 - U_2}{2L} D T_s D \frac{U_1}{U_2} = 2D^2 \frac{U_1 - U_2}{U_2} \Delta i_{L\max} = 2D^2 \left( \frac{U_1}{U_2} - 1 \right) \Delta i_{L\max} \end{aligned} \quad (3.38)$$

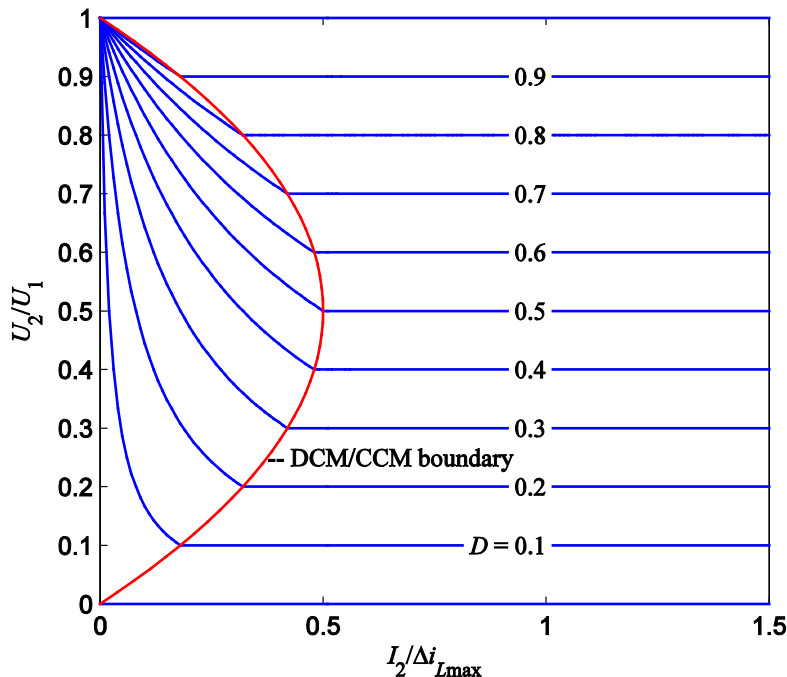
Durch Umstellen gelangen wir jetzt zum Spannungsverhältnis in Abhängigkeit vom Tastgrad und vom Laststrom:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{1 + \frac{\bar{i}_L}{2\Delta i_{L\max}} D^2} = \frac{1}{1 + \frac{\bar{i}_2}{2\Delta i_{L\max}} D^2} \quad (3.39)$$

We can now solve the equation for the voltage ratio which depends on the duty ratio as well as on the averaged load current:

Man beachte, dass das Spannungsverhältnis bei nicht-lückendem Betrieb (3.16) unabhängig vom Laststrom ist, nicht aber im lückenden Betrieb. Fig. 3-12 zeigt das Spannungsverhältnis für lückfreien sowie für lückenden Betrieb in Abhängigkeit vom Laststrom. Im lückfreien Betrieb hängt die Ausgangsspannung nur vom Tastverhältnis ab. Die Ausgangsspannung beim lückenden Betrieb weist dagegen eine starke Abhängigkeit vom Laststrom auf.

Please note that in case of continuous conduction mode, the voltage ratio (3.16) is independent of the load current, but this does not apply to the discontinuous conduction mode. Fig. 3-12 shows the voltage ratio for discontinuous and continuous conduction modes versus load current. In continuous conduction mode, the output voltage depends only on the duty cycle. During discontinuous conduction mode, the output voltage depends strongly on the load current.



**Fig. 3-12:**  
Belastungskennlinie für den Tiefsetzsteller mit lückefreiem und lückenden Betriebsbereichen

Load curves for the buck converter with CCM and DCM operation areas

Leider ist das Verhalten im Lückbetrieb nicht so einfach wie im lückfreien Betrieb, was den Entwurf von Steuerung und Regelung komplizierter macht. Allerdings ergibt sich im Lückbetrieb auch ein Vorteil: Beim Lücken

Unfortunately, the DCM control characteristic is not that simple as in CCM which makes the control design more difficult. However, the discontinuous conduction mode offers even an advantage:

---

erlischt der Diodenstrom auf der fallenden Rampe des Stromverlaufs auf natürliche Weise, d. h. die Diode wird nicht hart abgeschaltet. Dies vermeidet bzw. minimiert den sogenannten *Diodenrückstrom*, ein kurzer in Sperrrichtung fließender Strompuls, der die Ladungsträger aus der Sperrschicht ausräumt. Da der Diodenrückstrom maßgeblich zu den Schaltverlusten beiträgt, werden die Verluste im Lückbetrieb reduziert. Die Ausschaltkommutierung des Transistors bleibt aber auch im Lückbetrieb eine harte Kommutierung.

In DCM, the diode current expires naturally at the end of the falling slope, i.e. the diode is not hard turned-off. That avoids or minimizes the so-called *reverse recovery current* of the diode which is a small current peak in the reverse direction that removes the charge carriers out of the junction. As the reverse recovery current is a reason of the switching losses, these losses are minimized in DCM. However, the transistor's turn-off commutation is still a hard commutation.

### 3.1.5 Lückgrenzbetrieb des Tiefsetzstellers Boundary Conduction Mode of the Buck Converter

Der Steller kann so betrieben werden, dass der Strom in seinem Minimum des Stroms gerade Null wird. In diesem Fall ist der Strommittelwert gleich dem halben Spitzenwert, der wiederum gleich der Stromschwankungsbreite ist, siehe Fig. 3-13,

$$\bar{i}_L = \bar{i}_2 = \frac{1}{2} \Delta i_L \quad (3.40)$$

Diese Betriebsart wird als *Lückgrenzbetrieb* bezeichnet. Die Betriebspunkte dieser Betriebsart liegen auf der roten Kurve von Fig. 3-12. In dieser Betriebsart kann die Schaltfrequenz nicht konstant gehalten werden, sondern sie ergibt sich nach (3.19) in Abhängigkeit des mittleren Laststroms  $\bar{i}_2$ ,

$$f_s = \frac{D(1-D)U_1}{L} = \frac{U_2(U_1 - U_2)}{2U_1 L \bar{i}_2} \quad (3.41)$$

Der Vorteil des Lückgrenzbetriebs ist ähnlich wie im Lückbetrieb die Vermeidung des harten Abschaltens der Diode, da die Kommutierung gerade dann eingeleitet wird, wenn der Diodenstrom natürlicherweise Null wird. Man spricht in diesem Fall vom *Nullstrom-Schalten*. Dies ist eine willkommene Maßnahme zur Reduzierung von Verlusten.

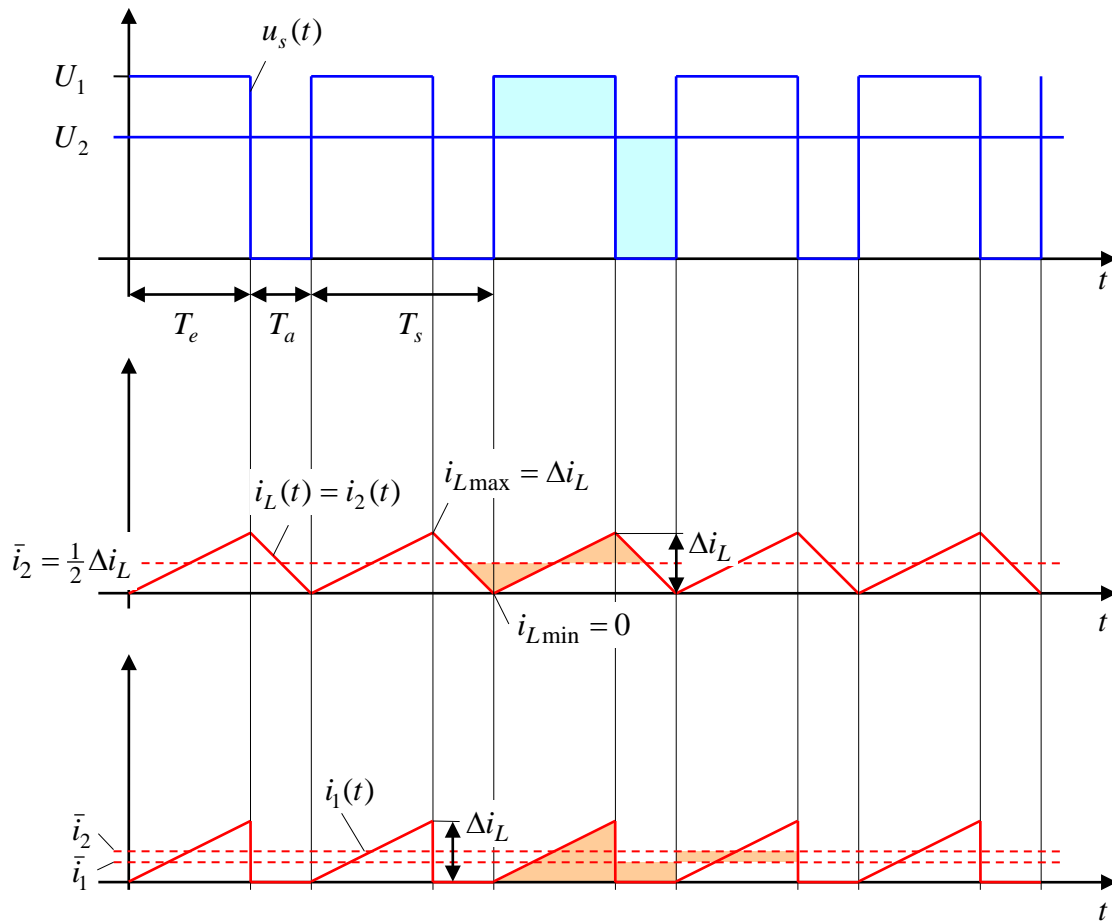
Weitere Details zum Regelungsentwurf finden sich im Abschnitt 6.5.

The converter can also be operated in such a way that the bottom point of the current shape touches the zero line. In that case the average current is just half of the peak current which is also equal to the current ripple, see Fig. 3-13,

That operation mode is called *boundary conduction mode (BCM)*. In Fig. 3-12, BCM is characterized by the red curve. When operating in this mode, the switching frequency cannot be kept constant. According to (3.19), the frequency will result from the averaged load current  $\bar{i}_2$ ,

The advantage of the boundary conduction mode is - similar to DCM - that the diode is not hard turned-off, as the commutation occurs just when the current is naturally expired. We speak of *zero-current switching, ZCS*. This is welcome to reduce switching losses.

For the details of control design see Section 6.5.

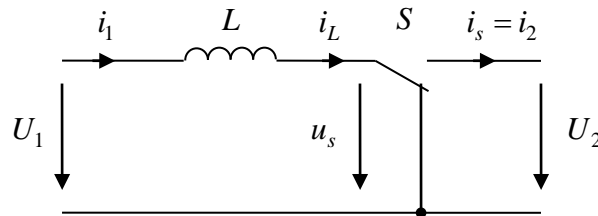


**Fig. 3-13:**  
Lückgrenzbetrieb beim  
Tiefsetzsteller

Boundary conduction mode in  
buck converter

### 3.2 Hochsetzsteller Boost Converter

#### 3.2.1 Funktionsprinzip Principle of Operation



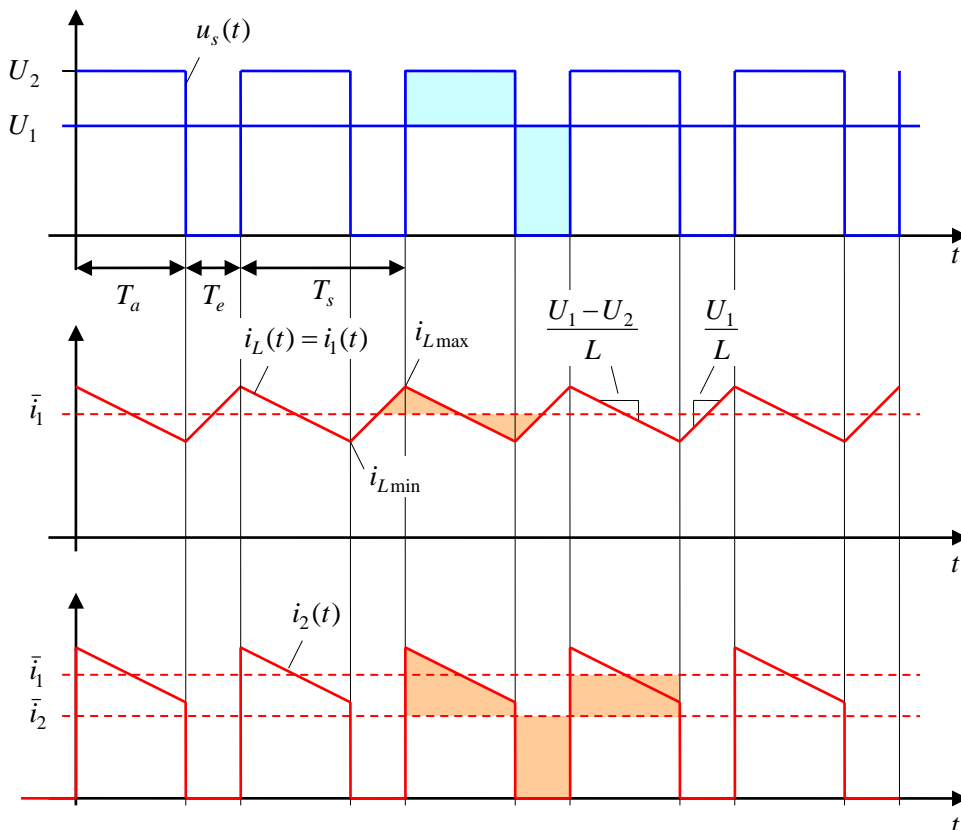
**Fig. 3-14:**  
Prinzipbild des Hochsetzstellers

Schematic diagram of the boost converter

Annahme konstanter Spannungen:

Assuming constant voltages:

$$u_1(t) = U_1 \quad , \quad u_2(t) = U_2 \quad . \quad (3.42)$$



**Fig. 3-15:**  
Zeitliche Verläufe beim  
Hochsetzsteller im stationären  
Zustand

Time behavior of the boost  
converter in steady state  
condition

Man beachte, dass die Bezeichnungen  $T_e$  und  $T_a$  hier den Schalterpositionen anders zugeordnet werden als beim Tiefsetzsteller. Die Motivation dazu ergibt sich erst beim Blick auf die Realisierung 3.2.3.

Please note that the time intervals  $T_e$  and  $T_a$  are here assigned differently to the switch positions compared with the buck converter. That will be understood when looking at the realization of the switch, see Section 3.2.3.

Definition des Tastverhältnisses:

Definition of the duty cycle:

$$D = \frac{T_e}{T_s} \quad (3.43)$$

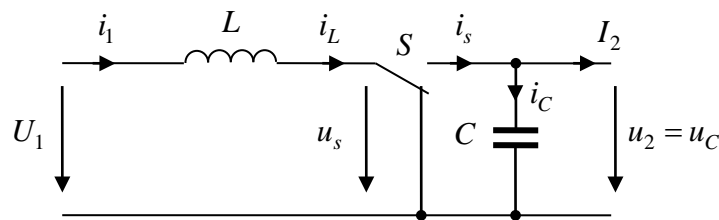
Im stationären Zustand gilt:

In steady state operation, it holds

$$1 - D = \frac{U_1}{U_2} = \frac{\bar{i}_2}{\bar{i}_1} \quad (3.44)$$

$$\Delta i_L = i_{L\max} - i_{L\min} = \frac{U_1}{L} T_e = \frac{DT_s U_1}{L} = \frac{D(1-D) T_s U_2}{L} \quad (3.45)$$

### 3.2.2 Hochsetzsteller mit Kondensator zur Spannungsglättung Boost Converter with Capacitor for Output Voltage Smoothing



**Fig. 3-16:**  
Hochsetzsteller mit Kondensator  
zur Spannungsglättung

Boost converter with a capacitor  
to smooth the output voltage

Glättung der Ausgangsspannung mit Glättungskondensator. Annahme konstanten Laststroms

Smoothing of the output voltage with capacitor. Assume constant load current,

$$i_2(t) = I_2 \quad (3.46)$$

Im stationären Zustand gilt wegen  $\bar{i}_C = 0$

In steady state, due to  $\bar{i}_C = 0$ , it holds

$$\bar{i}_s = I_2 \quad (3.47)$$

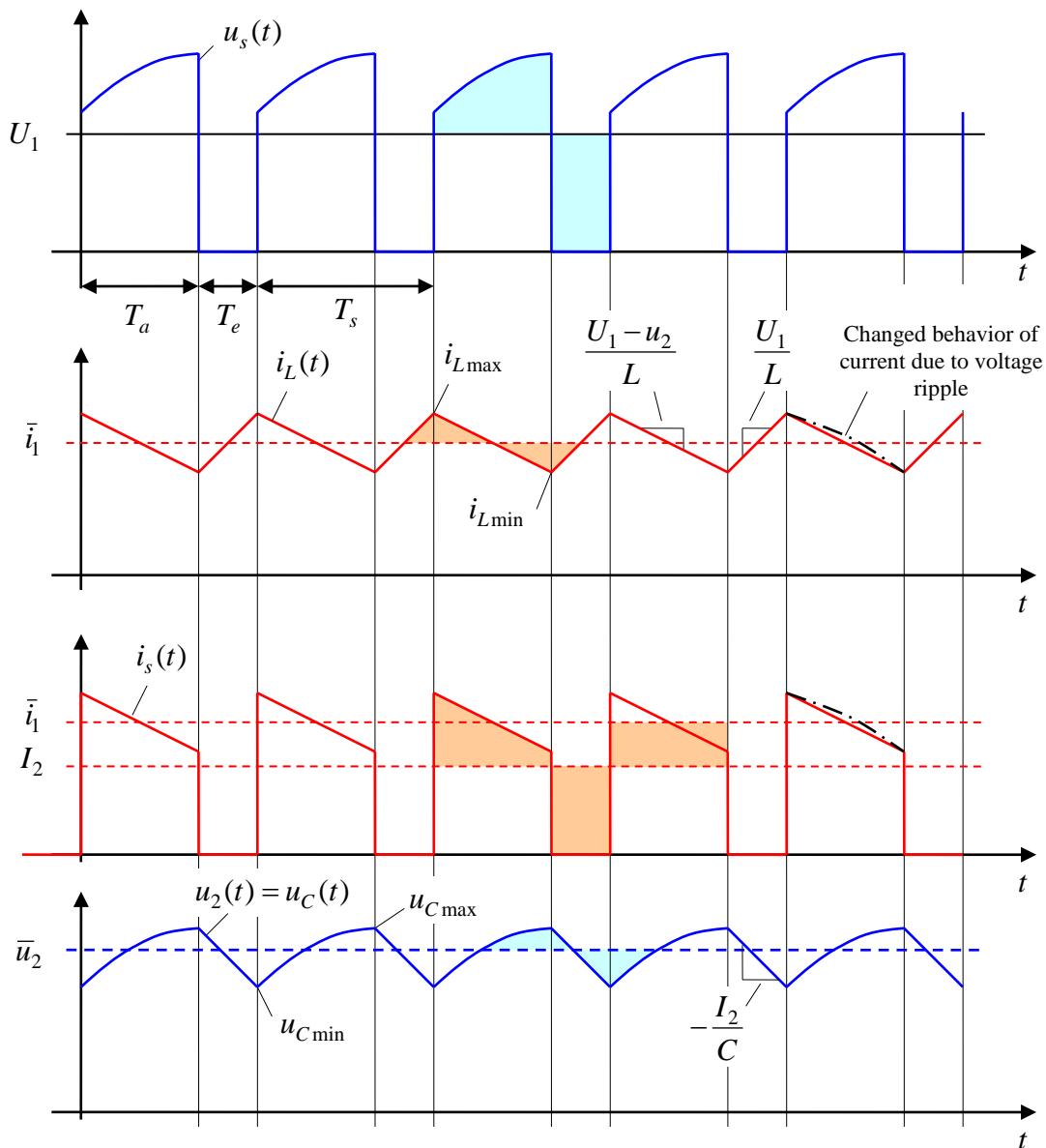
Die Spannungsschwankung ergibt sich als

The voltage fluctuation results as:

$$\Delta u_C = u_{C\max} - u_{C\min} = \frac{I_2}{C} T_e = \frac{I_2 D T_s}{C} = \frac{D(1-D) T_s \bar{i}_1}{C} \quad (3.48)$$

Die Spannungsschwankung wird bezogen auf die mittlere Spannung als klein angenommen, so dass die Rückwirkung auf den Verlauf des Stroms hier vernachlässigt wird.

The voltage fluctuation is considered small with respect to averaged voltage so that the effect on the behavior of the current can be neglected.



**Fig. 3-17:**  
Zeitliche Verläufe beim  
Hochsetzsteller mit  
Glättungskondensator

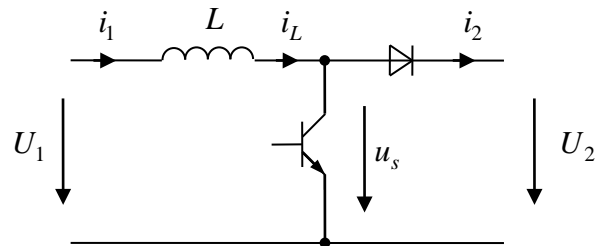
Time behavior of the boost  
converter with smoothing  
capacitor



### 3.2.3 Schaltungstechnische Realisierung Realization of the Circuitry

Fig. 3-18 zeigt die Realisierung des Hochsetzstellers mit einem Transistor und einer Diode. Auch diese Schaltungstopologie kann nur positive Ströme bei positiver Spannung beherrschen. Vgl. aber Abschnitt 3.3.

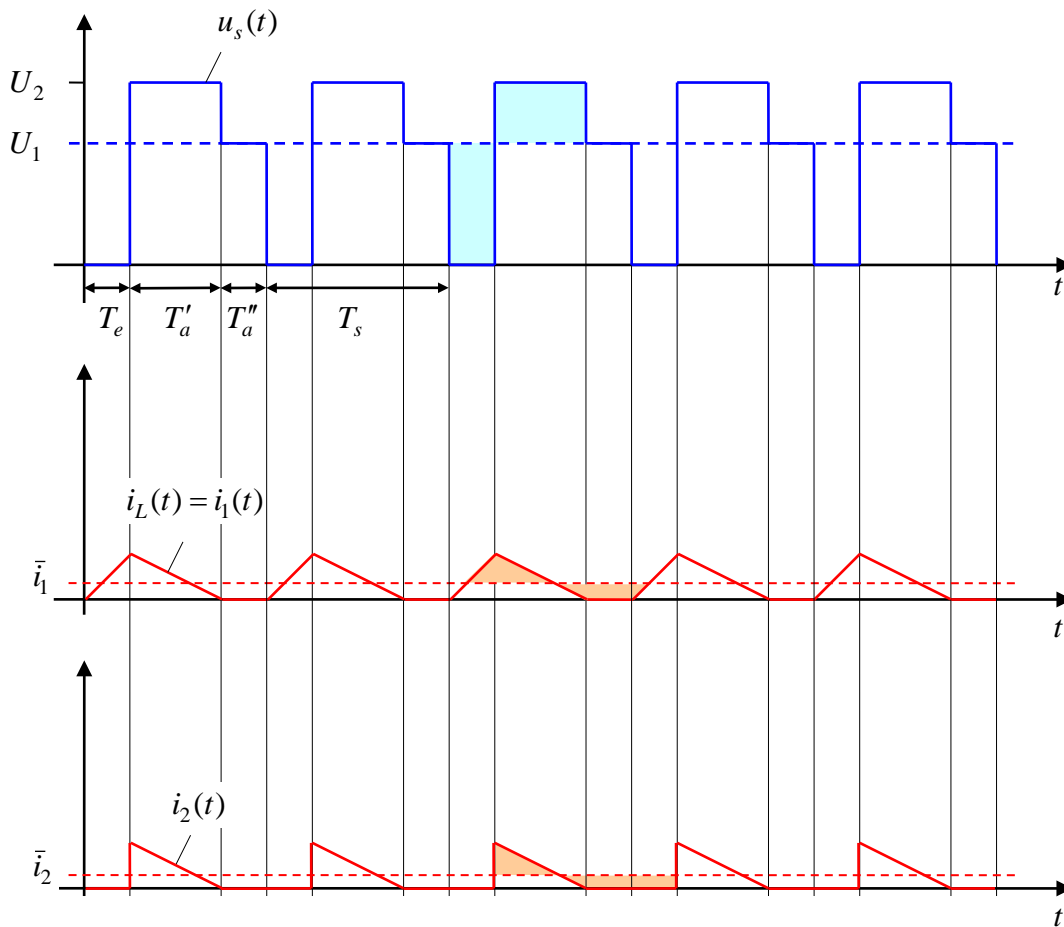
Fig. 3-18 shows the implementation of the boost converter consisting of a transistor and a diode. Also, this circuit topology can only provide positive voltages and currents. However, compare Section 3.3.



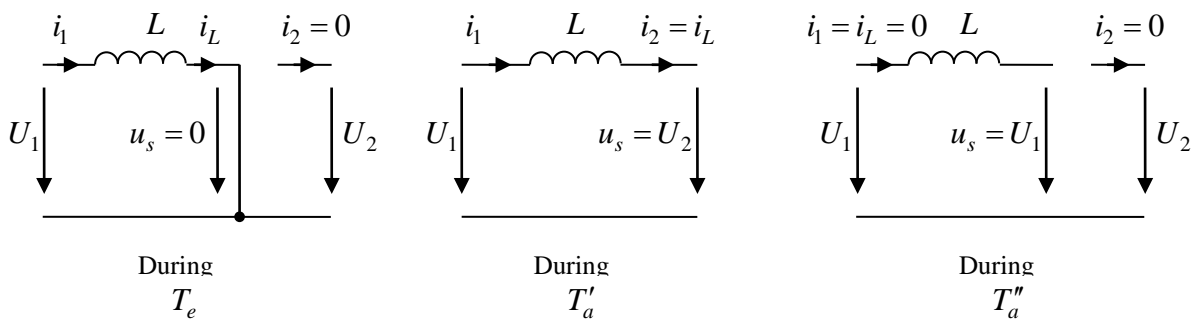
**Fig. 3-18:**  
Realisierung des Hochsetzstellers  
mit Transistor und Diode

Implementation of the boost  
converter with transistor and  
diode

### 3.2.4 Lücken beim Hochsetzsteller Discontinuous Conduction Mode of the Boost Converter



**Fig. 3-19:**  
Lücken beim Hochsetzsteller      Discontinuous conduction mode  
of the boost converter



**Fig. 3-20:**  
Ersatzschaltbilder des      Equivalent circuit diagrams of  
Hochsetzstellers im Lückbetrieb      the boost converter in  
discontinuous conduction mode

Die Formeln sind entsprechend vom Tiefsetzsteller zu übertragen.

the formulas are derived similar to the case of buck converter.

---

Auch beim Hochsetzsteller wird beim Lücken die Diode weich ausgeschaltet, was zu geringen Schaltverlusten führt.

During DCM, also the diode of the boost converter is turned-off softly, resulting in low switching losses.

### **3.2.5 Lückgrenzbetrieb beim Hochsetzsteller Boundary Conduction Mode of the Boost Converter**

Der Hochsetzsteller kann ähnlich wie der Tiefsetzsteller (vgl. Abschnitt 3.1.5) auch an der Lückgrenze betrieben werden, um die Schaltverluste der Diode zu minimieren.

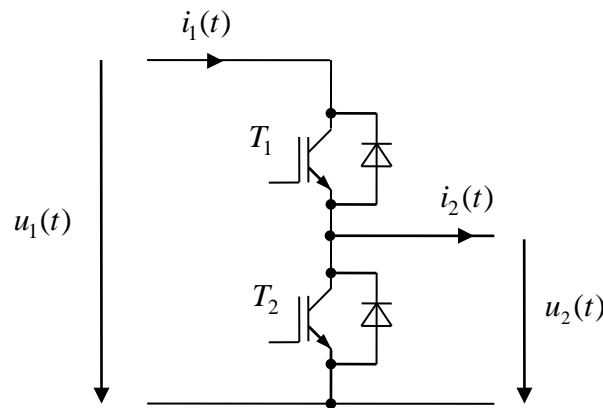
The boundary conduction mode can be applied as well as for the buck converter, compare Section 3.1.5. This mode can be employed to minimize the diode's switching losses also here.

### 3.3 Bidirektionale Gleichstromsteller Bi-Directional DC-DC Converters

Die bisherigen Grundsaltungen beherrschen nur eine Strom- und eine Spannungspolarität. Der Leistungsfluss ist daher nur unidirektional vom Eingang zum Ausgang. Zur Umkehrung des Leistungsflusses entweder durch Umkehrung des Stroms oder durch Umkehrung der Spannung kommen folgende Erweiterungen in Betracht.

The previous elementary circuits can provide current and voltage only with only one polarity, resulting in a uni-directional power flow from the input to the output. To reverse the power flow by reversing either the current or the voltage, the following enhancements can be considered.

#### 3.3.1 Steller für beide Strompolaritäten Converter for Both Current Polarities



**Fig. 3-21:**  
Gleichstromsteller für beide  
Strompolaritäten (Zwei-  
Quadranten-Steller),  
Realisierung mit IGBT und Dioden

DC-DC converter for both  
current polarities (two-quadrant  
converter),  
realization with IGBTs and  
diodes

Der ursprüngliche Gleichstromsteller (Fig. 3-9) wird zusätzlich mit einem weiteren Transistor und einer weiteren antiparallelen Diode ausgerüstet, um den Strom in beiden Richtungen führen zu können. Bitte beachten Sie hierzu Abschnitt 2.2. Die beiden Transistoren werden komplementär angesteuert: Wenn  $T_1$  leitet, muss  $T_2$  sperren und umgekehrt. Die Topologie nach Fig. 3-21 oder Fig. 3-22 wird gelegentlich folkloristisch als *Totempfahl* bezeichnet

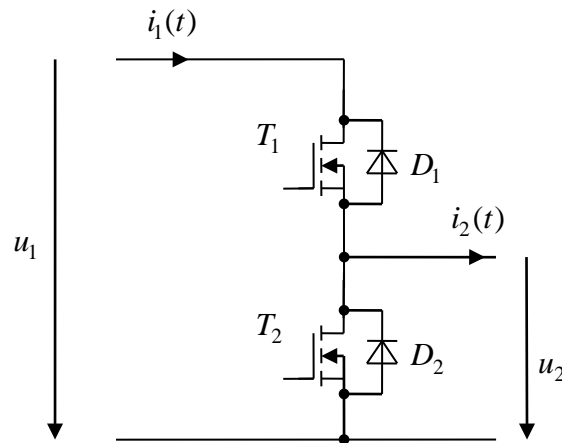
The original buck converter (Fig. 3-9) is now equipped with an additional transistor and an additional diode in order to allow current flow in both directions. Please see also Section 2.2. The transistors are driven complementary: If  $T_1$  is conducting,  $T_2$  must be blocked and vice versa. The topology of Fig. 3-21 or Fig. 3-22 is sometimes folkloristically referred to as *totem pole*.

Je nachdem, welche der Spannungen  $u_1$  oder  $u_2$  als Eingang oder Ausgang betrachtet wird, bzw. je nach Sichtweise des Leistungsflusses

Depending on the viewpoint which of voltages  $u_1$  or  $u_2$  is considered as input or output, or depending upon the direction of

verhält sich der Steller wie ein Tief- oder Hochsetzsteller. Die Problematik des Lückens tritt hier nicht auf. Die Polarität der Spannung ist bei dieser Schaltungstopologie weiterhin nicht umkehrbar. Der Steller beherrscht also zwei der vier möglichen Strom-Spannungsquadranten. Er kann als Zwei-Quadranten-Steller bezeichnet werden. In der englischen Literatur ist die sehr bildliche Bezeichnung totem-pole topology (Totempfahl) verbreitet.

power flow, the converter behaves like a buck or a boost converter. The problem with the discontinuous conduction mode does not occur here. The polarity of the voltage, however, is still not reversible in this circuit topology. Thus, the converter operates in two of the four possible current-voltage quadrants. So the converter may be called two-quadrant converter.



**Fig. 3-22:**  
Gleichstromsteller für beide  
Strompolaritäten (Zwei-  
Quadranten-Steller),  
Realisierung mit MOSFET und  
Dioden  
(entweder integrierte Bodydioden  
oder zusätzliche externe Dioden).

DC-DC converter for both  
current polarities (two quadrant  
converter),  
realization with MOSFET and  
dioden  
(either built-in body diodes or  
additional external diodes)

Die Schaltung nach Fig. 3-22 mit zwei MOSFETs wird sogar dann eingesetzt, wenn keine Strom- und Leistungsumkehr erforderlich ist. MOSFETs sind anders als IGBT auch *rückwärts* leitfähig und zeigen dabei ohmsches Verhalten ohne den für Dioden typischen Schwellspannungsabfall. Daher wird der Strom bei insgesamt geringerem Spannungsabfall den Weg durch den MOSFET und nicht durch die Diode nehmen. Derartige Schaltungen sind daher, auch wenn keine Rückspeisefähigkeit erforderlich ist, zur Verminderung der Verluste insbesondere bei

The circuit shown in Fig. 3-22 with two MOSFETs is even used, if no reverse flow of current and power is required. Unlike IGBTs, MOSFETs are capable of *reverse conduction* while showing ohmic characteristics without any forward threshold voltage that is typical of diodes or IGBTs. As a result, the current will take its path not through the diode but with only a small voltage drop through the transistor. That is why such circuits are employed even in uni-directional applications in order to

---

kleinen Betriebsspannungen von wenigen Volt sehr beliebt.<sup>1</sup>

Trotz der umgekehrten Leitfähigkeit der MOSFETs kann auf die antiparallelen Dioden nicht verzichtet werden. Einerseits sind sie als sogenannte Bodydioden ohnehin untrennbar in die MOSFET-Struktur integriert, andererseits wird zumindest  $D_2$  für eine sichere Kommutierung benötigt, um auch bei Verzögerungen beim Ein- und Ausschalten der MOSFETs und beim Außerbetriebsetzen der Schaltung stets einen Freilaufpfad sicherzustellen.

minimize losses, particularly in low-voltage applications.<sup>2</sup>

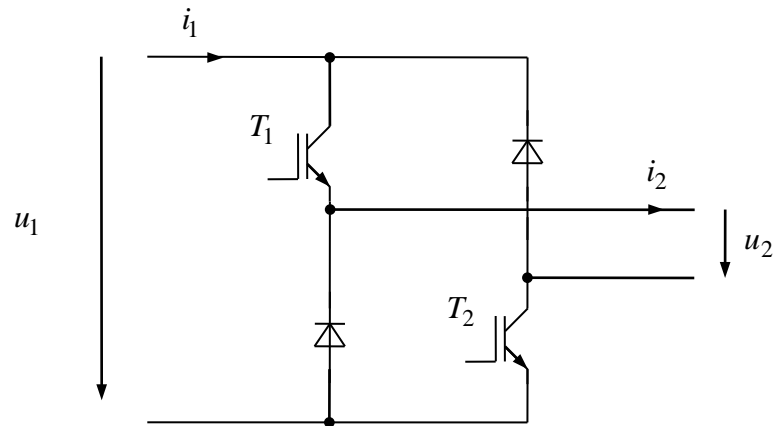
Despite of the MOSFET's reverse conduction capability, the anti-parallel diode cannot be removed. On the one hand, they are unremovably tied to the MOSFET semiconductor structure as intrinsic *body diode*. On the other hand, at least  $D_2$  is necessary to ensure a free-wheeling path in case of switching delays during the commutation and during shutdown of the circuit.

---

<sup>1</sup> Manchmal wird dieses Vorgehen als *Synchrone Gleichrichtung* bezeichnet, obwohl dieser Ausdruck im Kontext des Gleichstromstellers etwas merkwürdig anmutet. Der Ursprung dieses Begriffs ist bei Diodengleichrichtern zu finden, wenn die Dioden durch parallele MOSFETs unterstützt werden, die synchron während des Stromflussintervalls der jeweiligen parallelen Diode angesteuert werden.

<sup>2</sup> Sometimes that approach is referred to as *synchronous rectification* though the word sounds strange in the context of a DC-DC converter. The source of that wording are diode rectifiers, where the diodes are paralleled with MOSFETs that are fired synchronously during the normal conduction interval of the diodes in parallel.

### 3.3.2 Steller für beide Spannungspolaritäten Converter for Both Voltage Polarities



**Fig. 3-23:**  
Gleichstromsteller für beide  
Spannungspolaritäten  
(asymmetrische Halbbrücke)

DC-DC converter for both  
voltage polarities  
(asymmetrical half-bridge)

Voraussetzung:

Assumption:

$$i_2 > 0, \quad u_1 > 0 \quad (3.49)$$

Schaltfunktion:

Switching function:

$$s(t) \in \{-1; 0; +1\} \quad (3.50)$$

$$u_2(t) = s(t)u_1(t) \quad (3.51)$$

$$i_1(t) = s(t)i_2(t) \quad (3.52)$$

$s$	$T_1$	$T_2$	$u_2$	$i_1$
+1	1	1	$+u_1$	$+i_2$
-1	0	0	$-u_1$	$-i_2$
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0

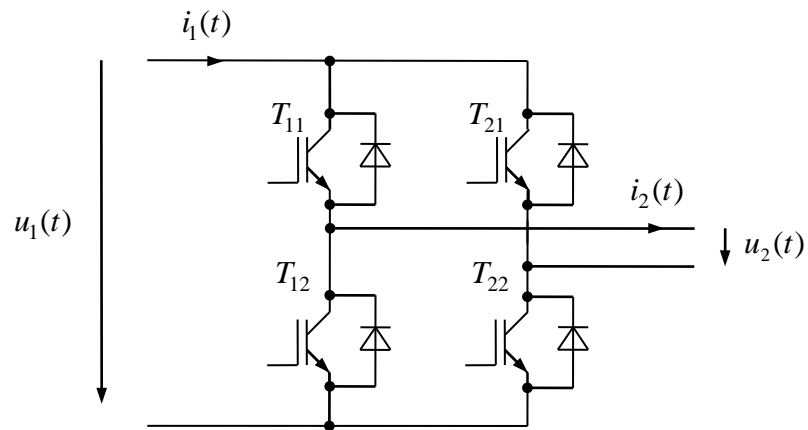
Dieser Konverter beherrscht also auch 2 von 4 möglichen Quadranten, aber andere als der Umrichter in Abschnitt 3.3.1. Die Bezeichnung 2-Quadranten-Steller ist also nicht sehr spezifisch. Die Bezeichnung *asymmetrische Halbbrücke* ist auch gebräuchlich.

Also this converter governs 2 out of 4 possible quadrants. However, these are different ones compared to the converter of Section 3.3.1. The name *two-quadrant converter* could be used as well, but it is therefore not very specific. The word *asymmetrical half bride* is also common.

### 3.3.3 Vier-Quadranten-Steller Four-Quadrant Converter

Der Vier-Quadranten-Steller (4QS) kann ausgangsseitig beide Strom- und Spannungspolaritäten bereitstellen. Er wird detailliert in Abschnitt 11 aufgegriffen.

The four-quadrant converter (4QC) can provide both current and voltage polarities at the output side. In Section 11 it will be discussed in more detail.



**Fig. 3-24:**  
Vier-Quadranten-Steller

Four-Quadrant Converter



## 4 Kommutierung Commutation

Bislang wurden Umschaltungen idealisiert, insbesondere wurde angenommen, dass Ströme und Spannungen unverzögert geschaltet werden können. Dies trifft in der Realität nicht zu. Selbst bei weiterhin angenommenem idealisiertem Schaltverhalten der Bauelemente führen unvermeidliche parasitäre Induktivitäten und Kapazitäten der Verbindungen und Zuleitungen zu einem veränderten Schaltverhalten. Bei Nichtbeachtung dieser Zusammenhänge droht die Zerstörung der Bauelemente durch Überschreitung der zulässigen elektrischen Grenzwerte.

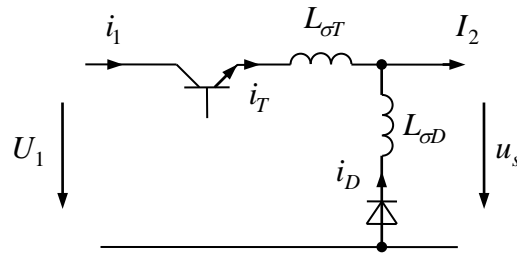
Die Probleme der Kommutierung werden am Beispiel des Tiefsetzstellers ausgeführt. Es wird zunächst weiterhin ein idealisiertes Schaltverhalten von Transistor und Diode angenommen, jedoch werden parasitäre Induktivitäten  $L_{\sigma D}$ ,  $L_{\sigma T}$  in den Pfaden von Diode und Transistor berücksichtigt. Typischerweise liegen diese Induktivitäten in der Größenordnung einiger nH. An dem Ersatzschaltbild Fig. 4-1 wird bereits deutlich, dass ein Strom im Transistor nicht plötzlich abgeschaltet werden kann bzw. ein derartiger Versuch zum Überschreiten jeglicher Spannungsgrenzen des Transistors und somit zu dessen Zerstörung führen würde.

Schaltungstechnische Maßnahmen, die die Bauelemente vor einer solchen Zerstörung schützen, werden als *Beschaltung* (engl. *snubber circuit*) bezeichnet.

So far, switchovers were idealized, in particular it was assumed that currents and voltages can be switched instantaneously without any delay. That is not very realistic. Even if idealized switching behavior of switching devices is assumed, parasitic inductances and capacitances of the electrical connections lead to a changed switching behavior. If these issues would not be considered, the power electronics devices may be damaged by exceeding the allowed rating.

The study of commutation problems is carried out using the buck converter as example. In this stage of consideration, transistor and diode are still assumed as idealized switching devices; however, the parasitic inductances  $L_{\sigma D}$ ,  $L_{\sigma T}$  are now included in the paths of diodes and transistors. Typically, these inductances are in the order of few nH. In the equivalent circuit shown in Fig. 4-1 it is already clear that a current in the transistor cannot be switched off suddenly, any attempt to do so would result in a very high voltage peak, exceeding the allowed voltage rating, and finally in the damage of the transistor.

Additional circuits introduced to protect the components from such destructions are called as *snubber circuits*.



**Fig. 4-1:**  
Tiefsetzsteller mit parasitären  
Induktivitäten

Buck converter with parasitic  
inductances and capacitances

#### 4.1 Beschaltung mit Z-Diode Snubber Circuit with Zener Diode

Eine Maßnahme, die Spannung des Transistors zu begrenzen, ist seine Beschaltung mit einer Z-Diode.

A measure to limit the excess voltage across the transistor is simply a Z-diode.

Im Folgenden wird die Einschalt- und die Ausschaltkommutierung untersucht. Hierbei wird angenommen, dass die Ausgangsdrossel des Tiefsetzstellers den Ausgangsstrom während der Kommutierung näherungsweise konstant hält. Im Ersatzschaltbild wird daher ein konstanter Strom  $i_2(t) = I_2$  angenommen. Die Ausgangsdrossel selbst wird deshalb nicht dargestellt.

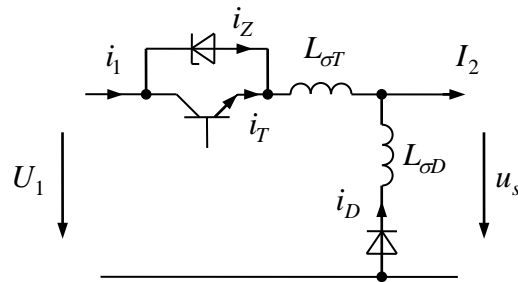
In the following, both switch-on commutation and switch-off commutations are examined. During a commutation, the current through the output inductor of the buck converter is assumed to be approximately constant. In the equivalent circuit therefore a constant current  $i_2(t) = I_2$  is assumed. Therefore the output inductor is not shown in the picture above.

Die Einschaltkommutierung ist ohne Gefahr für die Bauelemente. Es wird angenommen, dass der Transistor vom sperrenden Zustand unverzüglich in den ideal leitenden übergeht. Die Steigung des rampenförmigen Stromverlaufs resultiert aus der treibenden Spannung, *Kommutierungsspannung* genannt, welche hier die Eingangsspannung  $U_1$  ist, und der parasitären Gesamtinduktivität  $L_k = L_{\sigma D} + L_{\sigma T}$ , siehe Fig. 4-3 und Fig. 4-4.

The switch-on commutation does not cause any risk to the components. It is assumed that the transistor goes instantaneously into ideal conducting mode from the blocking mode. The slope of the ramp-like current shape results from the driving voltage, called *commutation voltage*, which is here the input voltage  $U_1$ , and the total parasitic inductance  $L_k = L_{\sigma D} + L_{\sigma T}$ , see Fig. 4-3 and Fig. 4-4.

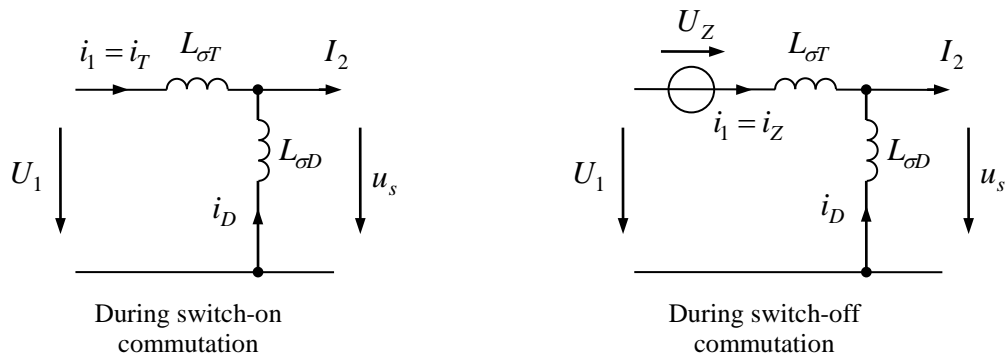
Bei der Ausschaltkommutierung wird nun die am Transistor anliegende Spannung durch die Z-Diode begrenzt. Obwohl auch die Kommutierung zwischen Transistor und Z-Diode einer genaueren Betrachtung unterzogen werden könnte, sei vereinfachend angenommen, dass die Z-Diode den Transistorstrom verzögerungslos übernimmt.

During the switch-off commutation, the voltage across the transistor is limited by the Z-diode. Although also the commutation between transistor and Z-diode could be inspected in more details, it should be assumed that the Z-diode takes over the transistor current without delay.



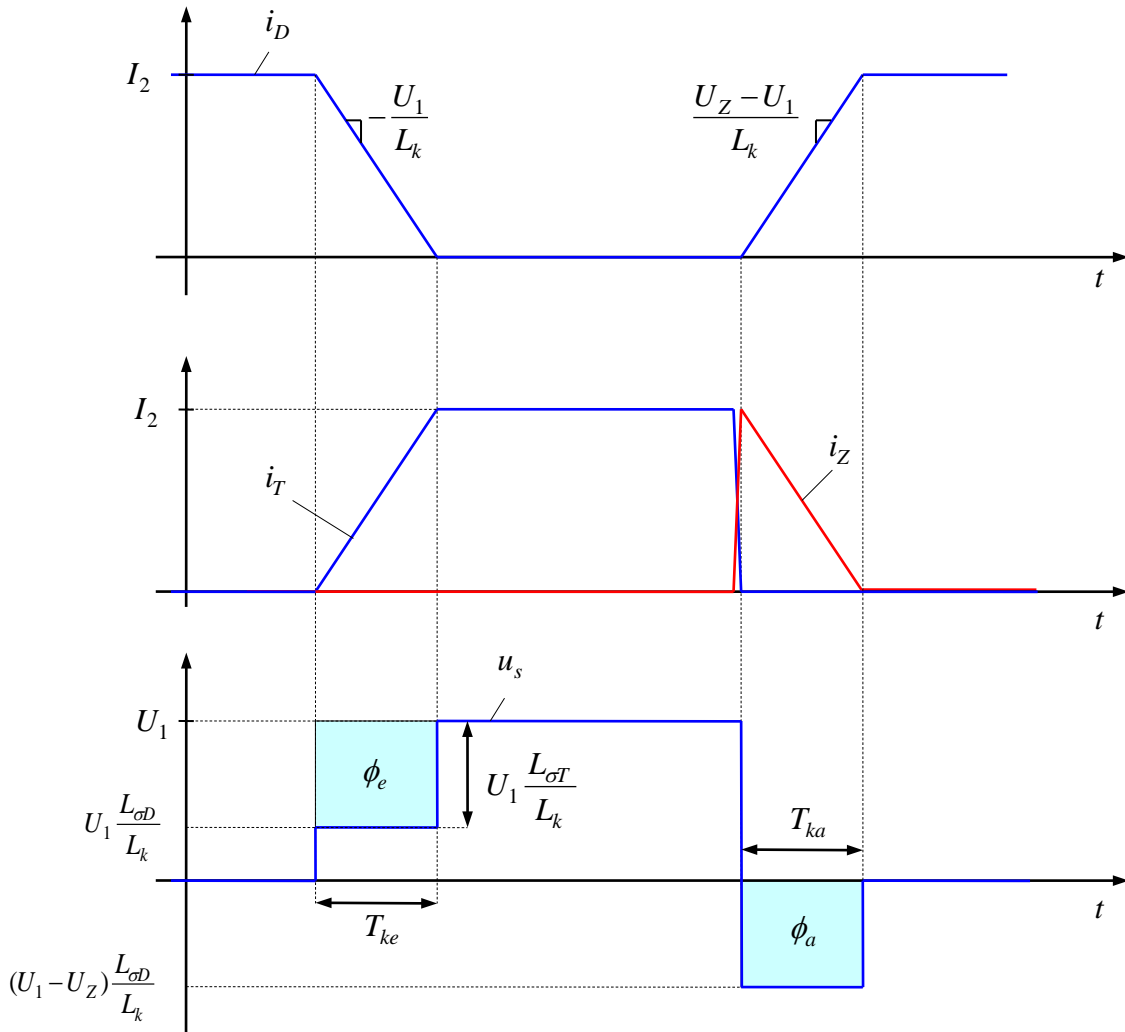
**Fig. 4-2:**  
Tiefsetzsteller mit parasitären  
Induktivitäten  
Beschaltung des Transistors mit Z-  
Diode

Buck converter with parasitic  
inductances.  
Snubber circuit for the transistor  
with Z-diode



**Fig. 4-3:**  
rsatzschaltbilder für die  
Kommutierungsvorgänge

Equivalent circuit diagrams for  
the commutation



**Fig. 4-4:**  
Kommutierungsverläufe beim Ein- und Ausschalten bei Z-Diodenbeschaltung

Commutation characteristics during switch-on and switch-off with Z-Diode as snubber

Gesamtinduktivität des Kommutierungskreises:

Total inductance of the commutation circuit:

$$L_k = L_{\sigma D} + L_{\sigma T} \tag{4.1}$$

Zeitdauern der Ein- und Ausschaltkommutierungen:

Durations of the switch-on and switch-off commutations:

$$T_{ke} = \frac{I_2 L_k}{U_1} \tag{4.2}$$

$$T_{ka} = \frac{I_2 L_k}{U_Z - U_1} \tag{4.3}$$

Wie Fig. 4-4 zeigt, wird die Ausschaltkommutierung durch die Z-Diode nun

As Fig. 4-4 shows, the Z-diode ensured regular behavior during switch-off. The

beherrscht. Die Spannung der Z-Diode muss aber größer als die Eingangsspannung gewählt werden, da ansonsten der Strom in der Z-Diode nicht erlöschen würde. Andererseits muss die Zenerspannung kleiner als die maximale Transistor-Sperrspannung gewählt werden. Das führt also zur Auslegungsbedingung

$$U_1 < U_Z < U_{CE \max} \quad (4.4)$$

Wenn man anstrebt, dass Einschalt- und Ausschaltkommutierung gleich schnell ablaufen, also  $T_{ke} = T_{ka}$ , müsste die Zenerspannung als

$$U_Z = 2U_1 \quad (4.5)$$

gewählt werden. Das erfordert allerdings gemäß (4.4) eine Transistor-Sperrspannung von mindestens dem Doppelten der Eingangsspannung  $U_1$ . In der Praxis wird man daher  $U_Z$  eher kleiner wählen.

In Fig. 4-4 sieht man außerdem, dass die Schalterspannung  $u_s$  aufgrund der Kommutierung von dem idealisierten Verlauf abweicht. Diese Fehler können durch Spannungs-Zeit-Flächen<sup>3</sup> beschrieben werden. Bei der Einschaltkommutierung ergibt sich die Abweichung:

$$\phi_e = -T_{ke} U_1 \frac{L_{\sigma T}}{L_k} = -I_2 L_{\sigma T} \quad (4.6)$$

Der Fehler bei der Ausschaltkommutierung ist

$$\phi_a = T_{ka} (U_1 - U_Z) \frac{L_{\sigma D}}{L_k} = -I_2 L_{\sigma D} \quad (4.7)$$

Damit resultiert ein gemittelter Fehler in einer Schaltperiode:

$$\Delta u_s = \frac{\phi_e + \phi_a}{T_s} = -I_2 L_k f_s \quad (4.8)$$

Zener voltage, however, must be chosen higher than the input voltage. Otherwise, the current of the Z-diode would not be turned off. On the other hand, the Zener voltage must be smaller than the maximum transistor blocking voltage, leading to the design restriction

If the goal is that switch-on and switch-off take the same amount of time,  $T_{ke} = T_{ka}$ , the Zener voltage should be chosen as

According to (4.4), this requires at minimum a transistor blocking voltage of twice of the input voltage  $U_1$ . In practice,  $U_Z$  would tend to be chosen smaller.

It can also be seen from Fig. 4-4 that switch voltage  $u_s$  deviates from the idealized shape as a result of the commutation. These errors can be described in terms of voltage-time areas<sup>4</sup>. During the switch-on commutation, the deviation is

The error of the switch- commutation is

So, the average voltage error in one switching period results as

<sup>3</sup> -Da die Spannungs-Zeit-Fläche die gleiche physikalische Dimension wie ein magnetischer Fluss besitzt, wird hier ein entsprechendes Symbol verwendet. Tatsächlich entspricht diese Größe dem in den parasitären Induktivitäten vorhandenen magnetischen Fluss.

<sup>4</sup> Since the voltage-time area has the same physical dimensions as a magnetic flux, the same symbol is used. In fact, this quantity corresponds to the magnetic flux of the parasitic inductances.

Bezüglich einer Mittelwertbetrachtung kann die kommutierungsbedingte Reduzierung der Ausgangsspannung durch einen ohmschen Ersatzwiderstand nachgebildet werden:

$$R_k = L_k f_s \quad (4.9)$$

Im Übrigen ändert sich durch die Kommutierung auch der mittlere Eingangsstrom des Stellers. Gegenüber der idealen Umschaltung tritt eine mittlere Abweichung des Eingangsstroms von

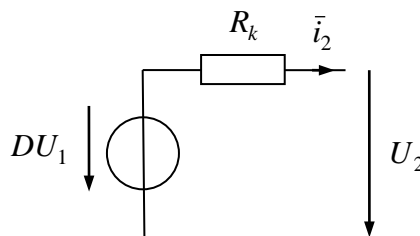
With respect to the average value calculations we can conclude that the reduction of output voltage caused by commutation can be represented by an equivalent ohmic resistance.

Moreover, also the averaged input current is changed due to the commutation. Compared to ideal switching, the deviation of the input current results as

$$\Delta i_1 = \left[ -\frac{1}{2} T_{ke} I_2 + \frac{1}{2} T_{ka} I_2 \right] f_s = \left[ \frac{1}{U_1} - \frac{1}{U_Z - U_1} \right] L_k f_s I_2^2 \quad (4.10)$$

auf. Im Fall  $U_Z = 2U_1$  wird diese Abweichung Null.

In the case  $U_Z = 2U_1$  this deviation is zero.



**Fig. 4-5:**  
Stationäres Mittelwertmodell des Ausgangskreises des Tiefsetzstellers mit Ersatz-Kommutierungswiderstand

Steady state averaged model of the buck converter output circuit with an equivalent resistance representing the commutation

Während der Einschaltkommutierung entstehen (im Rahmen der hier verwendeten Modellierung, welche bauelementabhängige Vorgänge vernachlässigt) keine Verluste. Während der Ausschaltkommutierung treten dagegen Verluste an der Z-Diode auf. Die Verlustarbeit ist

No losses occur during the switch-on commutation (as long as the modeling is done on this level where device-dependent losses are still not considered). During the the switch-off commutation, however, the losses occur in Z-Diode. The total loss work is

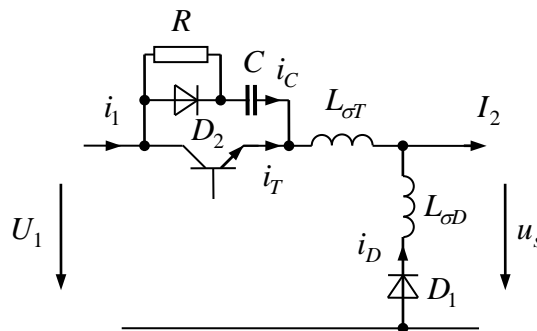
$$W_V = \frac{1}{2} U_Z I_2 T_a = T_{ka} = \frac{1}{2} \frac{U_Z L_k}{U_Z - U_1} I_2^2 \quad (4.11)$$

Hieraus ergeben sich die mittlere, durch die Beschaltung verursachten Verlustleistung zu

This results into averaged loss power that is due to the snubber circuit of

$$P_V = \frac{1}{2} \frac{U_Z L_k I_2^2}{U_Z - U_1} f_s \quad (4.12)$$

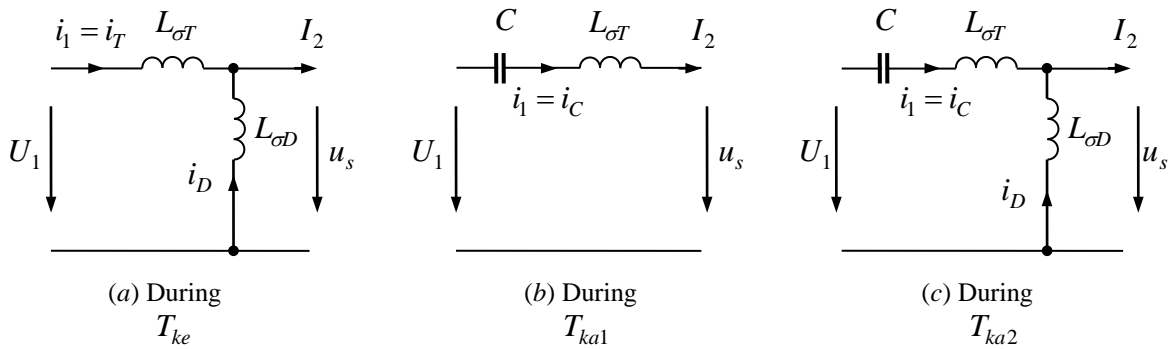
## 4.2 RCD-Beschaltung RCD Snubber Circuit



**Fig. 4-6:**

Tiefsetzsteller mit parasitären Induktivitäten  
RCD-Beschaltung des Transistors

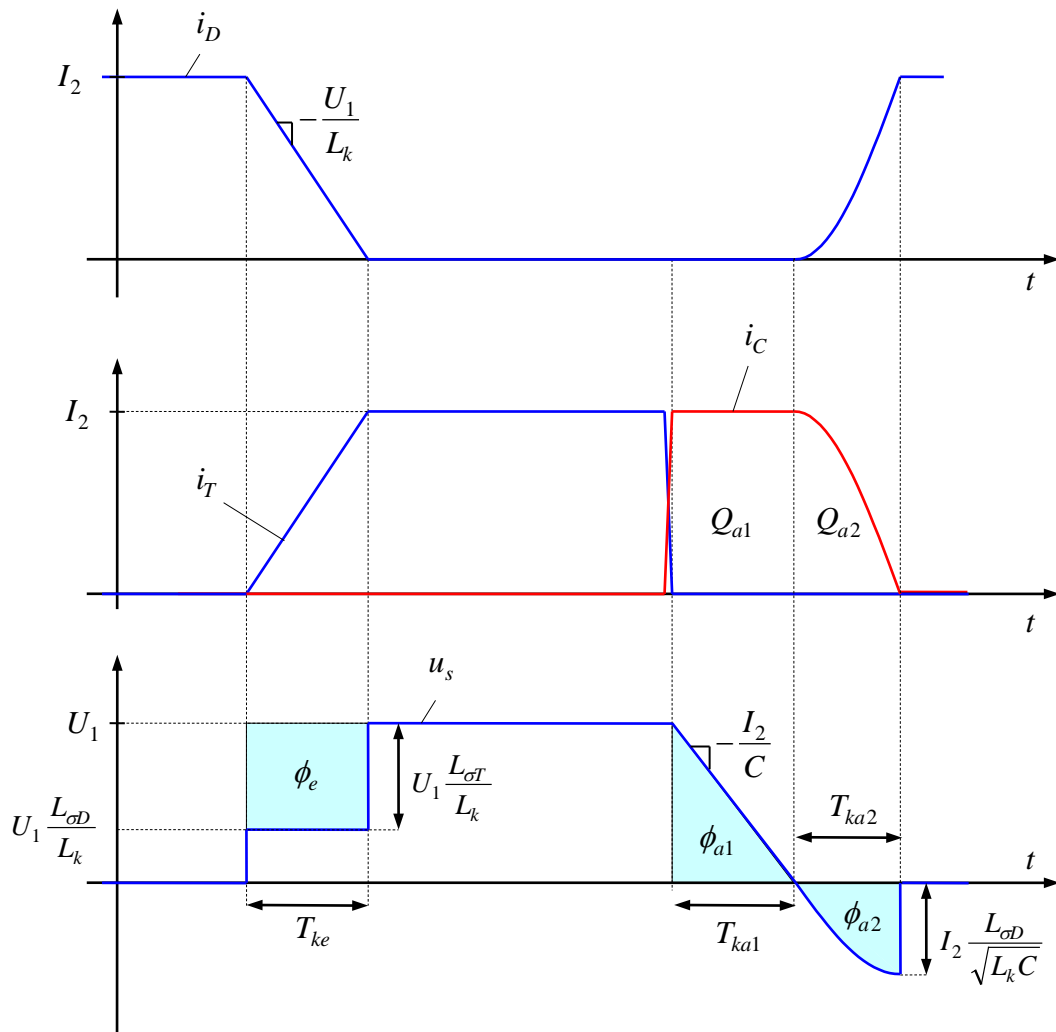
Buck converter with parasitic inductances  
and RCD snubber circuit



**Fig. 4-7:**

Tiefsetzsteller mit parasitären Induktivitäten  
RCD-Beschaltung des Transistors

Equivalent circuit diagrams for the various commutation stages



**Fig. 4-8:**  
Kommutierungsverläufe beim Ein- und Ausschalten mit der RCD-Beschaltung

Commutation characteristics during turn-on and turn-off with the RCD snubber

Die Einschaltkommutierung unterscheidet sich nicht von der vorangegangenen Beschaltungsvariante aus 4.1. Der Fehler der Spannungszeitfläche ist wiederum

The switch-on commutation is not different from the previous snubber variant of Section 4.1. The error of the voltage-time area is again

$$\phi_e = -T_{ke} U_1 \frac{L_{\sigma T}}{L_k} = -I_2 L_{\sigma T} \quad (4.13)$$

Beim Ausschalten des Transistors wird angenommen, dass der Transistorstrom  $i_T$  relativ rasch in den Pfad durch mit  $D_2$  und  $C$  kommutiert. Im Folgenden sind zwei Phasen zu unterscheiden. Solange die Spannung  $u_s$  noch positiv ist, sperrt die Diode  $D_1$ . Dies führt zum

When turning the transistor off, the transistor current  $i_T$  is assumed to commute quickly into the path  $D_2$  and  $C$ . In the following, two phases have to be distinguished. As long as the voltage  $u_s$  is positive, the diode  $D_1$  is blocked. This



Ersatzschaltbild nach Fig. 4-7 (b). Der konstante Strom  $I_2$  lädt nun den Kondensator  $C$  auf; seine Spannung steigt rampenförmig und die Spannung  $u_s$  sinkt dementsprechend. Da der Strom konstant ist, fällt an  $L_{\sigma T}$  keine Spannung ab. Die Zeit, bis die Spannung  $u_s$  Null erreicht, ist

$$T_{ka1} = \frac{U_1 C}{I_2} \quad (4.14)$$

Verglichen mit einer idealen Umschaltung ergibt sich in dieser Phase ein Spannungs-Zeit-Fehler von

$$\phi_{a1} = \frac{1}{2} T_{ka1} U_1 = \frac{C U_1^2}{2 I_2} \quad (4.15)$$

Nachdem die Spannung  $u_s$  das Vorzeichen gewechselt hat, wird die Diode  $D_1$  leitend und das Ersatzschaltbild nach Fig. 4-7 (c) wird maßgeblich. Dieses stellt einen Schwingkreis bestehend aus dem Kondensator  $C$  und der Kommutierungsinduktivität  $L_k = L_{\sigma T} + L_{\sigma D}$  dar, der mit der Kreisfrequenz

$$\omega_k = \frac{1}{\sqrt{L_k C}} \quad (4.16)$$

zu schwingen beginnt. Die Diode  $D_2$  unterbricht jedoch die Schwingung, sobald der Strom  $i_C$  das Vorzeichen wechseln will, womit die Ausschaltkommutierung beendet ist. Dies ist nach einem Viertel der Schwingungsperiode der Fall:

$$T_{ka2} = \frac{1}{4} \frac{2\pi}{\omega_k} = \frac{\pi}{2} \sqrt{L_k C} \quad (4.17)$$

Im Schwingkreis wird das Verhältnis der Schwingungsamplituden von Drosselspannung und Kondensatorstrom durch den Kennwiderstand  $\sqrt{L_k / C}$  bestimmt. Die Ausgangsspannung  $u_s$  bestimmt sich dann aus der gesamten Drosselspannung an  $L_k$  durch über den induktiven Spannungsteiler, so dass

situation is shown by the equivalent circuit diagram Fig. 4-7 (b). The constant current  $I_2$  now charges the capacitor  $C$ , as a result the capacitor voltage increases linearly ramp-wise and  $u_s$  drops accordingly. Since the current is constant during that phase, there would not be any voltage drop across  $L_{\sigma T}$ . The time taken for voltage  $u_s$  to hit zero is

In this phase, comparing with an ideal switch, a voltage-time error of

results. After the voltage  $u_s$  has changed its sign, the diode  $D_1$  becomes conducting and the equivalent circuit diagram of Fig. 4-7 (c) applies. This results in a resonant circuit comprising of the capacitor  $C$  and the commutation inductance  $L_k = L_{\sigma T} + L_{\sigma D}$  that begins to oscillate with the angular frequency given by

The diode  $D_2$ , however, interrupts the oscillation as the current  $i_C$  changes the sign, with which the switch-off commutation is completed. This situation is reached after one quarter of the oscillation period,

In the resonant circuit, the ratio of the oscillation amplitudes of inductor voltage and capacitor current is determined by the characteristic impedance  $\sqrt{L_k / C}$ . The output voltage  $u_s$  is determined from total inductive voltage across  $L_k$  through the inductive voltage divider so that the

sich als Minimalwert der Spannung  $u_s$  während des Umschwingens

minimum value of voltage  $u_s$  during the oscillation turns out to be

$$u_{s \min} = -I_2 \frac{L_{\sigma D}}{L_k} \sqrt{\frac{L_k}{C}} = -I_2 \frac{L_{\sigma D}}{\sqrt{L_k C}}. \quad (4.18)$$

ergibt. Zusammen mit dem Formfaktor der Sinusschwingung von  $2/\pi$  folgt damit als Fehler der Spannungs-Zeit-Fläche in dieser Phase

Together with the form factor of the sinusoidal oscillation of  $2/\pi$ , voltage-time error results in this phase as

$$\phi_{a2} = -\frac{2}{\pi} T_{ka2} u_{s \min} = -I_2 L_{\sigma D} \quad (4.19)$$

Über die gesamte Schaltperiode  $T_s$  gemittelt ergibt sich also der mittlere Spannungsfehler

The voltage error, averaged over the entire switching period  $T_s$ , is then

$$\Delta u_s = \frac{\phi_e + \phi_{a1} + \phi_{a2}}{T_s} = \left( -I_2 L_k + \frac{C U_1^2}{2 I_2} \right) f_s \quad (4.20)$$

Der Widerstand  $R$  ist an den Kommutierung nicht unmittelbar beteiligt. Er kann verhältnismäßig hochohmig bemessen werden und hat die Aufgabe, den nach der Ausschaltkommütierung aufgeladenen Kondensator  $C$  während einer Einschaltphase bis zum nächsten Ausschalten wieder zu entladen. Dadurch geht die im Kondensator gespeicherte Energie verloren und trägt zu den Verlusten bei. Zur Bestimmung der Energie des Kondensators wird zunächst die Ladung durch Integration des Stroms bestimmt:

The resistor  $R$  is not directly involved in the commutation. The resistance can be chosen relatively high for it is only responsible to discharge the capacitor  $C$  during the following period, when the transistor is turned on again so that it is discharged for the next turn-off commutation. This way, the stored energy of the capacitor is dissipated and contributes to the losses. To determine the stored energy of the capacitor, first the charge current is determined by integrating the current,

$$Q_a = Q_{a1} + Q_{a2} = I_2 T_{ka1} + \frac{2}{\pi} I_2 T_{ka2} = U_1 C + I_2 \sqrt{L_k C} = C \left( U_1 + I_2 \sqrt{\frac{L_k}{C}} \right) \quad (4.21)$$

Die Kondensatorspannung zum Ende der Ausschaltkommutierung ist also

The capacitor voltage at the end of switch-off commutation is therefore:

$$u_{C \max} = \frac{1}{C} Q_a = U_1 + I_2 \sqrt{\frac{L_k}{C}} \quad (4.22)$$

und die Energie

And the energy is

$$E_C = \frac{1}{2} C \left( U_1 + I_2 \sqrt{\frac{L_k}{C}} \right)^2 \quad (4.23)$$

und daraus die mittlere Beschaltungsverlustleistung zu

resulting finally in the averaged power losses of this snubber circuit as

$$P_v = \frac{E_C}{T_s} = \frac{1}{2} C f_s \left( U_1 + I_2 \sqrt{\frac{L_k}{C}} \right)^2 \quad (4.24)$$

Aus der maximalen Kondensatorspannung ergibt sich unmittelbar die notwendige Bemessung der maximalen Sperrspannung des Transistors:

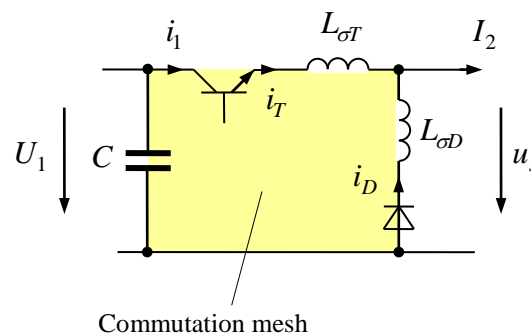
The required rating of the transistor blocking voltage results also directly from the maximum capacitor voltage as

$$u_{CE \max} = u_{C \max} = \frac{1}{C} Q_a = U_1 + I_2 \sqrt{\frac{L_k}{C}} \quad (4.25)$$

### 4.3 Aufbautechnik Packaging Technology

Die parasitären Induktivitäten im Kommutierungskreis werden nicht allein durch die Bauelemente, sondern in hohem Maße vom konstruktiven Aufbau des Schaltkreises beeinflusst. Hierbei kommt insbesondere der durch die *Kommutierungsmasche* aufgespannten Fläche besondere Bedeutung zu. Die Kommutierungsmasche ist die Masche, in der sich während einer Kommutierung der Strom ändert. Diese Masche sollte möglichst klein sein, da die Fläche unmittelbar mit der Induktivität korrespondiert. Lange Zuleitungen zu den Bauelementen verursachen größere Induktivitäten; diese sind also zu vermeiden bzw. zu minimieren. Wenn sich lange Zuleitungen, z. B. zur speisenden Gleichspannungsquelle nicht vermeiden lassen, sollte ein zusätzlicher Kondensator nahe an den schaltenden Elementen vorgesehen werden wie in Fig. 4-9 gezeigt, so dass sich über diesen Kondensator zumindest die hochfrequenten Stromanteile schließen können.

The parasitic inductances in the commutation circuit are not only determined by the power electronic components but to a large extent by the spatial construction of the circuitry in whole. The geometric area spanned by the *commutation mesh* is of particular importance. The commutation mesh is defined as that mesh where the current during a commutation is changing. This mesh area should be as small as possible since the area corresponds directly to the parasitic inductances in the circuit. Long interconnections between the elements leads to high parasitic inductances which should therefore be avoided or minimized. If the long interconnection from the supply DC voltage are inevitable, then an additional capacitor close to the switching components is recommended as shown in the Fig. 4-9 below so that this capacitor bypasses the high frequency current components.



**Fig. 4-9:**  
Kommutierungsmasche

Commutation mesh

Stand der Aufbautechnik ist heute die Verwendung geschichteter, flächiger Leiterbahnen, die im Bereich kleiner Leistungen bis zu einigen kW als mehrlagige gedruckte Leiterkarte, bei größeren Leistungen als geschichtete, durch Isolatorfolien separierte Kupfer- oder Aluminiumbleche ausgeführt werden.

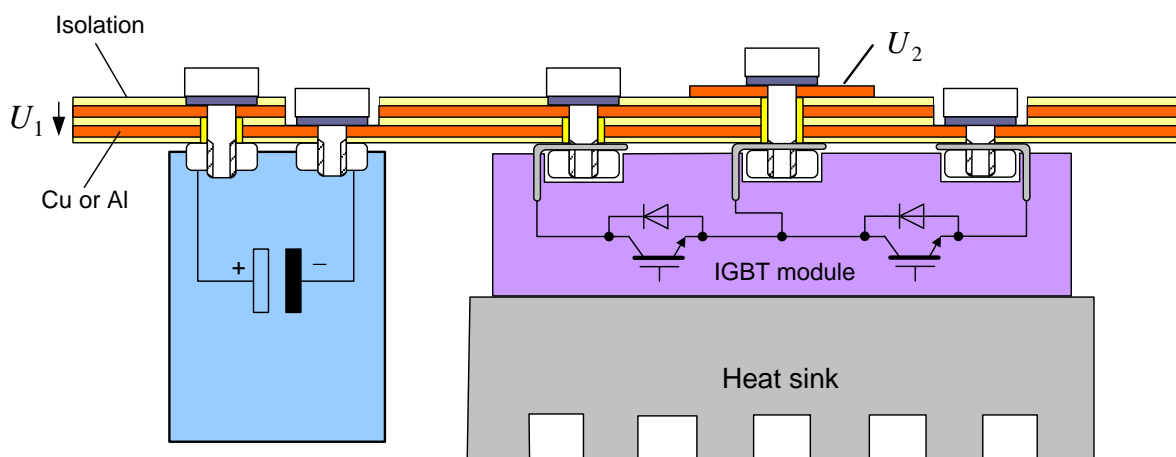
Today's packaging technology makes use of multi-layer constructions. In the range of small power ratings up to some kW, that is done with multi-layer printed circuits boards (PCB). For high power, the layers are solid copper or aluminum plates, separated by isolating foils.

Einerseits wird durch die enge benachbarte Führung von Hin- und Rückleiter eine sehr geringe Induktivität gegenüber Einzelleitern erreicht. Andererseits liefert der flächige Aufbau eine zusätzliche Kapazität, über die die hochfrequenten Anteile des Kommutierungsstroms geführt werden können, vgl. Fig. 4-9.

Fig. 4-10 zeigt einen typischen Aufbau mit großflächigen Leitern und einem Steller-Modul (bestehend aus zwei IGBT mit antiparallelen Dioden), wie es bei einem bidirektionalen Gleichstromsteller oder als ein Strang eines dreisträngigen Wechselrichters anzutreffen ist. Bleche und Folien werden mit passenden Aussparungen versehen, um die notwendigen Kontaktierungen zu ermöglichen.

On one hand, the narrow layers show a rather low inductance compared with single wires. On the other hand, the layers provide an additional capacitance that is highly welcome in order to enable a commutation path for the high-frequency components of the commutation current, compare Fig. 4-9.

Fig. 4-10 shows a typical construction of converter module (consisting of two IGBTs and anti-parallel diodes) with planar layers as it is used as a bi-directional DC-DC converter or as one of the phases of a three-phase inverter. Cut-outs in the metal layers and foils enable the necessary electric connections.



**Fig. 4-10:**  
Niederinduktiver Aufbau,  
hier eines bidirektionalen  
Gleichstromstellers

Low-inductance design, here of a  
bi-directional DC-DC converter

## 5 Dynamische Mittelwertmodellierung Dynamic Averaging

Die pulsfrequenten Anteile in Strömen und Spannungen werden durch die schaltende Arbeitsweise der leistungselektronischen Systeme verursacht und sind grundsätzlich nicht vermeidbar. Die Betrachtung dieser Strom- und Spannungsschwankungen ist ein wichtiger Aspekt bei der Auslegung der leistungselektronischen Systeme. Dazu wird meist der eingeschwungene stationäre Zustand untersucht.

Es ist aber auch wichtig, dass dynamische Verhalten leistungselektronischer Systeme abseits vom eingeschwungenen Zustand zu analysieren. Insbesondere dann, wenn es um den Entwurf einer Regelung geht. In diesem Fall sind die Berücksichtigung der schaltfrequenten Anteile in Strömen und Spannungen eher störend bzw. unerheblich: Eine Regelung soll diese Anteile nicht beachten, denn sie soll und kann diese Schwankungen nicht ausregeln, da sie der Arbeitsweise der leistungselektronischen Umformung geschuldet sind und nicht vermieden werden können. Für die Analyse des dynamischen Verhaltens und den folgenden Regelungsentwurf ist es hilfreich, von der schaltenden Arbeitsweise und den dadurch verursachten pulsfrequenten Anteilen zu abstrahieren. Dies leistet die sogenannte *dynamische Mittelwertmodellierung*.

Zu diesem Zweck werden zeitlich lokale Mittelwerte einer Größe  $x(t)$  in einem Zeitfenster der Länge  $T$  folgendermaßen eingeführt:

$$\bar{x}(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} x(\tau) \, d\tau \quad (5.1)$$

Zu beachten ist, dass wir keinerlei Voraussetzungen für die betrachtete Größe  $x(t)$  machen; sie darf sich beliebig verändern. Enthält aber diese Größe Schwingungsanteile der Frequenzen  $f_k = k/T$ , fallen diese bei der Mittelwertbildung heraus. Wählen wir also  $T = T_s$ , werden die pulsfrequenten Anteile und

The pulse frequency components of currents and voltages are caused by the switching operation of power electronic systems and are in principle inevitable. The consideration of these current and voltage fluctuations is an important issue of the power electronic design. Such investigation usually assumes the swing-in steady state.

However, it is also important to analyze the dynamic behavior of the power electronic system aside the steady state, particularly when it comes to design a controller. For such task, it is sometimes cumbersome and tedious to consider the pulse frequency components of currents and voltages. The controller shall not mind these pulse frequency components and shall not try to compensate for these fluctuations as they are inherently due to the power electronic conversion and cannot be avoided. So, for the analysis of the dynamics and the following control design it is desirable to abstract from the detailed switching behavior and the pulse frequency fluctuations. That is accomplished by the *dynamic averaging* approach.

For that purpose, a local time average of a variable  $x(t)$  within a time window of length  $T$  shall be defined as

It should be noted that we make no particular assumptions of the variable  $x(t)$ ; it may vary in time arbitrarily. If the quantity, however, contains oscillations of frequencies  $f_k = k/T$ , these frequency components are cancelled out by the averaging. If we select  $T = T_s$ , the pulse

ihre Oberschwingungen durch die Mittelwertbildung eliminiert.

frequency component and higher harmonics are then eliminated by averaging.

### 5.1 Mittelwertmodell des Widerstands Average Modeling of a Resistance

Durch Anwendung der Mittelwertbildung auf

By applying the local averaging modeling for

$$u(t) = R i(t) , \quad (5.2)$$

folgt sofort die gleiche Beziehung für die Mittelwerte,

it follows immediately the same relationship also for averaged quantities,

$$\bar{u}(t) = R \bar{i}(t) . \quad (5.3)$$

### 5.2 Mittelwertmodell der Drossel und des Kondensators Average Modeling of Inductor and Capacitor

$$L \dot{i}(t) = u(t) \quad (5.4)$$

Averaging:

Mittelwertbildung:

$$\frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} L \dot{i}(\tau) d\tau = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} u(\tau) d\tau \quad (5.5)$$

$$\frac{1}{T} L (i(t+T/2) - i(t-T/2)) = \bar{u}(t) \quad (5.6)$$

Unter Beachtung der Kettenregel für bestimmte Integrale,

With respect to the chain rule of definite integrals,

$$\frac{d}{dx} \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(z) dz = f(g_2(x)) \frac{dg_2(x)}{dx} - f(g_1(x)) \frac{dg_1(x)}{dx} , \quad (5.7)$$

Lässt sich die Stromdifferenz auf der linken Seite von (5.6) als Zeitableitung des lokalen Mittelwerts schreiben:

the difference of the currents on the left-hand side of (5.6) can be written as time derivative of the local average:

$$L \frac{d}{dt} \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} i(\tau) d\tau = \bar{u}(t) . \quad (5.8)$$

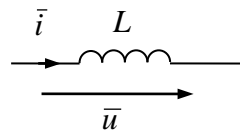
Die Mittelwertbildung und die Differentiation sind also in der Reihenfolge vertauschbar. Das wird auch aus abstrakter Sichtweise einsichtig, wenn man sich klarmacht, dass sowohl die

The sequence of applying averaging and differentiation is thus interchangeable. This becomes also clear from abstract point of view, if one realizes that both the

Differentiation als auch die Mittelwertbildung lineare, zeitinvariante Operationen sind, welche in der Reihenfolge ihrer Anwendung vertauscht werden dürfen (die Operatoren sind *kommutativ*). Die Differenzialgleichung der Drossel gilt also genauso auch für die Mittelwerte, ohne dass hierzu irgendeine Näherung oder Vernachlässigung herangezogen werden müsste:

$$L\dot{\bar{i}}(t) = \bar{u}(t) \tag{5.9}$$

Selbstverständlich darf man sich diese Gleichung auch durch ein Ersatzschaltbild mit dem Ersatzstrom  $\bar{i}(t)$  und der Ersatzspannung  $\bar{u}(t)$  veranschaulichen:



**Fig. 5-1:**  
Mittelwert-Ersatzschaltbild der Spule

differentiation and averaging are linear time-invariant operations, which are allowed to be interchanged in the sequence of computation (i.e. the operators are *commutative*). As a result, the differential equation of the inductor is also exactly valid for the averaged quantities, without applying any approximation or negligence:

We can, of course, illustrate this equation as an equivalent circuit with the current  $\bar{i}(t)$  and voltage  $\bar{u}(t)$ :

Averaging model equivalent circuit representation of an inductor

Ebenso folgt für den Kondensator aus

$$C\dot{u}(t) = i(t) \tag{5.10}$$

Similarly for the capacitor,

dieselbe Gleichung für die Mittelwerte:

$$C\dot{\bar{u}}(t) = \bar{i}(t) \tag{5.11}$$

The same equation results also as an averaged model:



### 5.3 Mittelwertmodell linearer zeitinvarianter Differenzialgleichungen Averaging Model of Linear Time-Invariant Differential Equations

Das eben beschriebene Vorgehen lässt sich auch auf alle Arten linearer zeitinvarianter Differenzialgleichungen übertragen, z. B. auf die in der Systemtheorie und Regelungstechnik beliebte Matrix-Differenzialgleichung 1. Ordnung

The procedure described here can also be applied to all types of linear time-invariant differential equations, for example, to the 1st-order matrix differential equations, which is popularly used in system and control theory,

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \mathbf{u}(t)\end{aligned}\tag{5.12}$$

Durch Anwendung der Mittelwertbildung folgt unmittelbar und ohne jede Vernachlässigung

Applying the local averaging procedure, it follows directly without any negligence,

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B} \bar{\mathbf{u}}(t) \\ \bar{\mathbf{y}}(t) &= \mathbf{C} \bar{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D} \bar{\mathbf{u}}(t)\end{aligned}\tag{5.13}$$

### 5.4 Mittelwertmodell für Schalter Average Modeling of a Switch

Mit Hilfe der obigen Beziehungen können zwar beliebige lineare zeitinvariante Netzwerke betrachtet werden, nicht aber leistungselektronische Schaltungen, da insbesondere Schalter bislang nicht abgedeckt sind.

With the help of the above relationships, we considered arbitrary linear time-invariant networks, but not yet power electronic circuits, as switches are not covered so far.

Wir untersuchen den Vierpol-Schalter mit den Gleichungen

We study the four-pole switches with the equations below,

$$u_2(t) = u_1(t) s(t)\tag{5.14}$$

$$i_1(t) = i_2(t) s(t)\tag{5.15}$$

Sieht man die Schaltfunktion  $s(t)$  als unabhängig von Strom und Spannung gegeben an, sind diese Gleichungen zwar bezüglich des Verhaltens der Spannungen und Ströme linear, aber eben nicht zeitinvariant. Die Mittelwertmodellierung ist also genauer zu analysieren. Um das Problem etwas zu verallgemeinern, soll auf die Untersuchung der Mittelwerte eines Produkts der Art

If the switching function  $s(t)$  is considered independent of current and voltage, these equations are linear with respect to voltage and current, however, the equations are not time-invariant. The average model is to be analyzed in more detail. In order to generalize the problem, the investigation should start with a product like

$$z(t) = x(t) y(t)\tag{5.16}$$

übergegangen werden. Die Mittelwertbildung führt nun zu

The averaging gives rise to

$$\bar{z}(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} x(\tau) y(\tau) d\tau \quad (5.17)$$

Unter gewissen Voraussetzungen darf die rechte Seite durch das Produkt der Mittelwerte von  $x(t)$  und  $y(t)$  angenähert werden, also

Under certain conditions, the right-hand side of the equation may be approximated by the product of the mean values of  $x(t)$  and  $y(t)$ , i.e.

$$\bar{z}(t) = \overline{xy(t)} \approx \bar{x}(t) \bar{y}(t) \quad (5.18)$$

Die hierfür notwendigen Voraussetzungen sollen durch eine Fehlerbetrachtung geklärt werden. Man beachte zunächst die Umformung

The necessary conditions should be derived by an error analysis. Let us start with the term

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) \bar{y}(t) - x(\tau) y(\tau) &= \bar{x}(t) \bar{y}(t) - (x(\tau) - \bar{x}(t)) y(\tau) - \bar{x}(t) y(\tau) \\ &= \bar{x}(t) (\bar{y}(t) - y(\tau)) - (x(\tau) - \bar{x}(t)) y(\tau) \end{aligned} \quad (5.19)$$

Durch Mittelwertbildung, also Integration über die Variable  $\tau$ , wird daraus:

Applying averaging over the variable  $\tau$ , it yields

$$\bar{x}(t) \bar{y}(t) - \overline{x(t) y(t)} = \bar{x}(t) (\bar{y}(t) - \bar{y}(t)) - \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} (x(\tau) - \bar{x}(t)) y(\tau) d\tau \quad (5.20)$$

$$\bar{x}(t) \bar{y}(t) - \bar{z}(t) = -\frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} (x(\tau) - \bar{x}(t)) y(\tau) d\tau \quad (5.21)$$

Das Integral der rechten Seite lässt sich folgendermaßen abschätzen:

The integral on the right-hand side can be estimated as follows:

$$\begin{aligned} |\bar{x}(t) \bar{y}(t) - \bar{z}(t)| &\leq \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} |x(\tau) - \bar{x}(t)| |y(\tau)| d\tau \\ &\leq \max_{t-T/2 \leq \tau \leq t+T/2} |x(\tau) - \bar{x}(t)| \cdot \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} |y(\tau)| d\tau \end{aligned} \quad (5.22)$$

Also

Finally,

$$|\bar{x}(t) \bar{y}(t) - \bar{z}(t)| \leq \max_{t-T/2 \leq \tau \leq t+T/2} |x(\tau) - \bar{x}(t)| \cdot \overline{|y|}(t) \quad (5.23)$$

Das heißt, die Genauigkeit der Näherung (5.18) ist umso besser, je geringer die Schwankungsbreite der Größe  $x(t)$  ist. Ist die

This means, the accuracy of the approximation (5.18) is the better the smaller the variation of variable  $x(t)$ . If the

Schwankungsbreite Null, was gleichbedeutend mit  $x(t) = X = \text{const.}$  ist, gilt die Beziehung sogar exakt.

In der obigen Abschätzung dürfen die Rollen von  $x(t)$  und  $y(t)$  natürlich vertauscht werden. Das bedeutet, dass die Abschätzung durch das Produkt der Mittelwerte immer dann zu einer brauchbaren Näherung führt, wenn wenigstens eine der beiden beteiligten Größen eine geringe Schwankungsbreite aufweist. Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, zeigen also beide Variablen nennenswerte Schwankungen, wird die Näherung (5.18) große Fehler aufweisen.

**Beispiel:**

Die Stellerspannung des Tiefsetzsteller,

$$u_2(t) = s(t)u_1(t) \tag{5.24}$$

darf dann mit passabler Genauigkeit durch Mittelwerte

$$\bar{u}_2(t) = \bar{s}(t)\bar{u}_1(t) \tag{5.25}$$

beschrieben werden, wenn die speisende Eingangsspannung  $u_1(t)$  hinreichend glatt ist, also eine geringe Schwankungsbreite aufweist. Die Schaltfunktion  $s(t)$  hat dagegen *per se* eine große Schwankungsbreite, deshalb muss die Bedingung geringer Schwankungsbreite durch  $u_1(t)$  befriedigt werden.

Auch der Eingangsstrom des Tiefsetzstellers

$$i_1(t) = s(t)i_2(t) \tag{5.26}$$

kann ebenfalls durch Mittelwerte beschrieben werden, wenn die Annahme der kleinen Schwankungsbreite auf den Ausgangsstrom  $i_2(t)$  zutrifft:

$$\bar{i}_1(t) = \bar{s}(t)\bar{i}_2(t) \tag{5.27}$$

Dies ist beim Tiefsetzsteller mit einer Glättungsdrossel häufig der Fall. Ausnahme: Der Tiefsetzsteller wird mit kleiner Drossel

fluctuation is zero, which is equivalent to  $x(t) = X = \text{const.}$ , then the relationship is even exactly true.

In the above approximations the terms  $x(t)$  and  $y(t)$  can be interchanged. That means that approximation of the averaged product by a product of averages is applicable, if at least one of the included variables shows a sufficiently small fluctuation. If that condition violated, i.e. if both variables show considerable large fluctuations, the approximation (5.18) will be poor.

**Example:**

The switching voltage of a buck converters,

can be approximated with sufficient accuracy by

if the feeding input voltage  $u_1(t)$  is considerably smooth, i.e. it should exhibit only small fluctuations. However, the switching function  $s(t)$  has a wide range of variation. So the above condition must be satisfied by small fluctuation in  $u_1(t)$ .

Also, the input current of the buck converter,

can also be approximated by the average values with the assumption that there is only small variation in output current  $i_2(t)$ :

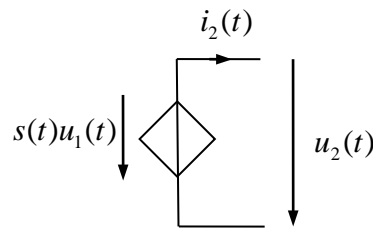
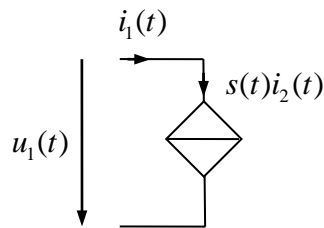
The above condition can be achieved by a smoothing inductor in buck converter. Exception: The buck converter is operated

z.B. im Lückgrenzbetrieb betrieben, was mit großen Stromschwankungen einhergeht. Auch der Fall, dass der Steller ohne Glättungsdrossel direkt eine ohmsche Last speist, erfüllt die Voraussetzungen *nicht*: Der Ausgangstrom  $i_2(t)$  ist dann sogar pulsformig und besitzt damit eine sehr große Schwankungsbreite. Auch in diesem Fall ist die obige Näherung nicht zulässig.

Sind die Voraussetzungen jedoch erfüllt, darf die Mittelwertnäherung angewendet werden. Dies ist auch als Ersatzschaltbild ausdrückbar. Die Ersatzschaltbilder für die Momentanwerte und die gleitenden Mittelwerte unterscheiden sich praktisch nicht. Dennoch ist genau auf die Bedeutung zu achten. Im Momentanwertmodell nimmt die Schaltfunktion  $s(t)$  nur die diskreten Werte 0 oder 1 an, während im Mittelwertmodell  $s(t)$  gleich dem Tastverhältnis ist und beliebige Werte zwischen 0 und 1 annehmen kann.

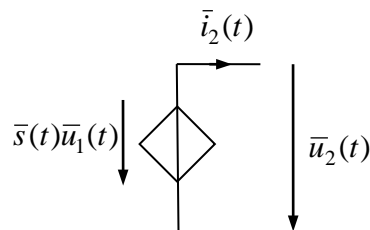
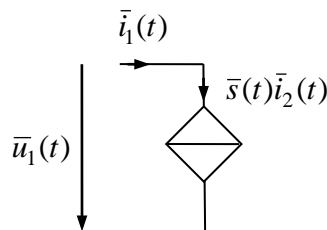
with a small inductor e.g. in boundary conduction mode, which is associated with large current fluctuations. If the converter feeds an ohmic load directly without smoothing inductor then also the above condition is not met: Then the output current  $i_2(t)$  is of pulsating form and therefore has also a large variation. Also in this case the above approximation is not permitted.

However, if the conditions are fulfilled then we can use averaging approximation. This can also be expressed by an equivalent circuit. The equivalent circuit diagrams for the instantaneous values and the moving averages are practically identical. Nevertheless, it is important to pay close attention to the meaning. In the instantaneous value model, the switching function  $s(t)$  takes only the discrete values 0 or 1, while in the averaging model  $s(t)$  is equal to the duty cycle and can take any value between 0 and 1.



**Fig. 5-2:**  
Ersatzschaltbild des Schalters für  
Momentanwerte

Equivalent circuit of the switch  
for instantaneous values



**Fig. 5-3:**  
Ersatzschaltbild des Schalters für  
Mittelwerte

Equivalent circuit of the switch  
for averaged quantities

## 5.5 Mittelwertmodell strukturvariabler Differenzialgleichungen State-Space Averaging of Variable-Structure Differential Equations

Ein Netzwerk mit schaltenden Elementen führt nicht auf ein lineares, zeitinvariantes Differenzialgleichungssystem, häufig aber auf ein System, welches diese Eigenschaften abschnittsweise aufweist. Nehmen wir an, dass innerhalb einer Periode  $T_s$  das System abschnittsweise durch

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_k \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_k \mathbf{u}(t) \quad \text{for } t_{k-1} \leq t < t_k \quad (5.28)$$

beschrieben werden. Dabei ist der Endwert des Zustandsvektors in einem Teilintervall  $\mathbf{x}(t_k)$  zugleich der Anfangswert für das nächste Teilintervall. Innerhalb der Teilintervalle sind die Systemmatrizen  $\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k$  bei schaltenden Systemen typischerweise konstant. Es vereinfacht aber das weitere Vorgehen, sogar von beliebig zeitabhängigen Matrizen auszugehen,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t) \mathbf{u}(t) . \quad (5.29)$$

Nun werde wieder die Mittelwertbildung auf diese Gleichung angewandt:

$$\overline{\dot{\mathbf{x}}}(t) = \overline{\dot{\mathbf{x}}(t)} = \overline{\mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t)} + \overline{\mathbf{B}(t) \mathbf{u}(t)} \quad (5.30)$$

Auf der linken Seite der Differenzialgleichung darf, wie schon erläutert, die Differentiation mit der Mittelwertbildung in der Reihenfolge vertauscht werden. Zu untersuchen ist nun, ob die Produktterme der rechten Seite durch Produkte von Mittelwerten approximiert werden dürfen. Der Rechengang folgt dem Schema des vorangegangenen Abschnitts, nur das hier Matrix-Vektor-Produkte zu betrachten sind. Zunächst ergibt sich auf gleichem Wege

$$\overline{\mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t)} - \overline{\mathbf{A}(t)} \overline{\mathbf{x}(t)} = -\frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \mathbf{A}(\tau) (\mathbf{x}(\tau) - \overline{\mathbf{x}}(t)) d\tau \quad (5.31)$$

bzw. komponentenweise

A network with switching elements does not lead to a linear time-invariant differential equation system, but often to a system showing these properties piecewise. Let us say that the system can be described within a period  $T_s$  piecewise by a set of differential equations

The value of the state vector at the end of one time interval  $\mathbf{x}(t_k)$  is equal to the initial value of the next interval. Within the sub-intervals, the even state state-space matrices  $\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k$  of switching system can be typically assumed constant. However, it simplifies the further steps if we assume matrices varying arbitrarily in time,

Now we apply again averaging to this equation:

On the left-hand side of the equation it is allowed to interchange the differentiation and averaging computation sequence for the reasons explained above. Again we have to find out, whether the averages of product terms on the right-hand side may be approximated by a product of averages. The computation flow follows the scheme of previous section, only the matrix vector products are considered:

Or writing this component-wise,

$$\sum_j \overline{A_{ij}(t) \bar{x}_j(t) - \overline{A_{ij}(t) x_j(t)}} = -\frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \sum_j A_{ij}(\tau) (x_j(\tau) - \bar{x}_j(t)) d\tau \quad (5.32)$$

Das lässt sich nun folgendermaßen nach oben abschätzen: An upper bound can be found as follows:

$$\begin{aligned} \left| \sum_j \overline{A_{ij}(t) \bar{x}_j(t) - \overline{A_{ij}(t) x_j(t)}} \right| &\leq \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \sum_j |A_{ij}(\tau)| |x_j(\tau) - \bar{x}_j(t)| d\tau \\ &= \sum_j \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} |A_{ij}(\tau)| |x_j(\tau) - \bar{x}_j(t)| d\tau \leq \sum_j \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} |A_{ij}(\tau)| d\tau \max_{t-T/2 \leq \tau \leq t+T/2} |x_j(\tau) - \bar{x}_j(t)| \end{aligned} \quad (5.33)$$

Es gelingt also der Nachweis, dass der Fehler wieder von der Schwankungsbreite der Zustandsgrößen  $x_j(t)$  abhängt. Je kleiner diese Schwankungsbreite im Mittelungsintervall  $T$ , desto genauer wird die Abschätzung. Gleiches gilt für den 2. Term der Differenzialgleichung, wobei dort die Schwankungsbreite der Eingangsgrößen  $u_j(t)$  maßgeblich ist. Insofern kann die ursprüngliche Differenzialgleichung durch die Differenzialgleichung der Mittelwerte approximiert werden:

So it has been proved that the error depends again on the fluctuation band of the state variable  $x_j(t)$ . The smaller the variation within the averaging interval  $T$ , the more precise is the approximation. The same applies to the second part of the equation, the term of differential equation where it is the variation of the input variables  $u_j(t)$  that is important. Insofar the original differential equation is allowed to be approximated by the differential equation of averaged quantities:

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}(t) \bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{B}}(t) \bar{\mathbf{u}}(t) \quad (5.34)$$

Wir nehmen nun an, dass die Struktur des Systems nur zwischen zwei Konfigurationen  $\mathbf{A}_0, \mathbf{B}_0$  und  $\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_1$  hin- und hergeschaltet wird. Dabei sei die Konfiguration  $\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_1$  während der durch das Tastverhältnis  $d = T_1/T_s$  bestimmten Einschaltzeit gültig und  $\mathbf{A}_0, \mathbf{B}_0$  der Ausschaltzeit zugeordnet. Dann sind die mittleren Systemmatrizen

We now assume that the structure of a system switches back and forth between only two configurations  $\mathbf{A}_0, \mathbf{B}_0$  and  $\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_1$ . The configuration  $\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_1$  is assumed to be valid during the on time determined by the duty cycle  $d = T_1/T_s$  while  $\mathbf{A}_0, \mathbf{B}_0$  is associated to the off-time. Then the averaged system matrices are

$$\bar{\mathbf{A}}(d) = d \mathbf{A}_1 + (1-d) \mathbf{A}_0 \quad (5.35)$$

$$\bar{\mathbf{B}}(d) = d \mathbf{B}_1 + (1-d) \mathbf{B}_0 \quad (5.36)$$

Das Tastverhältnis  $d$  hat dann neben dem Eingangsgrößenvektor  $\bar{\mathbf{u}}$  die Bedeutung einer weiteren Eingangsgröße des Systems, welche allerdings multiplikativ auftritt:

Similar as the original input vector  $\bar{\mathbf{u}}$ , also the duty cycle  $d$  is now an input to the system. However,  $d$  appears differently in a multiplication with the state vector,

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}(d(t)) \bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{B}}(d(t)) \bar{\mathbf{u}}(t) \quad (5.37)$$

Dieses System ist nun nicht mehr linear. Um die Methoden der Systemtheorie und Regelungstechnik für lineare Systeme anwenden zu können, kann eine Linearisierung um einen Arbeitspunkt angewendet werden.

Now, the system is no longer linear. In order to apply the methods of system theory and control engineering for linear systems, we apply a linearization at the operation point.

Dies ist ein wichtiger Punkt: Die Mittelwertmodellierung führt nicht notwendigerweise auf ein lineares System, doch treten hierbei typischerweise stetig differenzierbare Nichtlinearitäten auf, die im Gegensatz zum ursprünglichen Schaltermodell *linearisierbar* sind. Die Linearisierung soll nun um einen Arbeitspunkt ausgeführt werden:

This is an important point: The averaging modeling will not necessarily provide a linear system, but the appearing non-linear functions are typically continuously differentiable and which are *linearizable* in contrast to the original switch model. The linearization around an operating point should now be carried out:

Sei  $\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, d_0$  ein Arbeitspunkt, d.h. es gelte

Let  $\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, d_0$  be an operating point, i.e. it holds,

$$\bar{\mathbf{A}}(d_0) \mathbf{x}_0 + \bar{\mathbf{B}}(d_0) \mathbf{u}_0 = 0 \quad (5.38)$$

Weiterhin seien

Furthermore,

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\mathbf{x}}(t) &= \bar{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}_0 \\ \Delta \bar{\mathbf{u}}(t) &= \bar{\mathbf{u}}(t) - \mathbf{u}_0 \\ \Delta d(t) &= d(t) - d_0 \end{aligned} \quad (5.39)$$

die Abweichungen vom Arbeitspunkt. Damit ergibt sich:

are defined as deviation from the operating point. This results in:

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \Delta \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}(d_0 + \Delta d(t)) (\mathbf{x}_0 + \Delta \bar{\mathbf{x}}(t)) + \bar{\mathbf{B}}(d_0 + \Delta d(t)) (\mathbf{u}_0 + \Delta \bar{\mathbf{u}}(t)) \quad (5.40)$$

Für *kleine* Abweichungen lässt sich dies durch die Terme 1. Ordnung approximieren,

For *small* deviations, this equation can be approximated by first-order terms,

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) &= \Delta \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) \approx \left( \bar{\mathbf{A}}(d_0) + \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}(d_0)}{\partial d} \Delta d(t) \right) (\mathbf{x}_0 + \Delta \bar{\mathbf{x}}(t)) + \left( \bar{\mathbf{B}}(d_0) + \frac{\partial \bar{\mathbf{B}}(d_0)}{\partial d} \Delta d(t) \right) (\mathbf{u}_0 + \Delta \bar{\mathbf{u}}(t)) \\ &\approx \bar{\mathbf{A}}(d_0) \Delta \bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{B}}(d_0) \Delta \bar{\mathbf{u}}(t) + \left( \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}(d_0)}{\partial d} \mathbf{x}_0 + \frac{\partial \bar{\mathbf{B}}(d_0)}{\partial d} \mathbf{u}_0 \right) \Delta d(t) \end{aligned} \quad (5.41)$$

Wobei

where

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}(d_0)}{\partial d} &= \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_0 = \Delta \mathbf{A} \\ \frac{\partial \bar{\mathbf{B}}(d_0)}{\partial d} &= \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_0 = \Delta \mathbf{B} \end{aligned} \quad (5.42)$$

Schlussendlich folgt ein lineares zeitinvariantes System:

Finally, we result in a linear time-invariant system:

$$\Delta \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) \approx \bar{\mathbf{A}}(d_0) \Delta \bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{B}}(d_0) \Delta \bar{\mathbf{u}}(t) + (\Delta \mathbf{A} \mathbf{x}_0 + \Delta \mathbf{B} \mathbf{u}_0) \Delta d(t) \quad (5.43)$$

Diese Darstellung wird als *dynamisches Kleinsignalmodell* bezeichnet.

This representation is called *dynamic small-signal model*.

### 5.6 Dynamisches Mittelwertmodell des Tiefsetzstellers Dynamic Averaging Model of Buck Converter

Im nicht-lückenden Betrieb lässt sich das dynamische Verhalten des Tiefsetzstellers durch die Differenzialgleichungen

In the continuous mode of operation, the dynamic behavior of the buck converter can be given by the following differential equation,

$$L \dot{i}_2(t) = d(t) \bar{u}_1(t) - \bar{u}_2(t) \quad (5.44)$$

beschreiben. Je nach Sichtweise (Schaltfunktion vs. Transistortastverhältnis) wird  $\bar{s}$  oder  $d$  benutzt. Um zu betonen, dass das Tastverhältnis nun zeitvariabel ist, wird der Kleinbuchstabe verwendet,

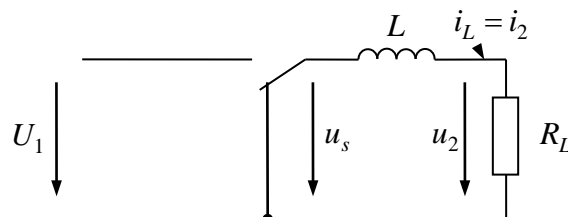
Depending on the viewpoint (switching function vs. transistor duty cycle)  $\bar{s}$  or  $d$  used. To emphasize that the duty cycle is now varying in time, the lower case letter are used,

$$\bar{s}(t) = d(t) \quad (5.45)$$

Obwohl die Mittelwertmodellierung von der Stromschwankung abstrahiert, kann die Stromschwankungsbreite aus den Mittelwerten nachträglich bestimmt werden:

Although the averaging model has abstracted from the current ripple, the current ripple can be calculated from averaged value afterwards,

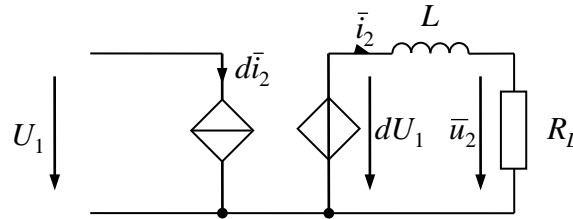
$$\Delta i_2 = \Delta i_L = \frac{d(t)(1-d(t)) T_s \bar{u}_1(t)}{L} \quad (5.46)$$



**Fig. 5-4:**  
Tiefsetzsteller mit ohmscher Last

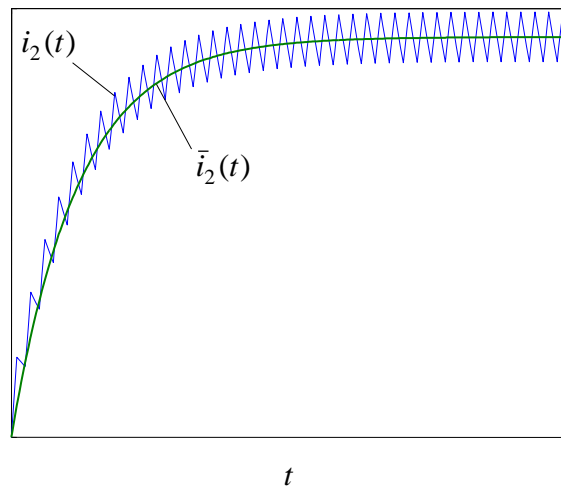
Buck converter with resistive load





**Fig. 5-5:**  
Dynamisches Mittelwertmodell  
des Tiefsetzstellers mit ohmscher  
Last im nicht-lückenden Betrieb

Dynamic averaging model of the  
buck converter with resistive  
load in continuous conduction  
mode



**Fig. 5-6:**  
Ausgleichsvorgang beim  
Tiefsetzstellers mit  $d = \text{const.}$   
Vergleich des Mittelwertmodells  
mit dem Momentanwertmodells

Transient response of the buck  
converter with  $d = \text{const.}$   
Comparison of the averaging  
model with the instantaneous  
value model

Der Strom  $i_2$  folgt in seinem Mittelwert nur im nicht-lückenden Betrieb der Differenzialgleichung 1. Ordnung:

In continuous conduction mode, the averaged value of the current  $i_2$  follows the 1st-order differential equation:

$$\dot{\bar{i}}_2(t) = \frac{1}{L} (d(t)\bar{u}_1(t) - \bar{u}_2(t)) \quad (5.47)$$

Geht der Steller in den lückenden Betrieb über, wird der Strom stattdessen durch die *algebraische* Gleichung

In discontinuous conduction mode, the converter is described by the *algebraic* equation

$$\bar{i}_2(t) = \frac{d^2(t)T_s}{2L} \left( \frac{\bar{u}_1^2(t)}{\bar{u}_2(t)} - \bar{u}_1(t) \right) \quad (5.48)$$

bestimmt. Der Übergang vom nicht-lückenden in den lückenden Betrieb (und zurück) entspricht einer Strukturumschaltung des Systems. Es verändern sich nicht nur die

The transition from continuous to discontinuous mode (and vice versa) corresponds to the structural change of the system. Not only the parameters are

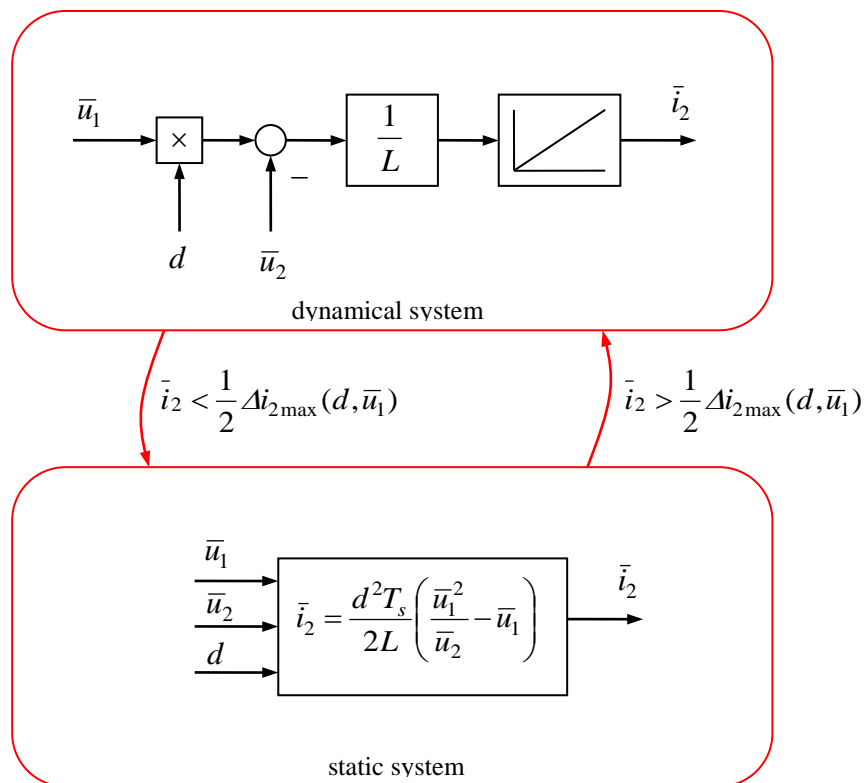
Parameter des Systems, sondern die Ordnung des Differenzialgleichungssystems verändert sich von 1 auf 0! Der Übergang findet beim Erreichen der Lückgrenze

changing, but the order of differential equation changes from 1 to 0! The transition will take place on reaching the boundary condition,

$$\bar{i}_2(t) = \frac{1}{2} \Delta i_{2\max}(d, \bar{u}_1) = \frac{d(t)(1-d(t))T_s \bar{u}_1(t)}{2L} \quad (5.49)$$

statt. Das Systemverhalten lässt sich durch einen Zustandsgraphen ausdrücken.

Such a behavior can be expressed by a state graph.



**Fig. 5-7:**  
Hybrider Zustandsgraph als dynamisches Mittelwertmodell des Tiefsetzstellers mit Strukturumschaltung zwischen lückendem und lückefreiem Betrieb

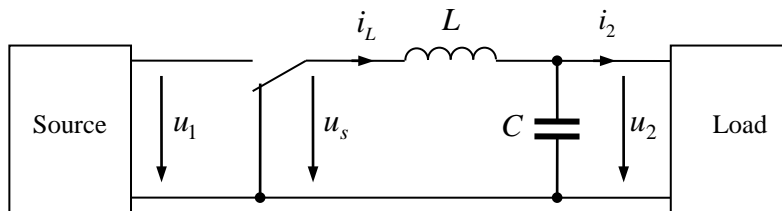
Hybrid state graph as a dynamic averaging model of buck converter with structural changes between CCM and DCM

## 6 Regelung des Tiefsetzstellers Control of the Buck Converter

Leistungselektronische Schaltungen benötigen in aller Regel zu ihrem Betrieb eine Steuerung oder Regelung, damit die spezifische Aufgabe erfüllt wird. Beim Tiefsetzsteller kann die Aufgabe lauten, eine gewünschte Ausgangsspannung  $u_2$  zur Versorgung einer Last bereitzustellen. Idealerweise sollte diese konstant gehalten werden

Power electronic circuits usually need controls in order to accomplish the dedicated task. The task of a buck converter is usually to provide an output voltage  $u_2$  to supply power to a load. Ideally the output voltage should be maintained constant,

- unabhängig von einem ggf. schwankenden Laststrom  $i_2$
- unabhängig von einer ggf. schwankenden Eingangsspannung  $u_1$
- regardless of a fluctuating load current  $i_2$
- regardless of a fluctuating input voltage  $u_1$



**Fig. 6-1:**  
Tiefsetzsteller mit  
Glättungskondensator, speisender  
Quelle und Belastung

Buck converter with smoothing  
capacitor, feeding source, and  
load

Dazu sind verschiedene Steuerungs- und Regelungsmaßnahmen denkbar, die im Folgenden diskutiert werden.

Various feasible control and regulation schemes are discussed below.

### 6.1 Steuerung mit konstantem Tastverhältnis Feedforward Control with Constant Duty Cycle

Für sehr einfache Anforderungen kann es ausreichen, das Tastverhältnis des Stellers auf den stationär notwendigen Wert für die gewünschte Sollspannung  $u_2^*$  einzustellen:

For very simple applications it may suffice to adjust the duty cycle of the converter to a necessary steady state value for a desired voltage value  $u_2^*$ :

$$D = s^* = \frac{u_2^*}{U_1} \quad (6.1)$$

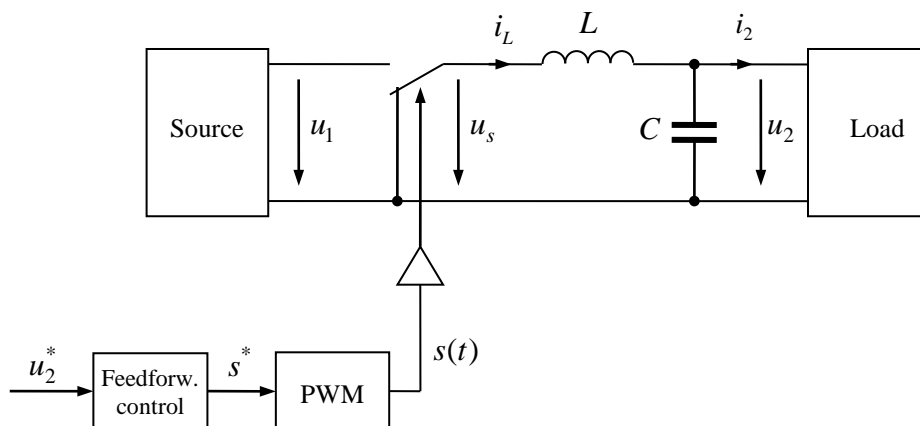
Es wird keine Größe gemessen, das Tastverhältnis wird über den Spannungssollwert und die nominell

There is no need to measure any quantity and the duty cycle is determined via the reference voltage value and the assumed

angenommene Eingangsspannung  $U_1$  bestimmt. Diese Steuerungsstruktur ist sehr einfach zu realisieren. Nachteile sind jedoch:

nominal input voltage  $U_1$ . This kind of open-loop control is very easy to implement. However the disadvantages are as follows:

- Keine Kompensation einer sich ggf. ändernden Eingangsspannung und des daraus resultierenden Ausgangsspannungsfehlers.
- Keine Kompensation inhärenter Spannungsabfälle, die durch Kommutierungsvorgänge, durch Spannungsabfälle an den Halbleitern oder durch ohmsche Innenwiderstände entstehen.
- Keine Beeinflussung des dynamischen Verhaltens.
- No compensation is possible regarding a changing input voltage value. If the input voltage deviates from the nominal value, it results in an output voltage error.
- No compensation of inherent voltage drops as due to commutation, by voltage drops across the semiconductors or ohmic internal resistances.
- No influence on the dynamic behavior.



**Fig. 6-2:**  
Steuerung des Tiefsetzstellers mit einem konstanten Tastverhältnis

Open loop-control of the buck converter with constant duty cycle

Zur Untersuchung des dynamischen Verhaltens wird die Mittelwertmodellierung eingesetzt. Die Mittelwertgleichungen für Drossel und Kondensator lauten im Laplace-Bereich

To study the dynamic behavior of the converter we start with average modeling. The average equations of inductor and capacitor are in the Laplace domain.

$$pL\bar{i}_L(p) = \bar{u}_s(p) - \bar{u}_2(p) , \quad (6.2)$$

$$pC\bar{u}_C(p) = \bar{i}_L(p) - \bar{i}_2(p) \quad (6.3)$$

Um Verwechslungen mit der Schaltfunktion  $s(t)$  zu vermeiden, wird hier für die

In order to avoid confusions with the switching variable  $s(t)$ , the symbol  $p$  is

unabhängige Variable im Laplace-Bereich das Symbol  $p$  benutzt.

used as the independent variable of the Laplace domain.

Die Mittelwertgleichung für den Schalter

The averaging model of switch

$$\bar{u}_s(t) = \bar{s}(t)\bar{u}_1(t) \tag{6.4}$$

kann nicht ohne weiteres in den Laplace-Bereich überführt werden. Das Produkt des Zeitbereichs ginge in eine Faltung im Frequenzbereich über. Dieser Weg soll nicht verfolgt werden.

cannot be readily transformed into the Laplace domain. The product in time domain would result into a convolution operation in the frequency domain. This approach should not be persued.

Bei der Pulsweitenmodulation wird in der Mittelwertmodellierung angenommen, dass diese den gewünschten Sollwert genau als Mittelwert einstellt:

Average modeling of the pulse width modulation assumes that the demanded reference value is really the same as the mean value of the realized switching command:

$$\bar{s}(t) = s^*(t) \tag{6.5}$$

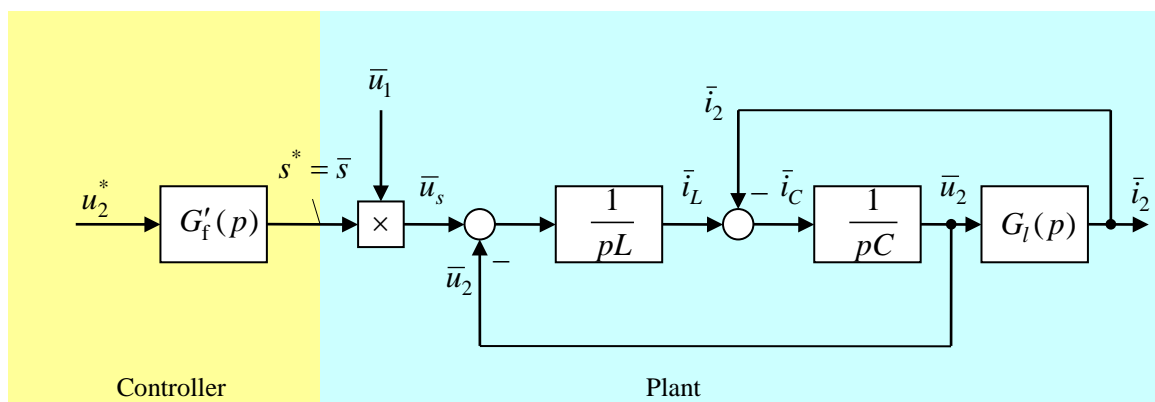
Von der Pulsweitenmodulation wird also im Mittelwertmodell abstrahiert. Als Vorsteuerung (feedforward) wird das stationäre Tastverhältnis verwendet, siehe Fig. 6-3:

This way, the pulse width modulation does not occur in the averaged model. The steady state duty cycle is used as feedforward control gain, see Fig. 6-3:

$$G_f'(s) = \frac{1}{U_1} \tag{6.6}$$

Diese Zusammenhänge führen zum folgenden systemdynamischen Strukturbild:

These above relationships lead to the following dynamic system control block diagram:



**Fig. 6-3:**  
Dynamisches Mittelwertmodell  
des gesteuerten Tiefsetzstellers

Dynamic average model of buck  
converter with simple control

Das Übertragungsverhalten der Regelstrecke kann nun aus dem Strukturbild oder aber aus der Betrachtung der Impedanzen gewonnen werden:

The transfer behavior of this control system can now be understood from the block diagram or from the considerations of impedances.

$$\bar{u}_2(p) = \frac{1}{pC} [\bar{i}_L - \bar{i}_2(p)] = \frac{1}{pC} \left[ \frac{1}{pL} (\bar{u}_s(p) - \bar{u}_2(p)) - \bar{i}_2(p) \right] \quad (6.7)$$

$$\bar{u}_2(p) \left[ 1 + \frac{1}{p^2 LC} \right] = \frac{1}{p^2 LC} \bar{u}_s(p) - \frac{1}{pC} \bar{i}_2(p) \quad (6.8)$$

$$\bar{u}_2(p) [p^2 LC + 1] = \bar{u}_s(p) - pL \bar{i}_2(p) \quad (6.9)$$

$$\bar{u}_2(p) = \frac{1}{p^2 LC + 1} \bar{u}_s(p) - \frac{pL}{p^2 LC + 1} \bar{i}_2(p) \quad (6.10)$$

Die unregelte Strecke hat Pole bei

The open-loop transfer function has poles at

$$p_{1,2} = \pm j\omega_0 \quad \text{with} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Die Strecke ist also aufgrund des  $LC$ -Gliedes schwingungsfähig. Das Verhalten der Last ist hierbei noch nicht berücksichtigt worden. Für den Fall, dass die Last durch einen ohmschen Widerstand  $R$  modelliert werden kann, also

The system therefore might tend to oscillations due to the  $LC$  components. The behaviour of the load is not yet considered here. In case the load is assumed to be modelled as an equivalent ohmic resistance  $R$ , i.e.

$$\bar{i}_2(p) = G_l(p) \bar{u}_2(p) = \frac{1}{R} \bar{u}_2(p) \quad (6.11)$$

verändert sich die Streckenübertragungsfunktion  $G_n(p)$  wie folgt:

the plant transfer function  $G_p(p)$  changes accordingly as follows:

$$\bar{u}_2(p) [p^2 LC + 1] = \bar{u}_s(p) - pL \bar{i}_2(p) = \bar{u}_s(p) - p \frac{L}{R} \bar{u}_2(p) \quad (6.12)$$

$$\bar{u}_2(p) \left[ p^2 LC + p \frac{L}{R} + 1 \right] = \bar{u}_s(p) - pL \bar{i}_2(p) = \bar{u}_s(p) \quad (6.13)$$

$$\bar{u}_2(p) = G_p(p) \bar{u}_s(p) = \frac{1}{p^2 LC + p \frac{L}{R} + 1} \bar{u}_s(p) \quad (6.14)$$

bzw. in bezogenen Größen

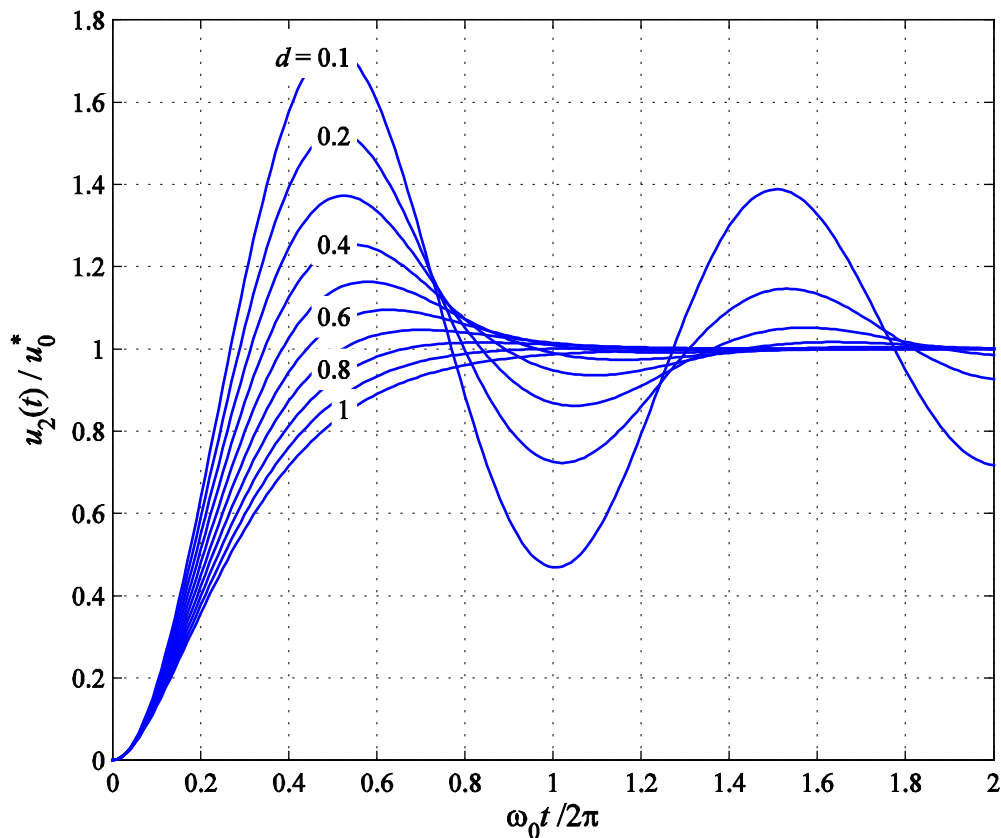
or in a normalized form,

$$G_p(p) = \frac{\bar{u}_2(p)}{\bar{u}_s(p)} = \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + 2d \frac{p}{\omega_0} + 1} \quad (6.15)$$

mit Dämpfung und Kennwiderstand

with damping factor and characteristic impedance,

$$d = \frac{Z_0}{2R}, \quad Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (6.16)$$



**Fig. 6-4:**

Einschwingverhalten der Tiefsetzsteller-Ausgangsspannung bei Steuerung mit konstantem Tastverhältnis

Transient response of the buck converter output voltage, control with a constant duty cycle

Die gesteuerte Strecke weist also mehr oder minder starkes Schwingungsverhalten auf. Die Dämpfung wird maßgeblich durch die Belastung bestimmt. Allerdings kann auch ein (bislang nicht berücksichtigter) Innenwiderstand der Drossel  $L$  zusätzlich zur

The open-loop control thus shows more or less strong oscillating behavior. The damping is mainly due to the load. However, also internal resistances (not yet considered in the model) of the inductor  $L$  may also contribute to damping. Any

Dämpfung beitragen. Jede Anregung des Systems, seien es Änderungen des Sollwerts  $u_2^*$ , der Speisespannung  $u_1$ , aber auch Änderungen der Last, insbesondere das Zu- und Abschalten, regt Schwingungen an. Änderungen der Last verändern außerdem auch die Dämpfung.

Diese Art der Steuerung ist für Systeme mit geringen dynamischen Anforderungen aufgrund der einfachen Realisierung durchaus einsetzbar; für anspruchsvollere Aufgaben reicht dies aber nicht aus.

## 6.2 Einschleifige Spannungsregelung Single-Loop Voltage Control

Um stationäre Abweichungen der Ausgangsspannung zu vermeiden, ist deren Messung und Korrektur durch eine Regelung unerlässlich. Ziel ist außerdem, das dynamische Verhalten, also das Einschwing- und Störverhalten, durch eine Regelung zu verbessern.

Fig. 6-5 zeigt den Ansatz einer einschleifigen Spannungsregelung. Die stationäre Vorsteuerung aus dem vorangegangenen Abschnitt kann zweckmäßigerweise beibehalten werden. Der Spannungsregler muss dann nur die Abweichungen korrigieren.

Für diese Messung der Ausgangsspannung ist ein Spannungssensor notwendig. Bei Stellern im Kleinspannungsbereich, bei denen Leistungs- und Steuerungselektronik häufig auf gleichen Potenzialen liegen, kann dies durch einfache analoge Schaltungstechnik, z. B. über einen Operationsverstärker oder ohmschen Spannungsteiler, bewerkstelligt werden. Im Spannungsbereich ab einigen 100 V ist in aller Regel eine Potenzialtrennung zwischen Leistungs- und Steuerungselektronik notwendig. Dann werden potenzialtrennende Messwandler erforderlich, die deutlich aufwändiger sind. In diesem Fall ist auch die Treiberansteuerung potenzialtrennend auszuführen (vgl. Abschnitt 10.1).

excitations of the system, as changes of the set point  $u_2^*$ , the supply voltage  $u_1$ , and also changes of the load, especially the turn-on and turn-off of the load, will excite oscillations. Moreover, even the damping factor will change with changing load.

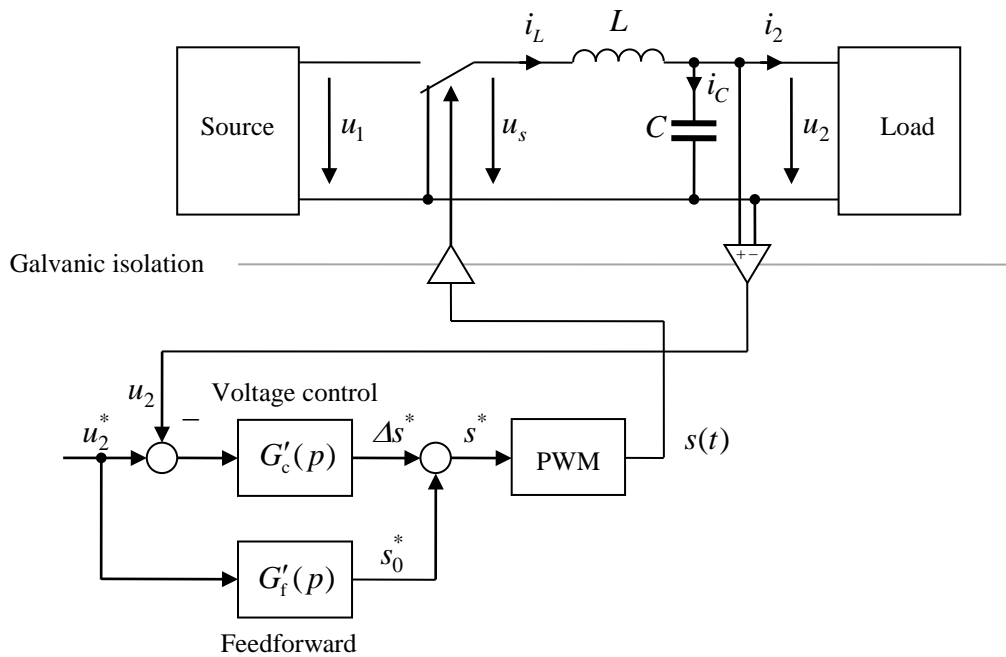
This simple type of control may be employed in case of little dynamic requirements to the system. For more sophisticated requirements, this simple realization is not sufficient.

In order to avoid a steady state control error of the output voltage, it is necessary to measure the voltage and to compensate for deviations. An additional goal is to improve the dynamic behaviour, i.e. to improve the settling time and disturbance behaviour by employing a closed-loop control.

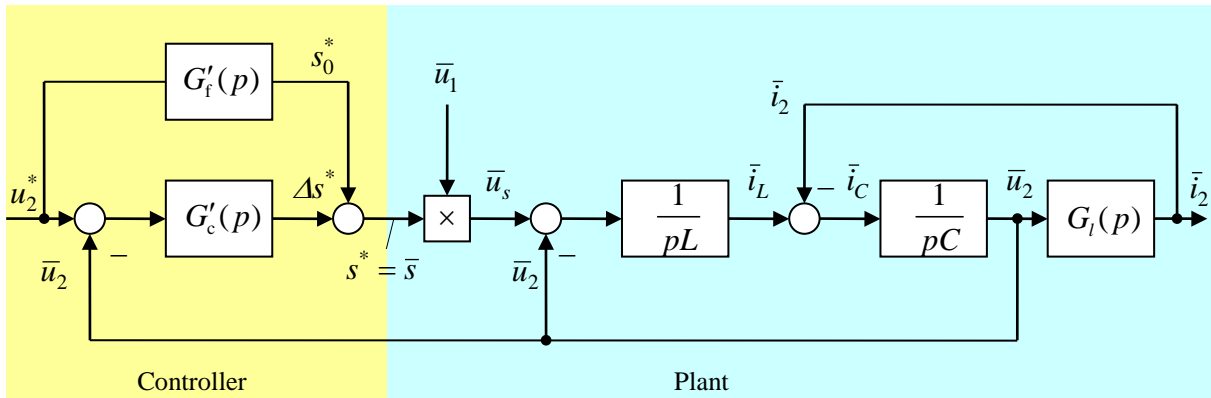
Fig. 6-5 shows the approach of a single-loop voltage control. The steady state feedforward block from the previous section may be retained. The voltage controller then has to compensate only the rest of the deviations.

In order to measure the voltage, a sensor is necessary. In low-voltage applications, power electronics and control electronics are often realized non-isolated on the same ground so that simple analog circuitry e.g. a resistive voltage divider or operational amplifiers may be simple and sufficient solutions in order to measuring the voltage. However, with voltages of some 100 V and above, it is usually necessary to provide a galvanic isolation between power electronics and control electronics. This requires isolated measurement transducers, which are much more complex and expensive. In this case, also the command signals to the drivers must be transferred with separated potentials (see Section 10.1).





**Fig. 6-5:**  
Einschleifige Spannungsregelung      Single-loop voltage control



**Fig. 6-6:**  
Mittelwertmodell des  
Tiefsetzstellers mit  
Spannungsregelung und  
Vorsteuerung      Average modelling of buck  
converter with voltage control  
and feed-forward control

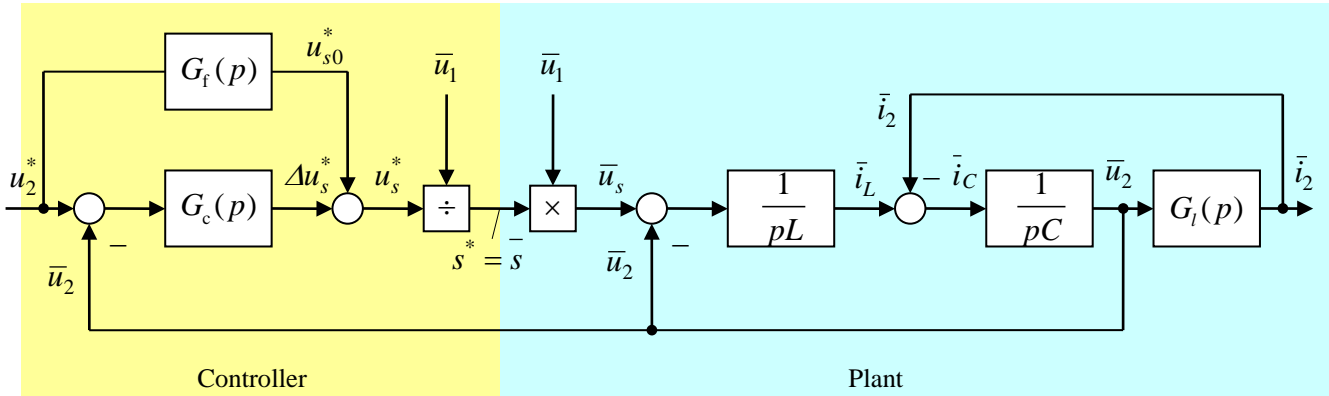
Falls die Speisespannung  $u_1$  nicht konstant ist, erhält der Regelkreis durch die Multiplikation ein nichtlineares Verhalten. Durch Messung der Speisespannung ist aber eine exakte Linearisierung möglich, wie im Fig. 6-7 ausgeführt wird (vgl. auch Abschnitt 7.3). Dazu ist aber ein zusätzlicher Messwandler für die Speisespannung  $u_1$  notwendig. Als Stellgrößen des

If the supply voltage  $u_1$  is not constant, the control loop exhibits a non-linear behaviour due to the multiplication. By measurement of the supply voltage, an exact linearization is possible as shown in the Fig. 6-7 (see also Section 7.3). However, that needs a further measurement device also for the supply voltage  $u_1$ . As a result, the controller output

Spannungsreglers und der Vorsteuerung erscheinen nun anstatt der Tastverhältnisse direkt Spannungswollwerte. In dieser Darstellung ergibt sich als stationäre Vorsteuerung einfach

$$G_f(p) = 1 \tag{6.17}$$

is now directly the demanded voltage instead of the duty cycle. In this representation, the steady-state feedforward gain is simply



**Fig. 6-7:**  
Mittelwertmodell des Tiefsetzstellers mit Spannungsregelung und Vorsteuerung sowie exakter Linearisierung des Einflusses der Eingangsspannung

Average modelling of buck converter with voltage control and feed-forward control as well as exact linearization of the influence of the input voltage

Der Einfluss von  $\bar{u}_1$  in Strecke und Regelung kompensieren sich; Multiplizierer und Dividierer können im nachfolgenden vereinfachten Modell weggelassen werden, Fig. 6-8.

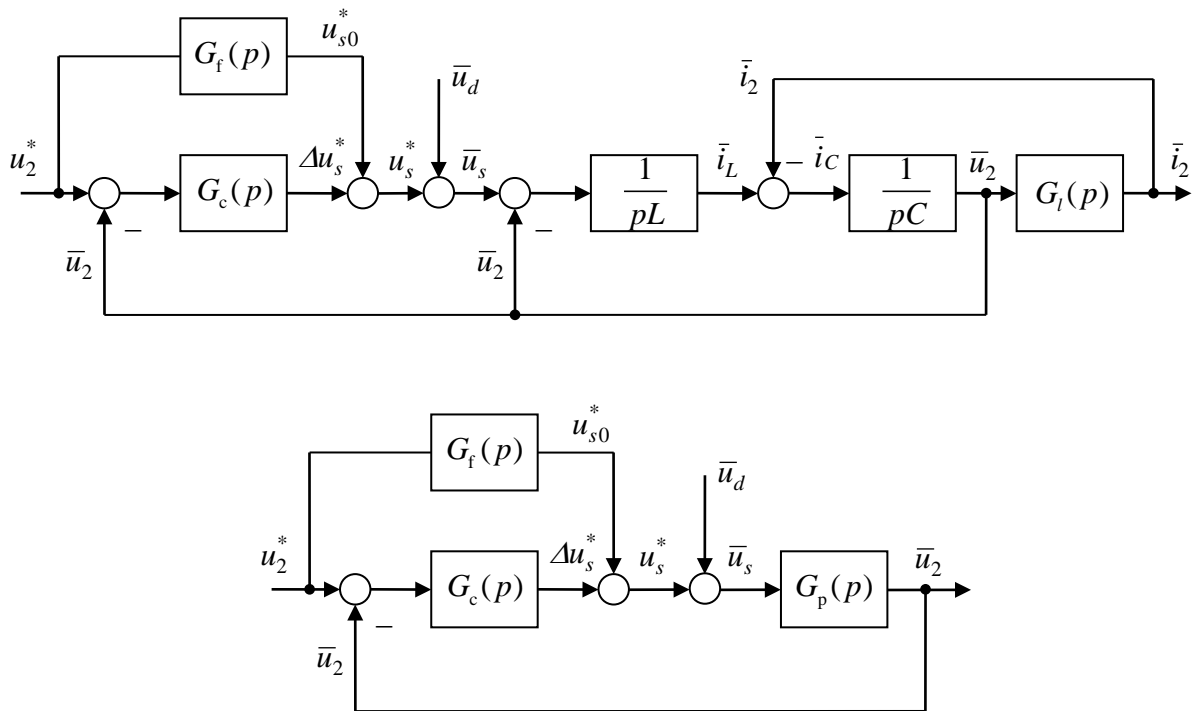
The influence of  $\bar{u}_1$  in the control loop is now compensated; the multiplier and divider can be omitted in the following simplified model, see Fig. 6-8.

Bei genauer Betrachtung ist diese Argumentation allerdings nur in Näherung richtig, da der Regler, der häufig als digitales System abtastend arbeitet, auf die Veränderung der Eingangsspannung nur zeitlich verzögert reagieren kann. Dann würde der Einfluss einer schwankenden Eingangsspannung nur unvollkommen kompensiert werden.

By closer examination, this argument is only approximately true, since the controller often operates as a sampled digital system that can respond to changes of the input voltage only with a time delay. So the influence of a changing input voltage is compensated only imperfectly.

Der verbleibende Fehler einer solchen Kompensation, aber auch andere Störeinflüsse wie Einflüsse der Kommutierung oder bislang unmodellerte Spannungsabfälle an Innenwiderständen sollen im Strukturbild Fig. 6-8 durch einen summarischen Spannungsfehler  $\bar{u}_d$  berücksichtigt werden, was im regelungstechnischen Sinne eine Störgröße darstellt.

The remaining error of such compensation, but also other disturbing influences resulting from the commutation or voltage drops according to unmodelled internal resistances should be summarized in an overall voltage error  $\bar{u}_d$  as shown in Fig. 6-8. In words of control engineering, this is to be considered as disturbance input.



**Fig. 6-8:**  
Vereinfachtes Mittelwertmodell  
des Tiefsetzstellers  
mit Spannungsregler und  
Vorsteuerung

Simplified average model of the  
buck converter with  
voltage controller and  
feedforward action

Das Verhalten der Last soll wieder als ohmscher Widerstand angenommen werden:

The behaviour of the load is again considered as an ohmic resistance:

$$G_l(p) = \frac{1}{R} \tag{6.18}$$

### 6.2.1 P-Regler P-Controller

Ansatz des Spannungsreglers als *P*-Regler

A *P*-type controller should be tried as voltage controller:

$$G_c(p) = K \tag{6.19}$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_s(p) &= G_c(p)(u_2^*(p) - \bar{u}_2(p)) + G_f(p)u_2^*(p) + \bar{u}_d(p) \\ &= K(u_2^*(p) - \bar{u}_2(p)) + u_2^*(p) + \bar{u}_d(p) \end{aligned} \tag{6.20}$$

Dann ergibt sich das Übertragungsverhalten

This results in a transfer behavior as follows,

$$\bar{u}_2(p) = \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + 2d \frac{p}{\omega_0} + 1} \bar{u}_s(p) = \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + 2d \frac{p}{\omega_0} + 1} \left[ K(u_2^*(p) - \bar{u}_2(p)) + u_2^*(p) + \bar{u}_d(p) \right] \quad (6.21)$$

$$\bar{u}_2(p) \left[ \frac{p^2}{\omega_0^2} + 2d \frac{p}{\omega_0} + 1 + K \right] = (K+1)u_2^*(p) + \bar{u}_d(p) \quad (6.22)$$

$$\bar{u}_2(p) = T(p)u_2^*(p) + T_d(p)\bar{u}_d(p) \quad (6.23)$$

mit der Führungsübertragungsfunktion

where the control transfer function is

$$\begin{aligned} T(p) &= \frac{K+1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + 2d \frac{p}{\omega_0} + K+1} \\ &= \frac{1}{\frac{p^2}{(K+1)\omega_0^2} + \frac{2dp}{(K+1)\omega_0} + 1} \\ &= \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_{0c}^2} + 2d_c \frac{p}{\omega_{0c}} + 1} \end{aligned} \quad (6.24)$$

und der Störübertragungsfunktion

and the disturbance transfer function

$$T_d(p) = \frac{1}{K+1} \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_{0c}^2} + 2d_c \frac{p}{\omega_{0c}} + 1} \quad (6.25)$$

Das Systemverhalten ist also wieder das eines schwingungsfähigen Systems 2. Ordnung, wobei sich Kennkreisfrequenz und Dämpfung nun zu

The system behavior is again that of an oscillating system of 2nd order, where characteristic angular frequency and damping factor are now shifted to

$$\omega_{0c} = \omega_0 \sqrt{K+1}, \quad d_c = \frac{d}{\sqrt{K+1}} \quad (6.26)$$

verschieben. Zu beachten ist, dass die absolute Dämpfung (der Realteil der Polstellen) bzw. die dadurch bestimmte Abklingzeitkonstante

It should be noted that the absolute damping (the real part of the poles) and the decay time constant do not differ from unregulated case,

$$\tau = \frac{1}{\omega_{0c} d_c} = \frac{1}{\omega_0 d} \quad (6.27)$$

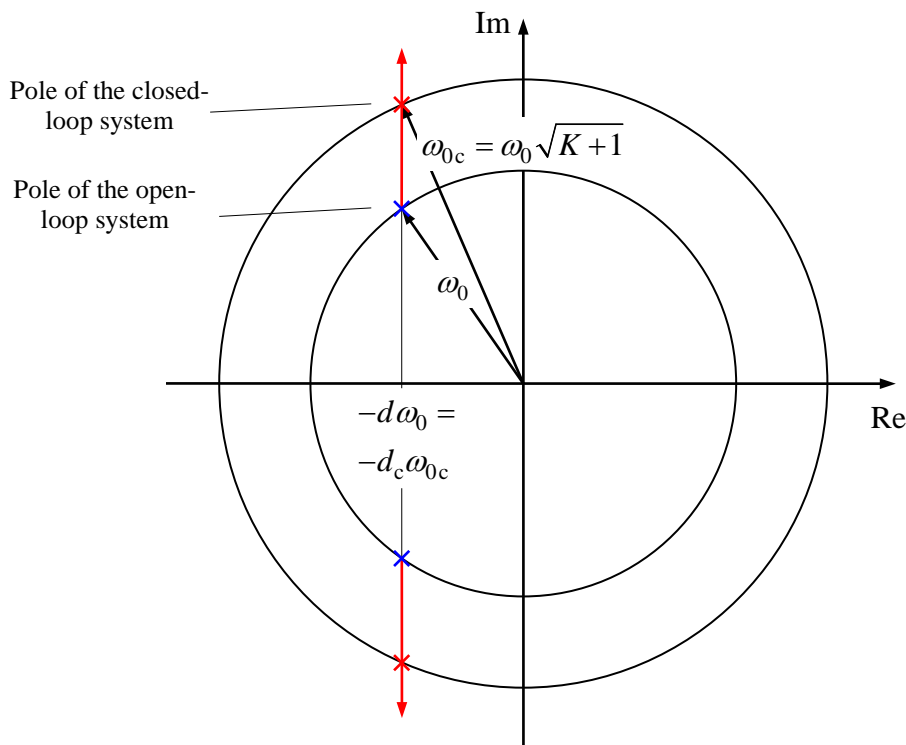
sich gegenüber dem unregulierten Fall nicht ändern. Der  $P$ -Regler trägt mit steigender Reglerverstärkung zwar zur Verringerung des stationären Regelfehlers bei,

$$T_d(0) = \frac{1}{K+1}, \quad (6.28)$$

die Dynamik des Regelkreises verbessert er aber nicht: Die absolute Dämpfung wird nicht verändert, die Schwingungsfrequenz wird durch die Regelung sogar erhöht.

Increasing the controller gain of the  $P$ -controller decreases the steady state control error,

but it does not improve the dynamics of the closed loop: The absolute damping is not changed, merely the oscillation frequency is even increased by this control.



**Fig. 6-9:**  
Verschiebung der Polstellen durch einen  $P$ -Regler

Displacement of the poles by a  $P$ -controller

### 6.2.2 PI-Regler PI-Controller

Ein weiterer Versuch könnte mit einem  $PI$ -Regler unternommen werden, also

Another attempt could be made done with a  $PI$  controller

$$G_c(p) = K \left[ 1 + \frac{1}{pT_r} \right] = K \frac{pT_r + 1}{pT_r}. \quad (6.29)$$

Ein integraler Anteil im Regler hat natürlich den Vorteil, dass ein stationärer Regelfehler

An integral controller action has, of course, the advantage to avoid steady-state control

vermieden werden kann. Man darf aber nicht erwarten, dass das dynamische Verhalten im Vergleich mit einem  $P$ -Regler verbessert wird. Gegenüber diesem führt ein  $PI$ -Regler stets zu größerer Phasendrehung, welche zu einer kleineren Phasenreserve, verringerter Stabilität und schlechterem dynamischen Verhalten führt. Man ist also umso mehr darauf angewiesen, dass über das ohmsche Verhalten der Last das System hinreichend gut gedämpft ist. Führungs- und Störübertragungsfunktionen resultieren wie folgt:

errors. However, one should not expect to improve the dynamic behavior compared with a  $P$ -type controller. Compared with the latter, a  $PI$ -controller will result always in a larger phase lag, resulting in a smaller phase margin, reduced stability and dynamic performance. The damping provided by the ohmic behavior of the load is thus even more important as with the simple  $P$ -controller. The control transfer function and disturbance transfer function would result in:

$$T(p) = \frac{(G_r(p) + G_c(p))G_p(p)}{1 + G_c(p)G_p(p)}, \quad T_d(p) = \frac{G_p(p)}{1 + G_c(p)G_p(p)} \quad (6.30)$$

$$T(p) = \frac{pT_n + K(pT_r + 1)}{sT_r \left[ \frac{p^2}{\omega_0^2} + 2d \frac{p}{\omega_0} + 1 \right] + K(pT_r + 1)} = \frac{pT_r(K + 1) + K}{p^3 \frac{T_r}{\omega_0^2} + p^2 \frac{2dT_r}{\omega_0} + pT_r(K + 1) + K} \quad (6.31)$$

$$T_d(p) = \frac{pT_n}{pT_n \left[ \frac{p^2}{\omega_0^2} + 2d \frac{p}{\omega_0} + 1 \right] + K(pT_r + 1)} = \frac{pT_r}{p^3 \frac{T_r}{\omega_0^2} + p^2 \frac{2dT_r}{\omega_0} + pT_r(K + 1) + K} \quad (6.32)$$

Wie man sieht, ist ideales stationäres Verhalten gewährleistet, da

As you can see, an ideal steady state behavior is guaranteed, because

$$T(0) = 1, \quad T_d(0) = 0. \quad (6.33)$$

Der manuelle Reglerentwurf über eine Polvorgabe wird wegen des Polynoms 3. Grades etwas unübersichtlich. Übersichtlicher gelingt das im Frequenzbereich mit Hilfe von Frequenzkennlinien (Bodediagramm) oder man bedient sich eines interaktiven Werkzeugs (z. B. *sisotool* aus Matlab), bei dem Frequenzkennlinien und die Pol-Nullstellen-Konfiguration simultan dargestellt und interaktiv verändert werden können. Ein Ergebnis ist in Fig. 6-10 dargestellt. Der Entwurf wurde beispielhaft für eine Dämpfung von

The manual controller design via pole placement is getting challenging because of the 3rd-order polynomial. Much clearer is the design in frequency domain with the help of frequency response curves (Bode plots) or one may use interactive tools (e.g. *sisotool* from Matlab) with which one can handle simultaneously the frequency characteristics and the system's pole zero locations. With the application of user iterative tools, modifications can be done more interactively. One result is shown in Fig. 6-10. The design was carried out, for example, for a damping value

$$d = 0.5$$

des unregulierten Systems durchgeführt. Als Reglerparameter wurden letztlich

of the uncontrolled system. Finally, the control parameters are chosen as

$$T_r = \frac{2}{\omega_0}, \quad K = 0.785 \quad (6.34)$$

gewählt. Im Diagram sind sowohl die Lage der resultierenden Polstellen des geschlossenen Kreises (■) im Verhältnis der Ausgangslage der Pole und Nullstellen des offenen Kreises (Streckenpole, blau: ×, Regler-Polstellen und -Nullstellen, rot: ×, ○) sowie der Betrags- und der Phasengang der Kreisübertragungsfunktion

$$L(j\omega) = G_c(j\omega)G_p(j\omega) \quad (6.35)$$

dargestellt. Der Entwurf wurde so durchgeführt, dass alle drei Pole des geschlossenen Kreises etwa gleichen Realteil von  $-0,335 \omega_0$  erhalten. Die absolute Dämpfung ist also wie oben bereits erläutert unvermeidbar geringer als die Dämpfung des offenen Kreises mit  $-d\omega_0 = -0,5 \omega_0$ . Weiterhin wurde versucht, einen Kompromiss zwischen genügender Dämpfung und großer Durchtrittsfrequenz  $\omega_c$  zu finden. Die Durchtrittsfrequenz (bei der  $|L(j\omega_c)| = 1$  ist) liegt bei

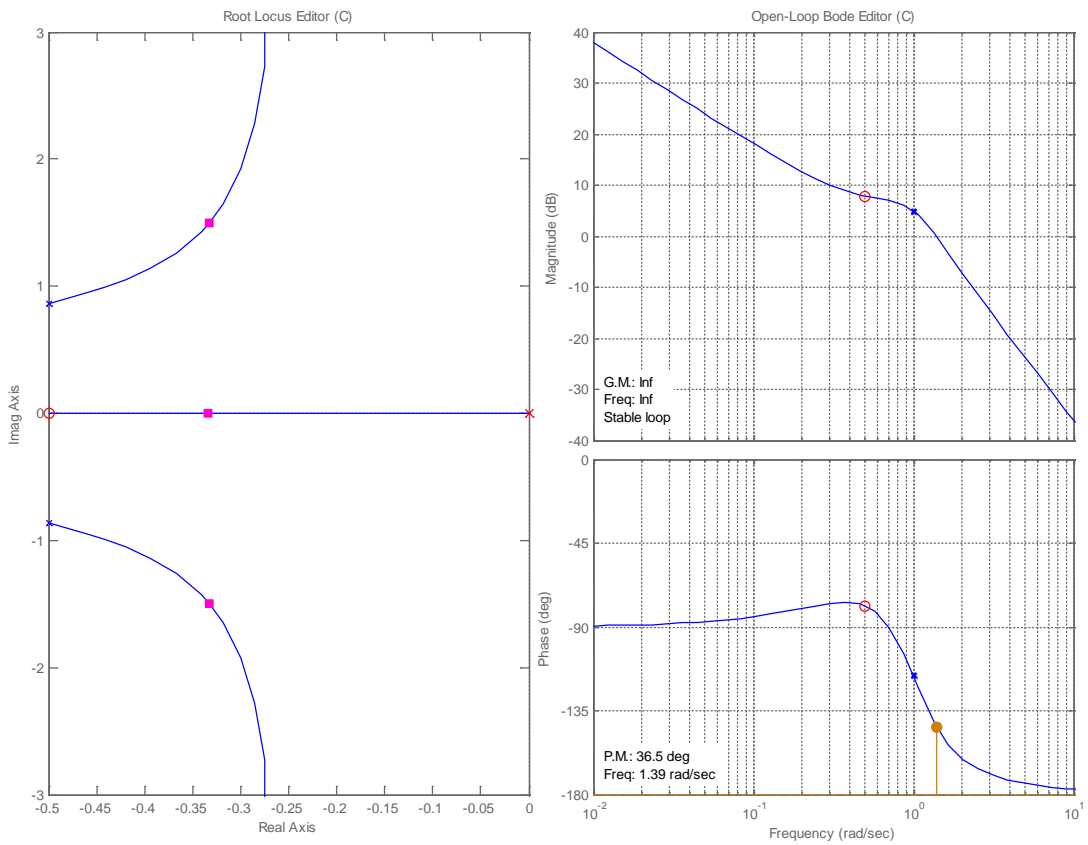
$$\omega_c = 1.39 \omega_0 \quad (6.36)$$

mit einer Phasenreserve von  $36,5^\circ$  (in Fig. 6-10 orange markiert). Diese geringe Phasenreserve korrespondiert mit einer Resonanzüberhöhung des Führungsverhaltens von 8 dB. Als Bandbreite des Führungsverhaltens (bis -3 dB Abfall) wird ca.  $\omega_b = 2,2 \omega_0$  erreicht.

The diagram shows both the location of the resulting poles of closed loop (■) in relation to the starting position of the poles and zeros of the open loop (open-loop poles, blue: ×, controller poles and zeros, red: ×, ○) and also the magnitude and the phase response of the loop transfer function

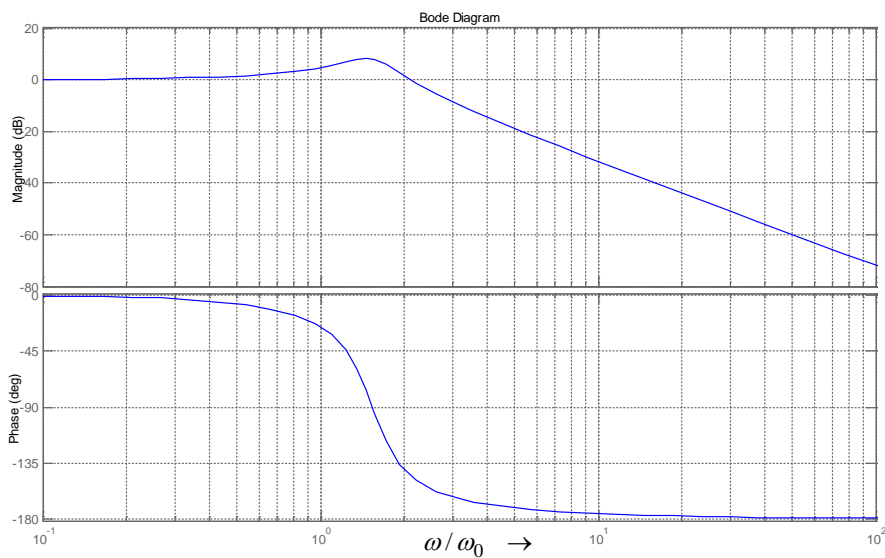
are illustrated. The design was done so that all the three poles of the closed-loop transfer function show about the same real part of  $-0,335 \omega_0$ . The absolute damping is, as explained above, indeed smaller than that of the open loop  $-d\omega_0 = -0,5 \omega_0$ . Furthermore it was tried to find a trade-off between sufficient damping and high crossover frequency  $\omega_c$ . The crossover frequency (i.e. where it holds  $|L(j\omega_c)| = 1$ ) lies at

with a phase margin of  $36.5^\circ$  (in Fig. 6-10 marked in orange). This small phase margin corresponds with a resonance magnification of 8 dB. The bandwidth of the control transfer function (up to -3 dB drop) is about  $\omega_b = 2.2 \omega_0$ .



**Fig. 6-10:**  
Wurzelortskurve und  
Bodediagramm für Tiefsetzsteller  
mit *PI*-Regler

Root locus and Bode plots for  
buck converter with *PI*-  
Controller



Frequenzkennlinien der  
Führungsübertragungsfunktion  
 $T(j\omega / \omega_0)$

Bode plot of the control transfer  
function  $T(j\omega / \omega_0)$



### 6.2.3 PID-Regler PID-Controller

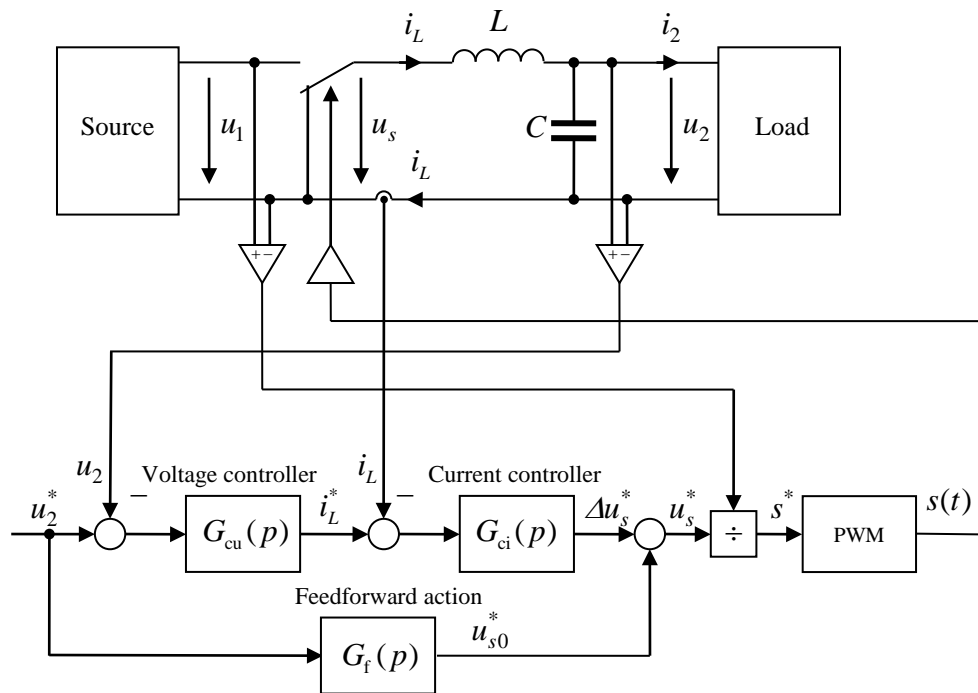
Ein Regler mit differenzierendem Anteil würde es erlauben, die Phase anzuheben und somit auch die Dämpfung zu verbessern, insbesondere also auch eine von sich aus nur schwach gedämpfte Strecke zu beherrschen. Regler mit  $D$ -Anteil werden jedoch in der Leistungselektronik nur sehr zurückhaltend eingesetzt. Der Grund liegt in der schaltenden Arbeitsweise leistungselektronischer Systeme. Eine Differentiation würde die insbesondere die hochfrequenten Anteile, also auch die pulsfrequenten Anteile in den Regelgrößen verstärken, was aber im Sinne der Regelung dynamischer Mittelwerte unerwünscht ist. Eine Filterung der pulsfrequenten Anteile würde wiederum Verzögerungen in das System einbringen, was im Konflikt mit dem Sinn der Differentiation steht. Aus diesem Grund wird der  $PID$ -Spannungsregler hier nicht weiter betrachtet.

A controller with differential action would increase the phase resulting in better damping, especially to improve the damping if the system itself is only weakly damped. Controllers with  $D$ -action, however, are rarely applied in power electronics. The reason lies in the switching operation of power electronics systems. A differentiation part in the controller would amplify the high frequency components, particularly also the switching harmonics in the control variables, which is not desired from the viewpoint of controlling the dynamic averages. The filtering of switching harmonics would introduce delays, which is in conflict with the sense of differentiation. For these reasons  $PID$ -controllers are not considered here.

### 6.3 Spannungsregelung mit unterlagelter Stromregelung Voltage Control with Inner Current Control Loop

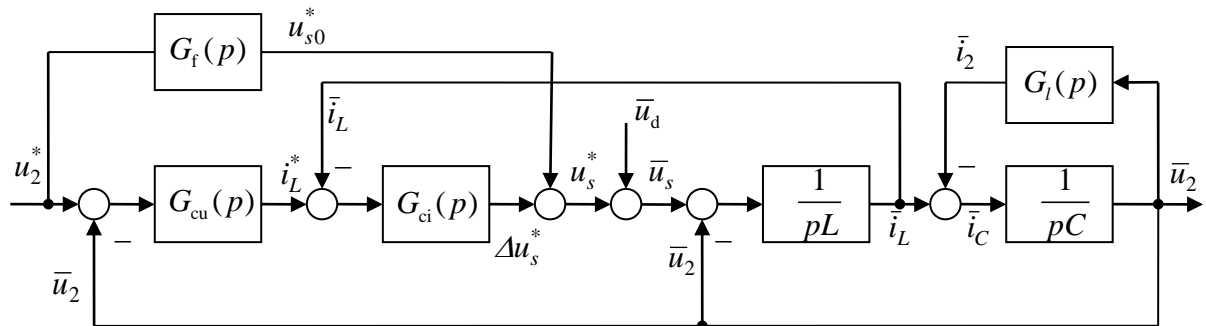
Die Regelung der Ausgangsspannung mit Hilfe einer inneren unterlagerten Stromregelung ist ein sehr leistungsfähiges Verfahren und ist im Ergebnis der einschleifigen Spannungsregelung deutlich überlegen. Allerdings erfordert dies einen zusätzlichen Messwandler für den Drosselstrom  $i_L$ . Der Spannungsregler bedient sich dann als Regelstellgröße des Sollwerts für den Stromregler. Die exakte Linearisierung mit Hilfe der Messung der Speisespannung (vgl. Abschnitt 7.3) soll auch hier zum Einsatz kommen.

The control of the output voltage using an internal current control loop is a very powerful technique and it usually outperforms the single-loop voltage control. However, this requires an additional transducer to measure the inductor current  $i_L$ . Now, the voltage controller generates a reference value for the current controller. The exact linearization by measuring the supply voltage (see Section 7.3) shall also be used here.



**Fig. 6-11:**  
Tiefsetzsteller mit  
Kaskadenregelung

Buck converter with cascaded  
control



**Fig. 6-12:**  
Dynamisches Mittelwertmodell  
des Tiefsetzstellers mit  
Kaskadenregelung

Dynamic average model of buck  
converter with cascaded control

### 6.3.1 Unterlagerte Stromregelung Inner Current Control

Zunächst wird der innere Stromregelkreis ausgelegt. Vereinfachend wird angenommen, dass sich die Ausgangsspannung in maßgeblichen Zeitskalen des Stromregelkreises nicht schnell verändert. Die Spannungsrückwirkung über  $\bar{u}_2$  wird mit dem Steller-

First, the inner current control is to be designed. For simplification the output voltage is assumed to vary only slowly with respect to the time scales of the current control loop. The voltage feedback via  $\bar{u}_2$  is taken together with the converter voltage

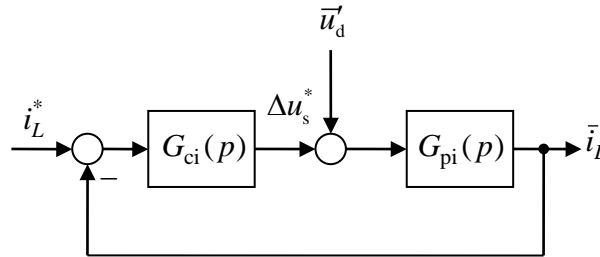
Spannungsfehler  $\bar{u}_d$  sowie der Vorsteuerung  $u_{s0}^*$  zu

errors  $\bar{u}_d$  as well as the feedforward action  $u_{s0}^*$  as a new equivalent disturbance

$$\bar{u}_d' = \bar{u}_d + u_{s0}^* - \bar{u}_2 \quad (6.37)$$

zusammengefasst und als Ersatz-Störgröße des Stromregelkreises aufgefasst. Es resultiert das folgende vereinfachte Strukturbild des Stromregelkreises.

Which is considered as an equivalent disturbance input to the current control loop. The result is the following simplified block diagram of the current control loop.



**Fig. 6-13:**  
Vereinfachte Struktur des  
Stromregelkreises

Simplified structure of the  
current control loop

Das hierbei maßgebliche Teilsystem der Regelstrecke besteht nur aus der Drosselspule mit der Übertragungsfunktion

The relevant plant subsystem consists only of the inductor with the transfer function

$$G_{pi}(p) = \frac{1}{pL} \quad (6.38)$$

Da der Regler trotz Störungen einen stationären Regelfehler von Null gewährleisten sollte, wird dieser als *PI*-Regler

Since the control scheme shall ensure a zero steady state control error, a *PI*-controller is employed here,

$$G_{ci}(p) = K_i \left[ 1 + \frac{1}{pT_{ri}} \right] = K_i \frac{pT_{ri} + 1}{pT_{ri}} \quad (6.39)$$

mit der Reglerverstärkung  $K_i$  und der Reglernachstellzeit  $T_{ri}$  angesetzt. Die Reglerverstärkung  $K_i$  ist nicht dimensionslos, sondern besitzt die Maßeinheit 1 V/A. Die Stromführungsübertragungsfunktion resultiert zu

where  $K_i$  is the controller gain and  $T_{ri}$  is the controller reset time. The controller gain  $K_i$  is not dimensionless, but it has a unit of 1 V/A. The current control transfer function results as

$$T_i(p) = K_i \frac{pT_{ri} + 1}{p^2T_{ri}L + K_i(pT_{ri} + 1)} = \frac{pT_{ri} + 1}{\frac{T_{ri}L}{K_i}p^2 + pT_{ri} + 1} \quad (6.40)$$

Die Kennwerte dieses Systems 2. Ordnung sind

The characteristic values of this 2nd-order system are

$$\omega_{0i} = \sqrt{\frac{K_i}{T_{ri}L}}, \quad d_i = \frac{1}{2}\omega_{0i}T_{ri} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{T_{ri}K_i}{L}}. \quad (6.41)$$

Diese Kennwerte sind nun durch die Reglerparameter beliebig einstellbar. Werden  $\omega_{0i}$  und  $d_i$  für das Strom-Führungsverhalten vorgegeben, sind die Reglerparameter gemäß den Reglerentwurfsgleichungen

These characteristic values can be set freely by appropriate controller parameters. If  $\omega_{0i}$  and  $d_i$  are given as specification of the desired current control behavior, then the controller parameters are set according to the controller design rules as

$$T_{ri} = \frac{2d_i}{\omega_{0i}}, \quad K_i = 2d_i\omega_{0i}L \quad (6.42)$$

einzustellen. Wird  $d_i = 1$  gewählt, findet kein Schwingungsvorgang mehr statt. Die Führungsübertragungsfunktion erhält dann einen Doppelpol bei

In case of  $d_i = 1$  is chosen, there would be no more oscillations seen. The control transfer function then has double poles at

$$p = -\omega_{0i} = -\frac{1}{\tau_i} \quad (6.43)$$

und vereinfacht sich zu

and it simplifies to

$$T_i(p) = \frac{2p\tau_i + 1}{(p\tau_i + 1)^2}. \quad (6.44)$$

Prüft man die Sprungantwort dieses Führungsverhaltens, findet man, obwohl das System wegen  $d_i = 1$  nicht schwingungsfähig ist, ein Überschwingen von ca. 14 %. Der Grund liegt in der Nullstelle der Strom-Führungsübertragungsfunktion bei

If we examine the step response of the closed-loop control, one finds, although the system is not oscillatory due to  $d_i = 1$ , an overshoot of about 14 %. This is because of the zero of transfer function at

$$p = -\frac{1}{2\tau_i}. \quad (6.45)$$

Das Überschwingen kann vermieden werden, indem der ursprüngliche Regleransatz durch ein Führungsgrößenvorfilter ergänzt wird. Wird hierfür das  $PD-T_1$ -Glied (Lead-Lag-Glied)

The overshoot can be avoided if the original control is augmented by pre-filter for the set value. A pole-zero transfer block (lead-lag-block), i.e.  $PD-T_1$  behavior

$$G_{fi}(p) = \frac{p\tau_i + 1}{2p\tau_i + 1} \quad (6.46)$$

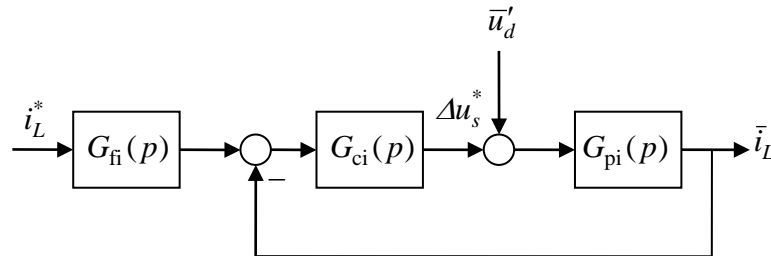
gewählt, welches zur Kürzung der Nullstelle und auch eines Pols führt, so dass sich als

is chosen, which results in a cancellation of one zero and one pole so that there results a

resultierendes Führungsverhalten das eines einfachen  $T_1$ -Glieds ergibt:

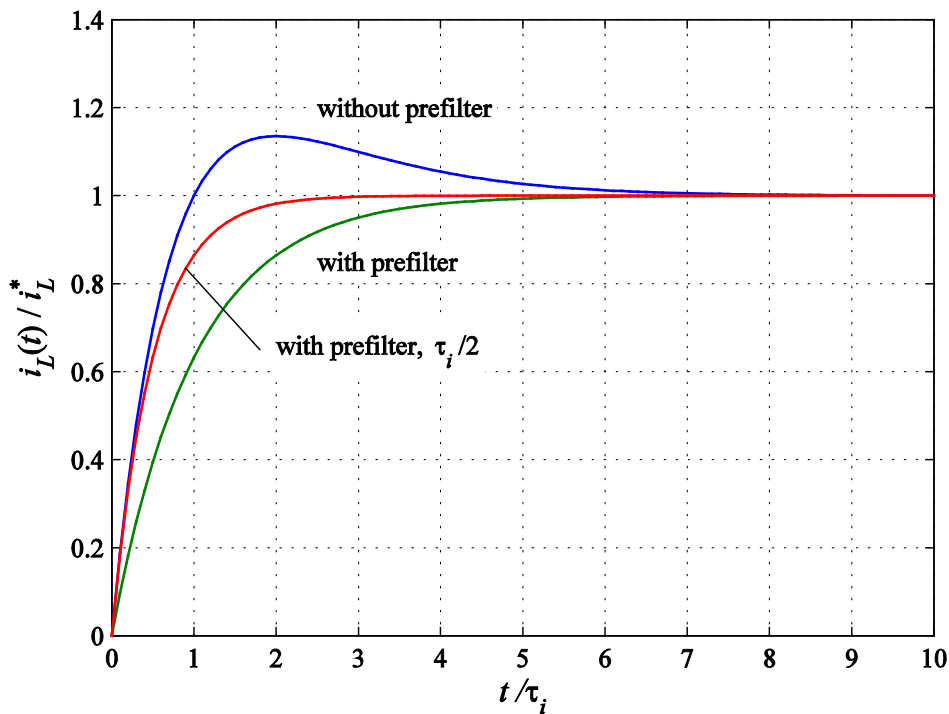
control transfer behavior which is described simply by an  $T_1$ -block:

$$G_i(p) = G_{fi}(p)T_i(p) = \frac{1}{p\tau_i + 1} \quad (6.47)$$



**Fig. 6-14:**  
Stromregelkreis mit  
Führungsgrößenvorfilter

Current control loop with pre-  
filter



**Fig. 6-15:**  
Sprungantwort des  
Stromregelkreises

Step response of current control  
loop

Mit Vorfilter zeigt die Sprungantwort kein Überschwingen mehr, allerdings ist die Anregelzeit deutlich größer als ohne Vorfilter. Dies kann aber durch Vorgabe einer kleineren Zeitkonstante ausgeglichen werden, z.B. die Hälfte des ursprünglichen Werts  $\tau_i$ .

With pre-filter, the step response shows no overshoot, but the rise time is significantly larger compared with the situation without pre-filter. However, this effect can be compensated for by a smaller time constant, e.g. half of the original value  $\tau_i$ .

Es sei angemerkt, dass entsprechend der Regelfentwurfsgleichungen (6.42), (6.43) jede beliebige Vorgabe von  $\tau_i$  und  $d_i$  eingestellt werden kann. Allerdings gibt es Entwurfs-grenzen: Einerseits wird eine hohe Regler-verstärkung, als Resultat einer hohen gewün-schten charakteristischen Frequenz, zu unver-wünschten Stellgrößenbeschränkungen führen. Andererseits sollte der angestrebte Frequenz-bereich des Reglers auch unterhalb der Schalt-frequenz bleiben. Der Regler sollte keineswegs versuchen, gegen die prinzipbedingte Strom-schwankung zu arbeiten. Die Zeitkonstante  $\tau_i$  sollte daher stets größer als die Schaltperiode gewählt werden,

$$\tau_i \gg T_s . \quad (6.48)$$

It should be noted that any desired values of  $\tau_i$  und  $d_i$  can be realized according to the controller design rules (6.42), (6.43). However, there exist some design limits. One the one hand, a large control gain, as a result of a high characteristic frequency, will cause controller saturations. On the other hand, the desired controller frequency range should not exceed the switching frequency. In any case, the controller should not try to act against the current ripple which is an inherent characteristic. Therefore, the time constant  $\tau_i$  should also be chosen larger than the switching period,

### 6.3.2 Überlagerte Spannungsregelung Outer Voltage Control Loop

Für den Entwurf der überlagerten Spannungs-regelung wird der unterlagerte Stromregelkreis durch das resultierende Führungsverhalten modelliert:

To design the outer voltage control loop, the inner current control loop is represented by the overall transfer function

$$G_i(p) = \frac{1}{p\tau_i + 1} . \quad (6.49)$$

Das maßgebliche Streckenteilsystem ist nun nur der Kondensator mit der Übertragungs-funktion

The relevant plant sub-system consists now only of the capacitor with the transfer function

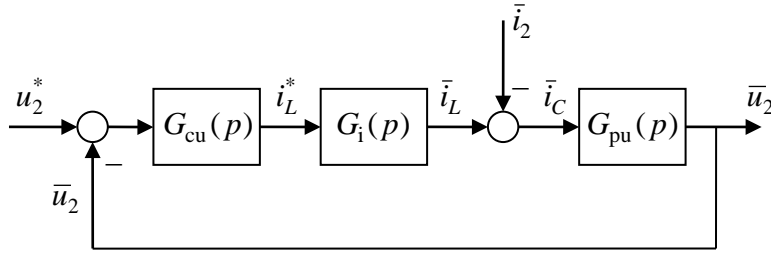
$$G_p(p) = \frac{1}{pC} . \quad (6.50)$$

In Bezug auf das Verhalten der Last wird keine besondere Annahme gemacht. Insbesondere soll nicht vorausgesetzt werden, dass ein ohmscher Widerstand zur Dämpfung des Systems beiträgt. Wie sich zeigen wird, ist die Kaskadenregelung nicht auf die Dämpfung über ein ohmsches Verhalten der Last angewiesen. Der Laststrom  $\bar{i}_2$  wird daher als unabhängige Störgröße im Spannungs-

With respect to the load behavior no particular assumption is made. In particular, it should not be assumed that an ohmic resistance contributes to the damping of the system. As we will see, the cascaded control does not need the damping behavior of an ohmic load. The load current  $\bar{i}_2$  therefore is regarded as an independent disturbance to the voltage control loop. This gives us the

regelkreis aufgefasst. Es resultiert der folgende vereinfachte Spannungsregelkreis.

following simplified diagram of the voltage control loop.



**Fig. 6-16:** Überlagerte Spannungsregelung      Outer voltage control loop

Als Spannungsregler wird wiederum ein *PI*-Regler angesetzt,

Again, a *PI* controller is chosen also for the voltage controller,

$$G_{cu}(p) = K_u \left[ 1 + \frac{1}{pT_{ru}} \right] = K_u \frac{pT_{ru} + 1}{pT_{ru}} . \quad (6.51)$$

Die Spannungs-Führungsübertragungsfunktion ergibt sich zu

The voltage control transfer function results as

$$T_u(p) = \frac{G_{cu}(p)G_i(p)G_{pu}(p)}{1 + G_{cu}(p)G_i(p)G_{pu}(p)} = \frac{K_u (pT_{ru} + 1)}{p^2CT_{ru} (p\tau_i + 1) + K_u (pT_{ru} + 1)} . \quad (6.52)$$

Ein Reglerentwurf über die direkte Vorgabe der Pole des geschlossenen Regelkreises erweist sich etwas schwieriger, da die Übertragungsfunktion hier von 3. Ordnung ist. Ein einfacher Zugang gelingt durch Reglerentwurf mit dem Frequenzkennlinien-Verfahren über die Übertragungsfunktion des offenen Kreises,

A controller design via direct pole placement turns out a bit complicated as the transfer function is of 3rd order. An easier approach is provided by the controller design with frequency response curves of the transfer function of the open control loop,

$$L(p) = G_{cu}(p)G_i(p)G_{pu}(p) = \frac{K_u (1 + pT_{ru})}{p^2T_{ru}C(1 + p\tau_i)} . \quad (6.53)$$

Zweckmäßigerweise geht man auf eine bezüglich  $C$  und  $\tau_i$  bezogene Darstellung mit neuen dimensionslosen Reglerparametern und normierter Frequenz über:

Advantageously, we should introduce normalized control parameter and a normalized frequency, referring to  $C$  and  $\tau_i$ , resulting in

$$T'_{ru} = \frac{T_{ru}}{\tau_i} , \quad K'_u = \frac{K_u \tau_i}{C} , \quad p' = \tau_i p \quad (6.54)$$

$$L(p') = \frac{K'_u(1 + p'T'_{ru})}{p'^2 T'_{ru}(1 + p')} \quad (6.55)$$

Man beachte, dass die ursprüngliche Reglerverstärkung  $K_u$  die Maßeinheit 1 A/V besitzt. Diese Kreisübertragungsfunktion hat zweifach integrierendes Verhalten und besitzt ein Pol-Nullstellenpaar. Die zugehörigen normierten Knickfrequenzen liegen bei  $1/T'_{ru}$  und 1. In Fig. 6-17 rechts sind Amplituden- und Phasengang dieser Kreisübertragungsfunktion dargestellt. Der Phasengang hat ein Maximum genau zwischen den beiden Knickfrequenzen, wobei die logarithmische Skalierung berücksichtigt werden muss. Die größte Phasenreserve erhält man folglich, wenn die normierte Durchtrittsfrequenz  $\Omega_{cu}$ , also der Durchgang durch die 0 dB-Linie genau zwischen den beiden Knickfrequenzen liegt,

Note that the unit of the original controller gain  $K_u$  is 1 A/V. The loop transfer function has twofold integrative behavior and comprise an pole-zero pair. The associated normalized corner frequencies lie at  $1/T'_{ru}$  and 1. On the right-hand side of Fig. 6-17 the magnitude and phase plots of this loop transfer function are shown. The phase response has a maximum exactly between the two corner frequencies, however, the logarithmic scaling has to be taken into account. Consequently, the largest phase margin can be obtained with a crossover frequency, i. e. the crossing of the 0 dB line, just in the center of the two corner frequencies,

$$\Omega_{cu} = \frac{1}{a} \quad , \quad a^2 = \frac{T'_{ru}}{1} = \frac{T_{ru}}{\tau_i} \quad (6.56)$$

Das führt auf die Bedingung

This leads to the condition

$$1 = |L(j\Omega_{cu})| = \left| \frac{K'_u(1 + ja)}{(1 + j/a)} \right| = K'_u a \left| \frac{(1 + ja)}{(a + j)} \right| = K'_u a \quad (6.57)$$

und in Folge auf die Festlegung der Verstärkung zu

and, as subsequently, to the determination of the gain,

$$K'_u = \frac{1}{a} \quad \text{bzw.} \quad K_u = \frac{C}{\tau_i a} \quad (6.58)$$

Diese Entwurfsmethode ist in der Literatur als *Symmetrisches Optimum* bekannt. Das Verhältnis  $a$  wird in diesem Zusammenhang als Doppelverhältnis genannt. Fig. 6-17 zeigt die Verhältnisse für eine Wahl von  $a^2 = 5$  bzw.  $a = \sqrt{5}$ . D. h. für die Nachstellzeit des Spannungsreglers wird die 5-fache Zeitkonstante des Stromregelkreises gewählt:

In literature, this design method is known as *Symmetrical Optimum*. In this context, the quantity  $a$  is called double-ratio. Fig. 6-17 shows the conditions for a selection of  $a^2 = 5$ , or  $a = \sqrt{5}$ , respectively. This means, the reset time of the voltage controller is chosen 5-times of the current control time constant,

$$a^2 = T'_{ru} = \frac{T_{ru}}{\tau_i} = 5 \quad , \quad K'_u = \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad (6.59)$$



Durch Wahl eines großen Werts für  $a$  wird eine große Phasenreserve erreicht, aber auf Kosten einer kleineren Durchtrittsfrequenz, letztlich auch einer kleinen Reglerbandbreite. Durch ein kleines  $a$  erreicht man eine größere Durchtrittsfrequenz, aber auf Kosten der Phasenreserve und damit einer schlechteren Dämpfung.

By selecting a large value of  $a$ , a large phase margin is achieved, but at the expense of a smaller crossover frequency, ultimately also of a smaller controller bandwidth. By using a small value of  $a$  one achieves a larger crossover frequency, but at the cost of the phase margin and thus of a poorer damping.

Dem linken Teil von Fig. 6-17 lässt sich die resultierende Pol-Nullstellen-Konfiguration des geschlossenen Regelkreises entnehmen.

In the left-hand side of Fig. 6-17 the resulting pole-zero configuration of the closed control loop ist shown.

Die Störübertragungsfunktion

The disturbance transfer function

$$T_{\text{du}}(p) = \underline{Z}_2(p) = \frac{\bar{u}_2(p)}{\bar{i}_2(p)} \quad (6.60)$$

lässt sich als Impedanz des geregelten Tiefsetzstellers an seinen Ausgangsklemmen auffassen.

can be interpreted as the impedance of the controlled buck converter at the output terminals.

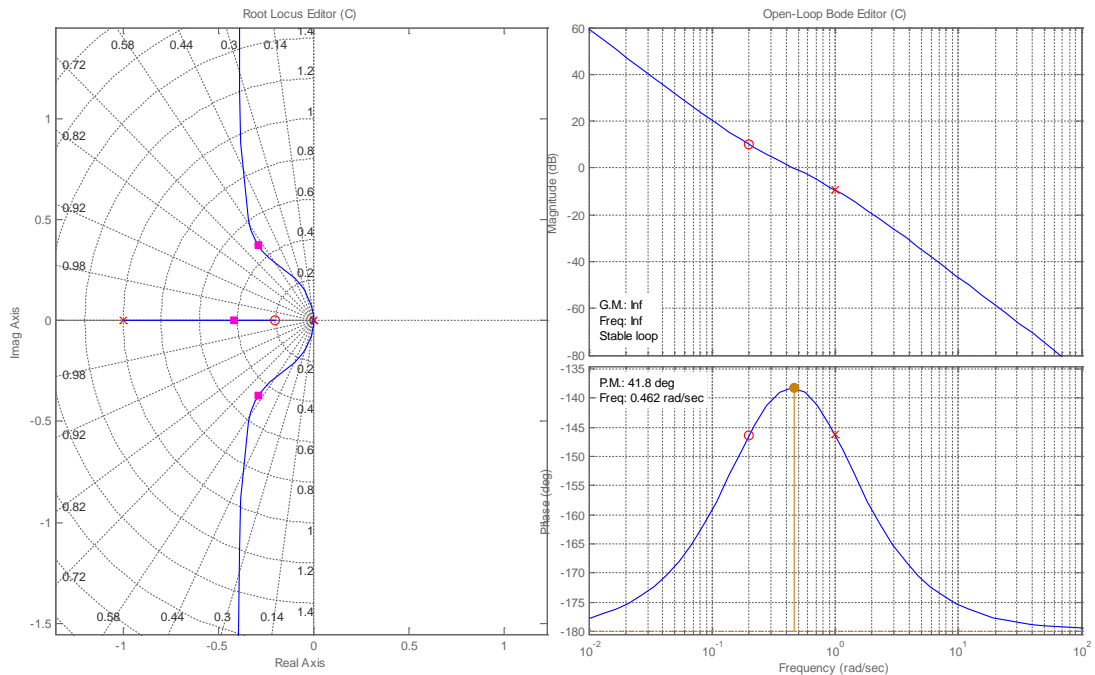
Für eine dimensionslose Darstellung wird diese Störübertragungsfunktion auf  $\tau_i/C$  bezogen, wodurch die Darstellung von den konkreten Parametern unabhängig wird:

To get a dimensionless representation of the disturbance transfer function it is related to  $\tau_i/C$ , by which the representation is getting independent of the specific parameters:

$$\begin{aligned} T'_{\text{du}}(p) &= \frac{C}{\tau_i} T_{\text{du}}(p) = -\frac{p\tau_i T'_{\text{ru}}(p\tau_i + 1)}{p^2\tau_i^2 T'_{\text{ru}}(p\tau_i + 1) + K_u(p\tau_i T'_{\text{ru}} + 1)} \\ &= -\frac{p' T'_{\text{ru}}(p' + 1)}{p'^2 T'_{\text{ru}}(p' + 1) + K_u(p' T'_{\text{ru}} + 1)} \end{aligned} \quad (6.61)$$

Die folgenden Bilder zeigen die Ergebnisse eines Reglerentwurfs mit Wahl der Reglerparameter nach (6.59). Es ergibt sich für den geschlossenen Regelkreis ein konjugiert komplexes Polpaar mit einer Dämpfung von ca. 0,6 und einer Kennkreisfrequenz von etwa  $0,45/\tau_i$  und einen weiteren reellen Pol bei etwa  $0,4/\tau_i$ . Die Phasenreserve beträgt  $42^\circ$ .

The following figures show the results of a controller design with control parameters according to (6.59). We obtain a conjugate complex pole pair for the closed loop with a damping of about 0.6 and a characteristic angular frequency of about  $0.45/\tau_i$ , and another real pole at about  $0.4/\tau_i$ . The phase margin is  $42^\circ$ .

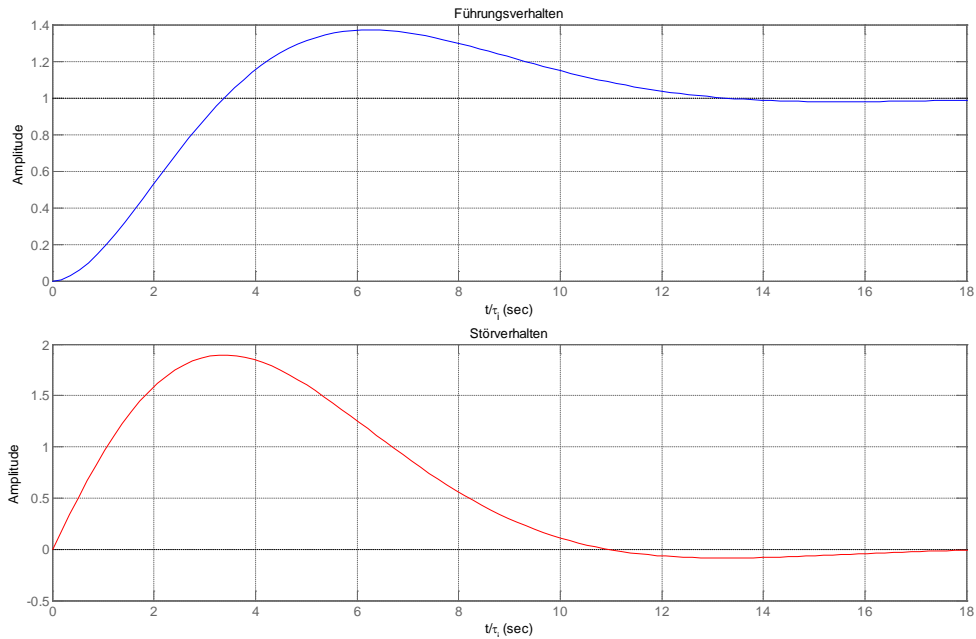


**Fig. 6-17:**  
Wurzelortskurve und  
Bodediagramm für die überlagerte  
Spannungsregelung

Root locus and Bode plot of the  
voltage control loop

Die Antwort der Ausgangsspannung auf einen Führungssprung zeigt nicht unerhebliches Überschwingen, was aber ggf. dennoch akzeptiert werden kann, da es sich bei der Spannungsregelung meist um eine Festwertregelung handelt, bei der sich der Sollwert nicht ändert. Wichtiger ist das Störverhalten. Wie Fig. 6-18 zeigt, ist eine Ausregelung je nach Wahl der Toleranzschwelle nach  $11 \dots 18 \tau_i$  erreicht.

The step response shows a significant overshoot, which could be accepted, since the voltage control action is usually a fixed set-point control, with which the reference value is not changed. More important is the disturbance response. As shown in Fig. 6-18, the control is settled— depending upon the choice of tolerated deviation – after a time of about  $11 \dots 18 \tau_i$ .



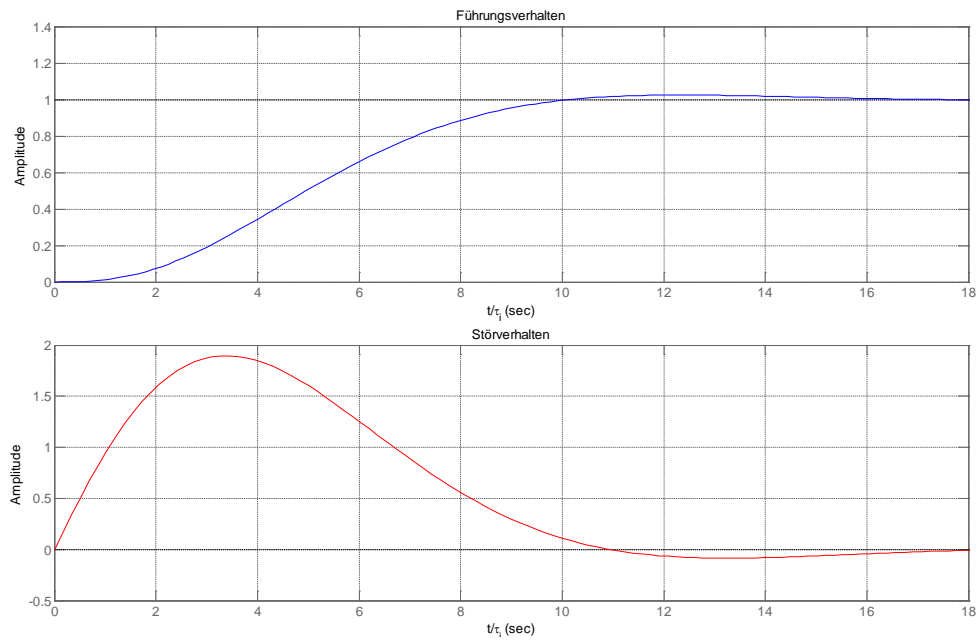
**Fig. 6-18:**

Antworten der Ausgangsspannung auf Führungs- (blau) und Störsprung (rot)

Voltage responses to step-like change of set-point (blue) and disturbance (red)

Soll das Überschwingen im Führungsverhalten vermieden werden, kann wieder ein Führungsgrößenvorfilter eingesetzt werden. Die Nullstelle der Führungsübertragungsfunktion (6.52) bzw. **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.** bei der inversen Reglernachstellzeit  $p = -1/T_{ru}$  legt es nahe, als Vorfilter wieder ein Verzögerungsglied mit genau dieser Zeitkonstante einzusetzen, um diese Nullstelle zu kürzen. Fig. 6-19 zeigt das Ergebnis mit einem solchen Vorfilter. Das Überschwingen ist fast vollständig kompensiert.

If the overshoot shall be avoided, a pre-filter may be employed in the feedforward path again. As the control transfer function (6.52) or **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.** has a zero given by the controller reset time at  $p = -1/T_{ru}$ , it is reasonable to use a delay with just this time constant as prefilter in order to cancel this zero. Fig. 6-19 shows the result with such prefilter. The overshoot is eliminated nearly completely.



**Fig. 6-19:** Antworten der Ausgangsspannung auf Führungs- (blau) und Störsprung (rot) mit Führungsgrößenvorfilter

Voltage responses to step-like change of set-point (blue) and disturbance (red) with pre-filter

### 6.3.3 Begrenzung des Stroms in der Kaskadenregelung Current Limitation with Cascaded Control

Die Kaskadenregelung hat gegenüber der einschleifigen Regelung den zusätzlichen Vorteil, dass der Strom überwacht werden kann. Leistungselektronische Komponenten sind im Vergleich mit anderen klassischen elektrotechnischen Komponenten nicht oder nur in geringem Maße überlastfähig. Insbesondere ein Überschreiten zulässiger Stromgrenzwerte sollte zuverlässig vermieden werden.

The cascaded control has significant advantages over single-loop control as it offers the possibility to supervise directly the current. Unlike other common electrical devices, power electronic components cannot be overloaded or only to a limited extent. In particular, the allowed current rating shall not be exceeded at any time.

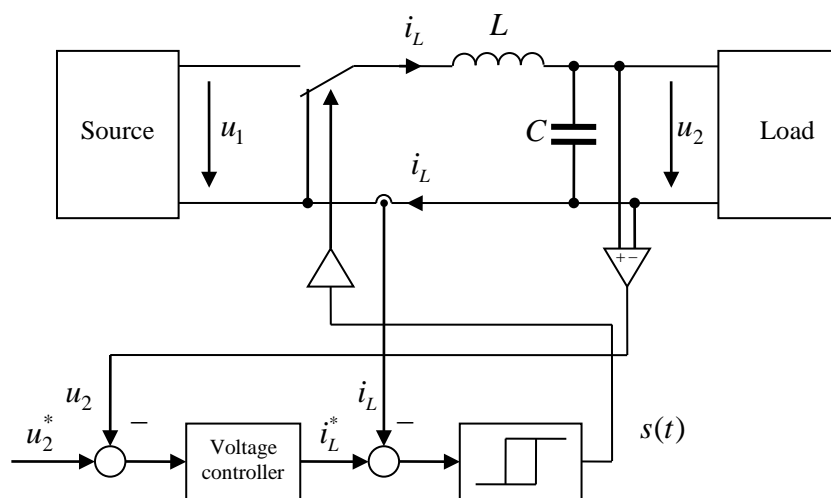
Dies ist mit einer Kaskadenregelung einfach zu realisieren, indem eine Begrenzung des Strom-*Sollwerts* vorgenommen wird. Allerdings ist man auf einen zuverlässigen Stromregler mit guten Folgeverhalten angewiesen, damit der Strom-*Istwert* stets nahe beim Sollwert und somit innerhalb der Begrenzung gehalten wird.

This can be simply guaranteed with the cascaded control by a limitation of the current *demand*. However, we need a reliable current control with good tracking performance so that the *actual* current value is always close to the demand and thus also within the limitation.

In der Zeit, in der sich der Stromsollwert in seiner Begrenzung befindet, sollte der *I*-Anteil des Spannungsreglers festgehalten werden, damit kein unerwünschtes Aufintegrieren erfolgt. Solche Maßnahmen werden als *Anti-Reset-Windup* (ARW) bezeichnet.

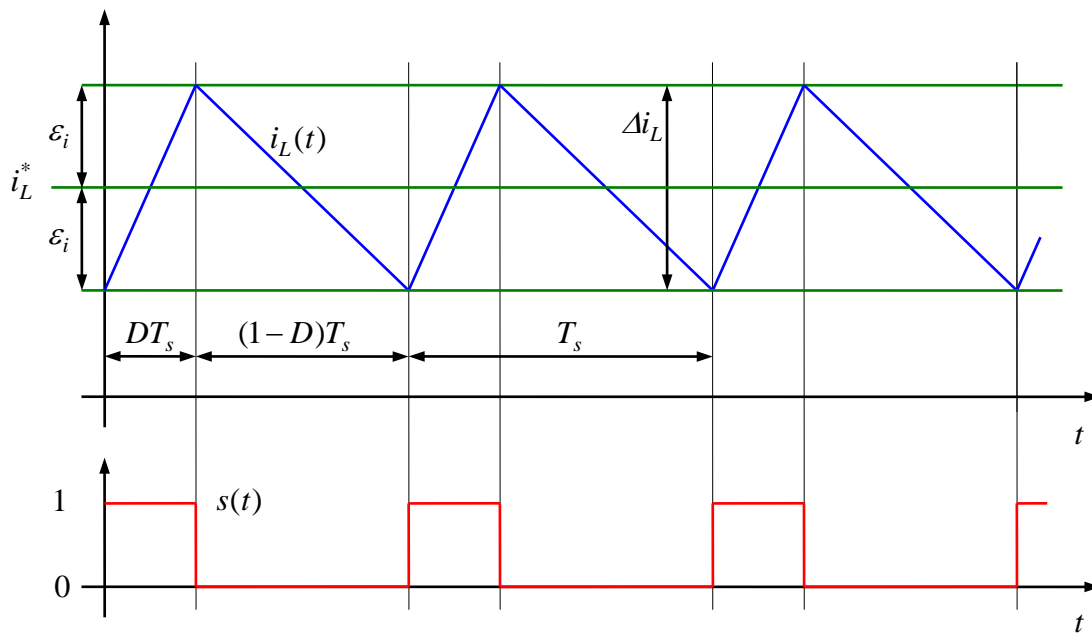
During the time when the current demand is saturated, the integral action of the voltage controller should be set on hold in order to avoid undesired windup of the integrator. Such measures are called as *anti-reset windup* (ARW).

### 6.4 Strom-Hysteresis-Regelung Current Hysteresis Control



**Fig. 6-20:**  
Regelungsstruktur mit Strom-  
Hysteresis-Regelung

Control structure with hysteresis  
current control



**Fig. 6-21:**  
Zeitliche Verläufe der Strom-  
Hysterese-Regelung

Timing diagram of current  
hysteresis control

Die Hysterese-Regelung, auch als Toleranzband- oder Schalt-Regelung bezeichnet, erzeugt die Stellbefehle  $s(t)$  nicht mittels einer Pulsweitenmodulation, sondern direkt durch das Anstoßen des Regelfehlers an Schwellwerte. Die Schaltfrequenz  $f_s$  wird bei dieser Art der Regelung nicht direkt vorgegeben, sondern resultiert indirekt aus der Toleranzbandbreite  $2\epsilon_i$ . Sie kann über den in Abschnitt 3.1 hergeleiteten Zusammenhang bestimmt werden:

The hysteresis control, also known as tolerance band or switching control, does not generate the control command  $s(t)$  by means of a pulse width modulation, but directly when the control error hits the thresholds. With this kind of control, the switching frequency  $f_s$  is not directly assigned, but it results indirectly from the tolerance range  $2\epsilon_i$ . It can be determined by the relation derived in section 3.1:

$$\Delta i_L = D(1-D) \frac{u_1 T_s}{L} = D(1-D) \frac{u_1}{L f_s} = 2\epsilon_i \quad (6.62)$$

$$f_s = D(1-D) \frac{u_1}{2L\epsilon_i} \quad (6.63)$$

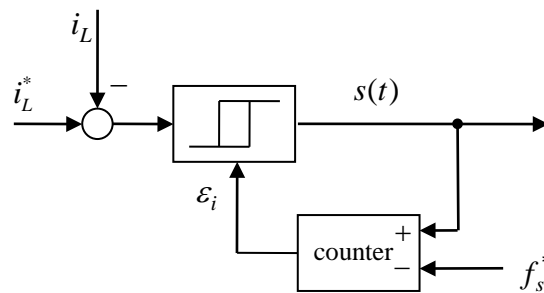
Das Tastverhältnis  $D$  wird bei dieser Art der Regelung nicht durch den Regler vorgegeben, sondern ergibt sich auch dem Verhältnis der Spannungen,

As the duty cycle  $D$  is quantity which is not determined by the controller, it should be substituted by the voltage ration so that we get

$$f_s = \frac{u_2(u_1 - u_2)}{2u_1 L \epsilon_i} \quad (6.64)$$

Die Schaltfrequenz ist im Gegensatz zu Regelungen mit einer PWM nicht konstant. Sie kann aber über die Breite des Toleranzbandes beeinflusst werden. Soll aus Gründen der Schaltverluste oder eines definierten Oberschwingungsspektrums eine bestimmte Schaltfrequenz eingehalten werden, kann dazu eine Regelung eingesetzt werden, wie das folgende Bild zeigt. Als Schaltfrequenz-Regler kann ein  $I$ -Glied eingesetzt werden, welches sehr einfach durch einen Aufwärts-Abwärts-Zähler realisiert wird wie Fig. 6-22 zeigt. Durch die Pulsflanken des Schaltsignals  $s(t)$  wird der Zähler heruntergezählt, durch ein Signal mit der Soll-Schaltfrequenz wird der Zählerstand erhöht. Der Zählerstand ist dann das Maß für die Breite des Toleranzbandes.

Contrary to the controllers with a PWM, the switching frequency is here not constant. It can be regulated, however, via the adaption of the tolerance band width. Sometimes it is required to ensure a specified switching frequency, e.g. for reasons of switching losses or of a well-defined harmonic spectrum. In such a case, a controller may be employed in order to keep the switching frequency constant as shown in Fig. 6-22. The controller is an integrator which is easily realized by an up-down counter. The counter is incremented by the pulse edges of the switching signal  $s(t)$  and decremented by a signal with the reference switching frequency. The counter output can then be used to regulate the width of the tolerance band.

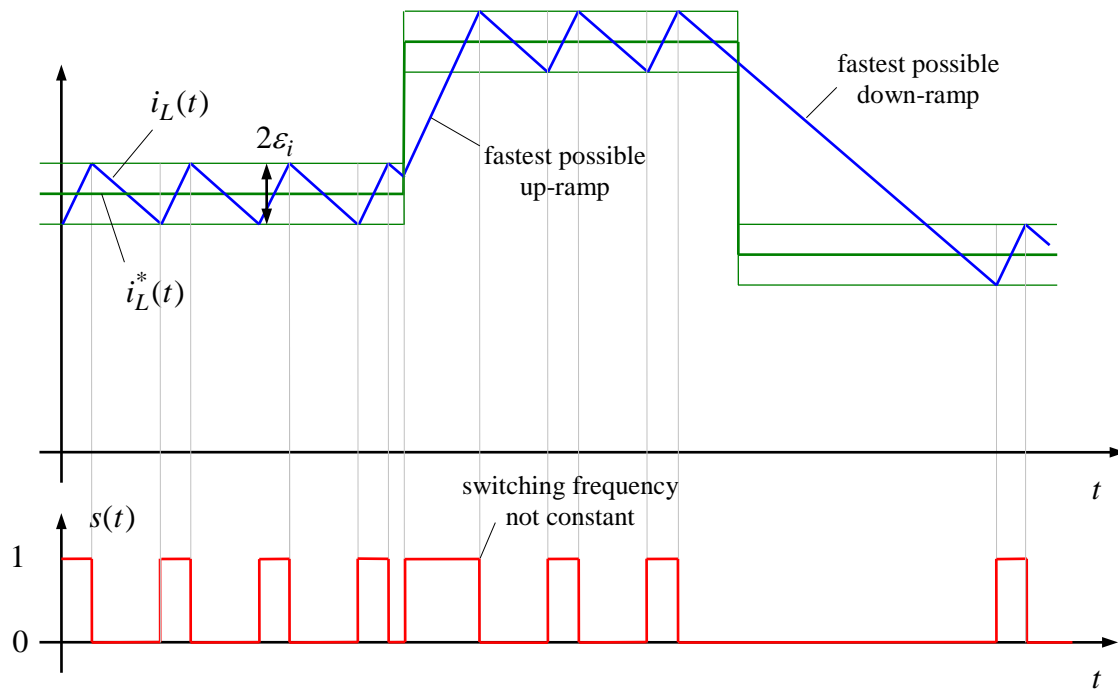


**Fig. 6-22:**  
Regelung der Schaltfrequenz bei  
der Hysterese-Regelung

Control of switching frequency  
with the hysteresis control

Die Hysterese-Regelung ist eine Regelung mit sehr guter Dynamik, da stets die größtmögliche Stellgröße aufgeschaltet wird, wenn der Regelfehler durch einen veränderten Sollwert das Toleranzband verlässt, siehe Fig. 6-23

The hysteresis controller exhibits high dynamic performance, since it applies always the maximum possible voltage if the control error is outside the tolerance band as it can be seen in Fig. 6-23.



**Fig. 6-23:**  
Verhalten der Hystereseregulung  
bei Sollwertsprüngen

Response of hysteresis control  
with respect to step-like  
reference changes

Die hervorragende Dynamik der Hystereseregulung ist aber gleichzeitig ein möglicher Kritikpunkt; besteht doch keine Möglichkeit, das Führungs- oder Störverhalten- wie beim *PI*-Regler über einen Regelungsparameter zu verändern, um z.B. bei einer verrauschten Messgröße die Störunterdrückung im oberen Frequenzbereich (auf Kosten der Führungsdynamik) zu verbessern. Dies kann insbesondere dann bedeutsam sein, wenn sehr kleine Stromschwankungen erreicht werden sollen, die in der Größe der Messauflösung liegen. Im Extremfall kann dies zu völlig unkoordiniertem Schalten führen.

The exceptional dynamics of the hysteresis control, however, is at the same time a possible drawback, because there is no controller parameter to tune the tracking or disturbance behavior as it is possible with *PI*-control. E.g., a *PI*-control can be tuned in such way to increase the disturbance rejection for higher frequencies as it may be necessary with high noise from the measurement transducer, of course, at the cost of tracking behavior. That problem is getting dominant, if a very small current ripple is achieved which may be in the range of the sensor resolution. In the extreme case this could lead to completely uncoordinated switching actions.

Eine Filterung und Glättung des Strom-Messwerts ist nicht angezeigt, da die Hystereseregulung auf Verzögerungs- und Totzeitglieder im Regelkreis mit einer verzögerten Umschaltung reagiert, was zum Überschießen des Stroms über die Grenzen des

Filtering or smoothing of the current measurement signal is not recommended as the hysteresis control would react with delayed switching actions which will lead to overshoots exceeding the current tolerance band. To some extent, such overshoots can



Toleranzbandes führt. In gewissem Maße kann ein solches Überschwingen zwar toleriert werden, was aber nicht mehr der Fall ist, wenn das Überschießen in der Größenordnung des Toleranzbandes selbst liegt. Als Faustregel sollten bei der Hystere-Regelung Zeitkonstanten von Totzeitgliedern (z. B. bei der Ansteuerung des Transistors) und von Verzögerungsgliedern (z. B. der Messwandler) mindestens eine Größenordnung unter der angestrebten Schaltperiode  $T_s$  liegen. Kann das nicht gewährleistet werden, sollte stattdessen eine herkömmliche Regelung mit PWM eingesetzt werden.

Die Hysterese-Regelung eignet sich ebenfalls nicht (zumindest nicht ohne weitere Modifikationen) für den Betrieb im lückenden Bereich, da bei kleinen Sollströmen die untere Schaltschwelle negativ wird und das Signal zum Einschalten des Transistor nicht erzeugt wird.

## 6.5 Regelung im Lückgrenzbetrieb Boundary Current Mode Control

Der Lückgrenzbetrieb kann als Modifikation der Hysterese-Regelung aufgefasst werden, bei der die untere Schaltschwelle die Nulllinie ist. Auf diese Weise wird der Lückgrenzbetrieb erzwungen, vgl. Abschnitt 3.1.5. Der Vorteil dieser Regelungsstrategie ist, dass die Diode nur bei Nullstrom geschaltet wird, was den Diodenrückstrom und somit die Schaltverluste minimiert. Der Nachteil ist das große Verhältnis von Spitzenstrom zum Strommittelwert, welches bei 2 liegt, was eine höhere Strombelastbarkeit der Drossel erfordert und ggf. zu höheren magnetischen Verlusten führt. Auch müssen die Ohmschen Verluste aufgrund der höheren harmonischen Verzerrung berücksichtigt werden. Wird die Schaltung in dieser Weise betrieben, wählt man typischerweise eine kleinere Induktivität als bei den anderen Regelungsverfahren, was zu steileren Rampen im Stromverlauf führt wie Fig. 6-24 zeigt.

be tolerated. That is no longer the case if the overshoots are of the same dimension as the tolerance band itself. As a rule of a thumb, with hysteresis control, all dead-times (e.g. from transistor's switching behavior) or delay times (e.g. from the sensors) should be at least a dimension smaller than the intended switching period  $T_s$ . If that cannot be guaranteed, PWM controls may be the better solution.

The hysteresis control is also not able to cope with discontinuous conduction mode (at least not without further modifications), because with small reference values the lower switching threshold is getting negative and no trigger would ever be generated to turn the transistor on again.

The boundary current mode control can be seen as modification of the hysteresis control where the lower threshold is simply the zero line. As a result, the converter is forced to operate always in the boundary conduction mode, see Section 3.1.5. The advantage of this control strategy is that the diode is turned off always at zero current (*zero current switching, ZCS*) so that the diode's reverse recovery current is minimized resulting in minimum switching losses. The disadvantage is that the ratio of peak to average current is even 2, requiring a high current rating of the inductor and possibly increased magnetic losses. Also ohmic losses due to the harmonic content have to be taken into account. When operating in this mode, the inductance is usually designed smaller as with the other control methods, resulting in steeper current slopes as shown in the Fig. 6-24.

Die Lückgrenzbetriebs-Regelung ist sogar beliebter als die originale Hysterese-Regelung. Mit dieser Regelungsstrategie kann der Konverter niemals in den lückenden Betrieb wechseln, so dass es auch keine Probleme mit dessen Beherrschung gibt.

Wird die obere Schaltschwelle als Stromsollwert angesehen, gibt es einen systematischen Regelfehler zwischen Sollwert und Mittelwert. Da das Verhältnis dieser Werte aber immer 2 ist, kann das leicht kompensiert werden.

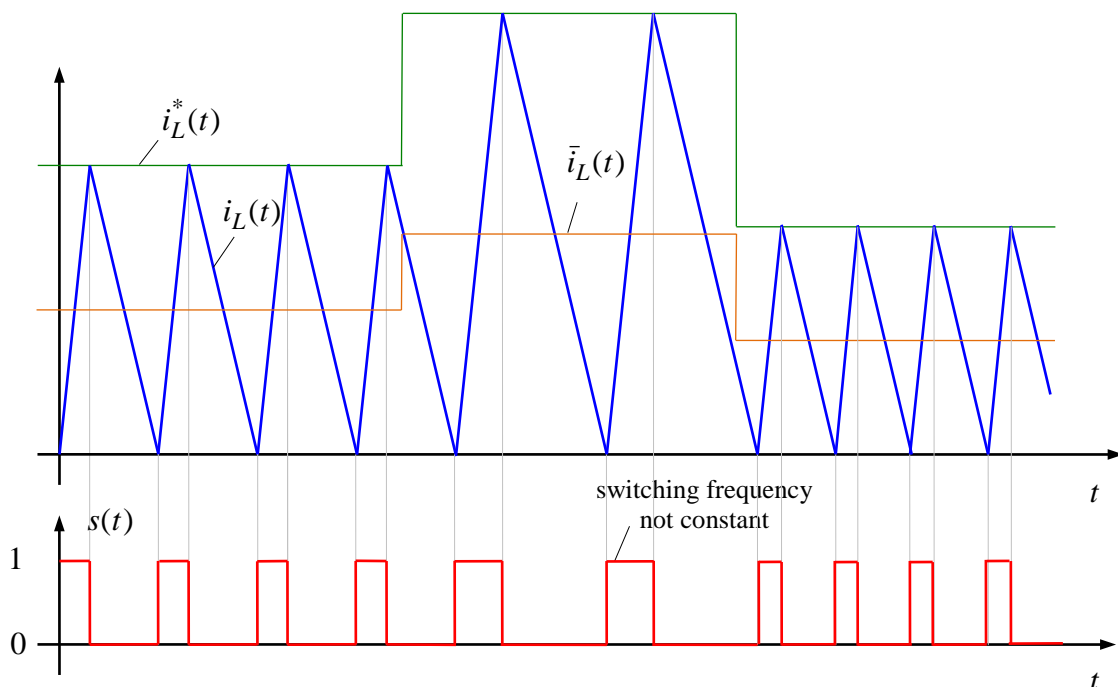
Die Schaltfrequenz variiert jedoch unvermeidlich abhängig vom Sollstrom, genauer gesagt, ist die Schaltfrequenz umgekehrt proportional zum Spitzen-Sollstrom  $i_L^*$ ,

Boundary current mode control is even more common than the original hysteresis control. With that control strategy, the converter cannot change to discontinuous conduction mode so there is no control problem how to cope with DCM.

If the upper threshold is seen as current reference, there is a systematic steady state control between reference and average current. However, as the ratio between these quantities is always 2, this error can be easily compensated.

Inevitably, the switching frequency varies with the current demand. To be more precise,  $f_s$  is even reciprocally proportional to the demanded peak value  $i_L^*$ ,

$$f_s = \frac{U_2(U_1 - U_2)}{U_1 L i_L^*} \quad (6.65)$$



**Fig. 6-24:**  
Verhalten der Lückgrenz-Regelung

Behavior of boundary current mode control

## 6.6 Peak Current Mode Control

Die *Strom-Spitzenwert-Regelung* (peak current mode) ist eine weitere Art einer Schaltregelung. Allerdings wird hierbei wie bei einer PWM eine konstante Schaltfrequenz erzeugt. Dies wird dadurch bewerkstelligt, dass der Schalter wie bei der Hysterese beim Anstoßen des Stroms an eine obere Schaltschwelle (Spitzenstrom) ausgeschaltet wird. Das Einschalten des Schalters erfolgt aber nicht durch eine untere Schaltschwelle, sondern zeitgesteuert nach einem festen Zeittakt der Periode  $T_s$ , s. Fig. 6-25.

The *peak current mode control* is another kind of threshold control. However, it generates a constant switching frequency similar to the case of PWM. This is accomplished by turning off the switch when the current reaches an upper threshold (peak current) similarly as in the preceding section. Turning on the transistor is not activated by a lower threshold but it is done time-triggered with fixed cycle time  $T_s$ , see Fig. 6-25.

Leider ist diese Art der Regelung nur bedingt stabil, was im Folgenden untersucht werden soll. Fig. 6-25 zeigt einen Stromverlauf  $i_{L0}(t)$  im stationären Zustand (durchgezogene Kurve), sowie den Verlauf eines Stroms  $i_L(t)$  (gestrichelte Kurve), von dem angenommen wird, dass dieser gegenüber dem gewünschten stationären Verlauf zu einem Zeitpunkt  $kT_s$  durch irgendeine Störung eine Abweichung

Unfortunately, this kind of control is only conditionally stable as it will be studied below. Fig. 6-25 shows the current  $i_{L0}(t)$  during steady state (solid curve) as well as the behavior of the current  $i_L(t)$  (dashed curve) that is assumed to start at time instant  $kT_s$  with a small deviation from the desired steady state curve due to any disturbance,

$$\delta i(k) = i_L(kT_s) - i_{L0}(kT_s) \quad (6.66)$$

erfahren habe. Da der Strom während der Einschaltphase mit der Steigung  $(U_1 - U_2)/L$  steigt (vgl. Abschnitt 3.1), muss sich als Verhältnis zwischen der Stromabweichung  $\delta i(k)$  und der resultierenden Zeitverzögerung  $\delta t(k)$

As the current increases during the turn-on phase with a slope of  $(U_1 - U_2)/L$  (compare Section 3.1), the ratio between current disturbance  $\delta i(k)$  and resulting time delay  $\delta t(k)$  is simply determined by this ratio,

$$\frac{\delta i(k)}{\delta t(k)} = -\frac{U_1 - U_2}{L} \quad (6.67)$$

Ähnliches gilt für die folgende fallende Flanke mit Steigung  $-U_2/L$ , so dass das Verhältnis von  $\delta t(k)$  und der nächst folgenden Stromabweichung  $\delta i(k+1)$  zu

The same applies for following down-ramp with slope  $-U_2/L$  so that the ratio between  $\delta t(k)$  and the next current deviation  $\delta i(k+1)$  is

$$\frac{\delta i(k+1)}{\delta t(k)} = \frac{U_2}{L} \quad (6.68)$$

ergibt. Aus den beiden vorangegangenen Gleichungen folgt dann also

From the two above equations  $\delta t(k)$  can be eliminated resulting in

$$\frac{\delta i(k+1)}{\delta i(k)} = -\frac{U_2}{U_1 - U_2} = -\frac{D}{1 - D} = -\alpha \quad (6.69)$$

Der Fehler setzt sich dann über mehrere Schritte gemäß

The propagated deviation over several steps is then

$$\frac{\delta i(k+n)}{\delta i(k)} = (-\alpha)^n \quad (6.70)$$

fort. Ein anfänglicher Fehler wird also nur abgebaut, wenn

Thus, an initial error is only decaying, if it holds

$$\alpha = \frac{D}{1-D} < 1 \quad (6.71)$$

was zur Stabilitätsbedingung

which leads to the stability criterion

$$D < 0.5 \quad (6.72)$$

führt. Wird der Steller nur in diesem Bereich betrieben, kann die Spitzenstromregelung ohne Problem eingesetzt werden.

If the current controller is operated only in this region of the duty cycle, the peak current mode control can be used as well.

Wie der Name dieser Regelung sagt, wird der Stromsollwert aber nicht als Strommittel-, sondern als Spitzenwert eingestellt. Zwischen Mittel- und Spitzenwert stellt sich die halbe Stromschwankungsbreite als systematischer Regelfehler ein:

As the name of this controller indicates, the current reference input value is set as peak current value, but not as an average current value. Between average and peak values, there is a systematic control error of half of the current ripple:

$$i_L^* - \bar{i}_L = \frac{1}{2} \Delta i_L = 2 \Delta i_{L \max} D(1-D) \quad (6.73)$$

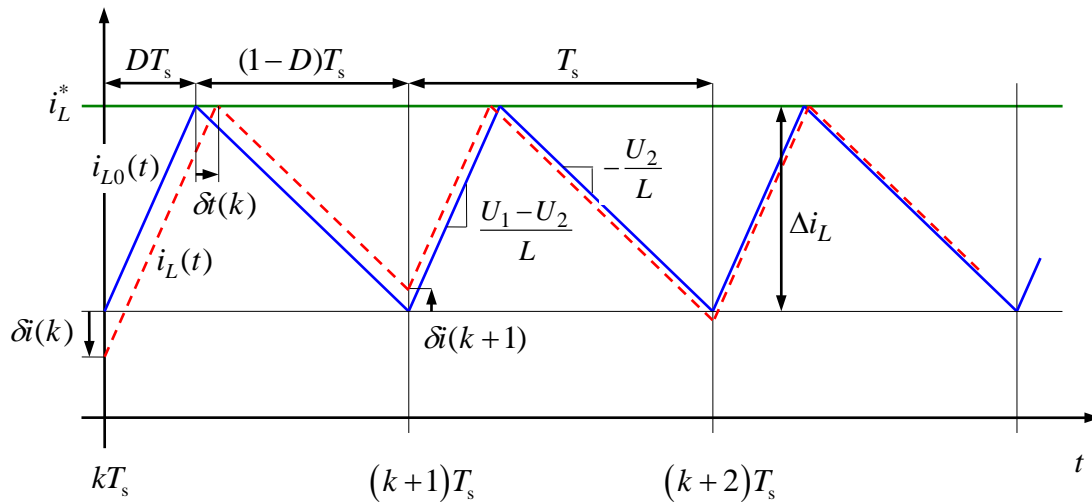
Ggf. kann der Stromsollwert zuvor um diesen Betrag korrigiert werden.

A feedforward compensator can be employed to compensate for this error.

Sehr einfach lässt sich die Spitzenstromregelung auch im lückenden Betrieb einsetzen, siehe Fig. 6-26. Es sind keine Modifikationen notwendig; insbesondere die Übergänge zwischen lückendem und nicht-lückendem Betrieb werden ohne Problem bewältigt. Im lückenden Betrieb besteht unabhängig vom Tastverhältnis kein Stabilitätsproblem, da der Strom zu jedem Einschaltzeitpunkt bei Null startet und nicht mehr von der Vorgeschichte abhängt. (Im Sinne der dynamischen Mittelwertmodellierung verliert der lückende Steller seine Dynamik und ist nur noch ein statisches System.)

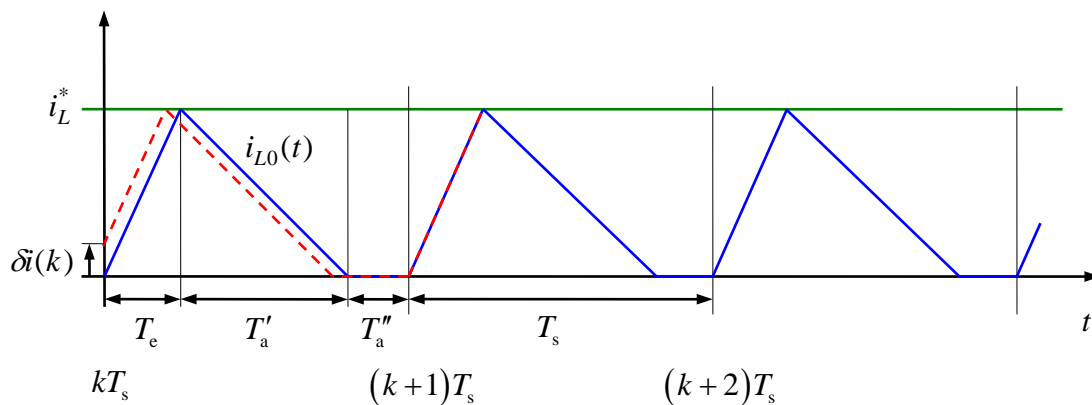
The peak current mode control can even cope with the discontinuous conduction mode very easily as shown in Fig. 6-26. No modifications are necessary. Also the transitions between DCM and CCM are handled without any problem. In discontinuous conduction mode there is, independent of the duty cycle, no stability problem, because the current value is raised again from zero at each switch-on point and depends no longer on the previous history. (From the viewpoint of dynamic average modeling, the converter operated in DCM is

no longer a dynamic, but only a static system.)



**Fig. 6-25:**  
Strom-Spitzenwert-Regelung  
im Fall  $D < 0,5$  (stabil)

Peak current mode control  
in the case  $D < 0.5$  (stable)



**Fig. 6-26:**  
Strom-Spitzenwert-Regelung im  
lückenden Betrieb

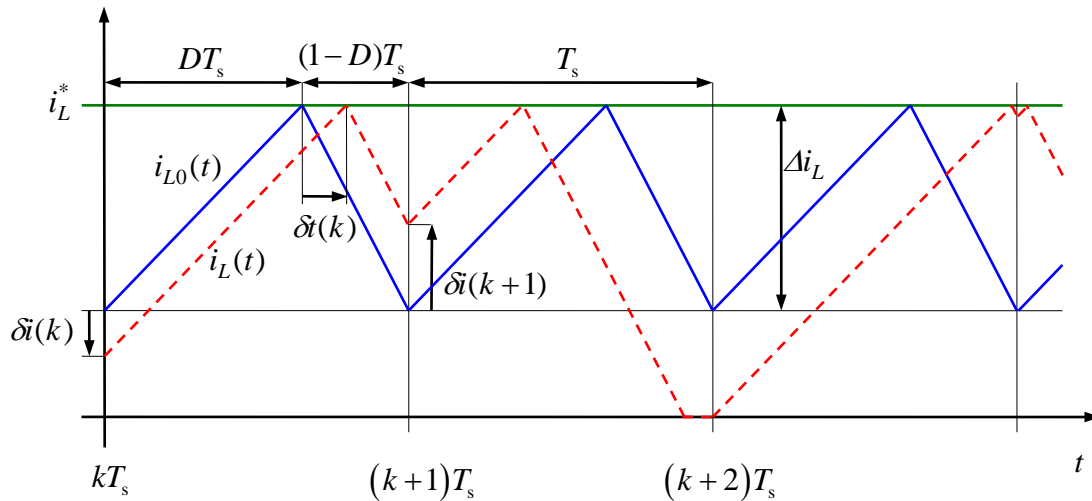
Peak current mode control during  
discontinuous conduction mode

Für Tastverhältnisse  $D > 0,5$  wird die Spitzenstromregelung nach (6.72) aber instabil und ist in dieser Form nicht einsetzbar, siehe Fig. 6-27. Man könnte in diesem Fall von einer Schaltschwelle für den Maximalstrom auf eine solche für den Minimalstrom übergehen. Dann würde das Ausschalten zeitgesteuert erfolgen. Dadurch kehren sich die Stabilitätsverhältnisse gerade um. Eine solche Minimalstromregelung wäre für  $D < 0,5$  instabil, für  $D > 0,5$  jedoch stabil. Ein solches Vorgehen ist jedoch insofern problematisch, als dass die wichtige Maximalstromüberwachung auf diese Weise

According to (6.72), the peak current control is getting unstable for duty cycles  $D > 0.5$  so that it cannot be used in this form, see Fig. 6-27. Theoretically, the control could be modified using a lower threshold instead of the upper threshold. Then, the turn-off of the transistors would be controlled time-triggered. The situation turns out to be just inverted: The control would be stable as desired for  $D > 0.5$  and unstable for  $D < 0.5$ . Such approach has some important drawbacks. One point is that the important supervision of the

nicht gewährleistet werden kann. Zur Realisierung einer solchen Schutzfunktion müsste also noch eine weitere Schaltschwelle vorgesehen werden. Die Regelung des lückenden Betriebs wäre ebenfalls nicht möglich. Aus diesen Gründen wird diese Idee nicht weiterverfolgt.

maximal current cannot be guaranteed this way. Another separate threshold would be required for that. A second point is that the modified control could not cope with the discontinuous conduction mode. That is why this approach is not discussed further.

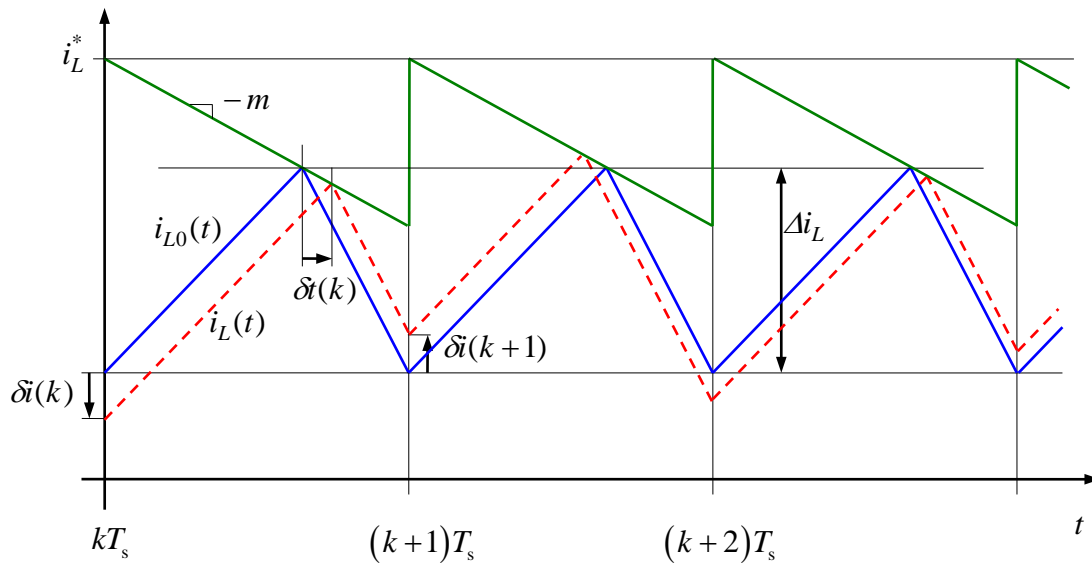


**Fig. 6-27:**  
Strom-Spitzenwert-Regelung  
im Fall  $D > 0,5$  (instabil)

Peak current mode control  
in case of  $D > 0.5$  (unstable)

Die Stabilität kann aber durch eine andere Maßnahme erreicht werden. Der obere Schwellwert der Spitzenstromregelung wird nun durch ein Sägezahnsignal der Steigung  $-m$  überlagert wie in Fig. 6-28 dargestellt, was als *Rampenkompensation* bezeichnet wird.

However, stability can be retained with a different approach. The upper threshold of the peak current mode control is now superimposed with a sawtooth signal of slope  $-m$  as shown in Fig. 6-28, known as *slope compensation*.



**Fig. 6-28:**

Strom-Spitzenwert-Regelung mit  
Sägezahnaufschaltung

Peak current mode control with  
slope compensation

Analyse des Verhaltens: Die Gleichungen (6.67) und (6.68) sind nun um die zusätzliche Steigung  $m$  zu modifizieren, so dass sich ergibt:

Let us analyze the behavior. Equations (6.67) and (6.68) have to be modified simply in that way that the additional slope  $m$  has to be considered, resulting now in

$$\frac{\delta i(k)}{\delta i(k)} = -\left(\frac{U_1 - U_2}{L} + m\right) \quad (6.74)$$

und

and

$$\frac{\delta i(k+1)}{\delta i(k)} = \frac{U_2}{L} - m \quad (6.75)$$

Das führt insgesamt zu

We finally get

$$\frac{\delta i(k+1)}{\delta i(k)} = -\frac{U_2 - mL}{U_1 - U_2 + mL} = -\frac{D - mL/U_1}{1 - D + mL/U_1} = -\alpha \quad (6.76)$$

Der Faktor  $\alpha$  entscheidet wieder über Stabilität und Instabilität. Man beachte, dass  $\alpha$  hier je nach Situation sowohl positiv als auch negativ sein kann. Der Fall  $\alpha < 0$  bedeutet, dass der Sägezahn nach dem Ausschaltzeitpunkt schneller fällt als der Strom, siehe Fig. 6-29.

The factor  $\alpha$  is again responsible for stability or instability, requiring  $|\alpha| < 1$ . Note that  $\alpha$  can now also be negative, depending on  $m$ . The case  $\alpha < 0$  means that the sawtooth is falling faster than the current after the switch-off time, see Fig. 6-29.

Vorteilhafterweise führen wir eine normalisierte Rampensteigung

For simplification, a normalized slope is introduced as

$$m' = \frac{mL}{U_1} \quad (6.77)$$

ein, mit der die Stabilitätsbedingung nun

so that the stability condition can be written as

$$|\alpha| = \left| \frac{D - m'}{1 - D + m'} \right| < 1 \quad (6.78)$$

lautet. Im Fall

In case

$$m' > D \quad (6.79)$$

ist der Zähler von  $\alpha$  in (6.78) negativ. Die Auflösung der Betragsfunktion führt dann zu

the numerator of  $\alpha$  in (6.78) is negative. Dissolving the absolute function leads to

$$-D + m' < 1 - D + m' \Rightarrow 0 < 1 \quad (6.80)$$

Das bedeutet also, dass die Bedingung im Fall (6.79) immer erfüllt ist. Wenn dagegen der Zähler positiv ist, folgt aus (6.78)

This mean that the condition is always valid so that in case of (6.79) the stability is always ensured. However, if the numerator is positive it follows from (6.78)

$$D - m' < 1 - D + m' \quad (6.81)$$

und somit

thus

$$m' > D - \frac{1}{2} \quad (6.82)$$

Im Vergleich mit (6.79) ist die Ungleichung (6.82) die schwächere Bedingung. Daher kann die letzte Ungleichung als alleinige Stabilitätsbedingung genannt werden. Wird insbesondere

In comparison with (6.79), inequality (6.82) is the weaker condition. So, the last inequality can be used as solely stability criterion. If we chose

$$m' = \frac{1}{2} \quad (6.83)$$

gewählt, ist die Stabilität sogar für den gesamten Betriebsbereich unabhängig vom Tastgrad  $D$  gewährleistet.

the stability is even ensured for the whole operating range independent of the duty ratio  $D$ .

Der Fall

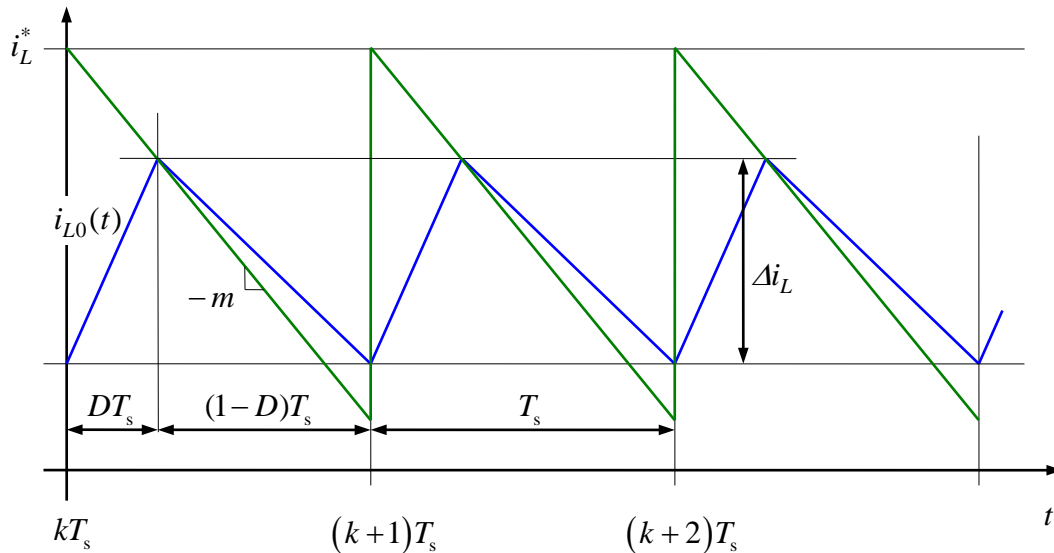
The case

$$m' = D \quad (6.84)$$



ist auch von besonderem Interesse. In diesem Fall gilt  $\alpha = 0$  und ein Stromfehler wird in nur einem einzigen Schritt ausgeglet. Ein derartiges Verhalten wird *dead-beat-Regelung* genannt.

is also of special interest. In this case it follows  $\alpha = 0$  and the current error is being compensated for in only a single step. Such control behavior is named *dead beat control*.



**Fig. 6-29:**

Strom-Spitzenwert-Regelung mit Sägezahnaufschaltung im Fall  $\alpha < 0$

Peak current mode control with slope compensation in case of  $\alpha < 0$

Durch die Aufsaltung des Sägezahn vergrößert sich allerdings auch der auf den Strommittelwert bezogenen stationäre Regelfehler auf

However, due to the sawtooth signal, the control error between setpoint and averaged actual current is increased to

$$i_L^* - \bar{i}_L = \frac{1}{2} \Delta i_L + DT_s m = \frac{1}{2} \Delta i_L + DT_s \frac{U_1}{L} m' = 2 \Delta i_{L \max} D ((1-D) + 2m') \quad (6.85)$$

Aus regelungstechnischer Sicht ist dieser Stromregelfehler natürlich ungünstig und muss ggf. mit Hilfe von (6.85) kompensiert werden. Allerdings gewährleistet die Spitzenstromregelung, dass die Momentanwerte des Stroms zu jedem Zeitpunkt kleiner als der Spitzenstromsollwert sind. Auf diese Weise ist der Schutz des Stromrichters sichergestellt.

This is not welcome from the control engineering point of view and should be compensated for using (6.85) if necessary. However, the peak current control ensures that the instantaneous values of the current are at all times smaller than the peak current set point. In this way the protection of the power converter is ensured.

Man beachte, dass sich die Spitzenstromregelung für Werte  $m' > 1/2$  wie ein linearer P-Stromregler mit konventioneller PWM darstellt: Bei der Spitzenstromregelung ist die Amplitude des Dreieckssignals  $mT_s$ . Nun skalieren wir derart um, dass die Amplitude

Note that for values  $m' > 1/2$  the peak current control behaves like a P-controller with conventional PWM: With peak current control, the amplitude of the triangular signal is  $mT_s$ . Let us now re-scale the

---

dieses Dreieckssignals wie bei der PWM der Eingangsspannung  $U_1$  gleich. Dazu muss das Stromsignal mit dem Faktor

quantities so that the amplitude of the triangular signal is as with PWM equal to the input voltage  $U_1$ . That means the current signal must be multiplied with the factor

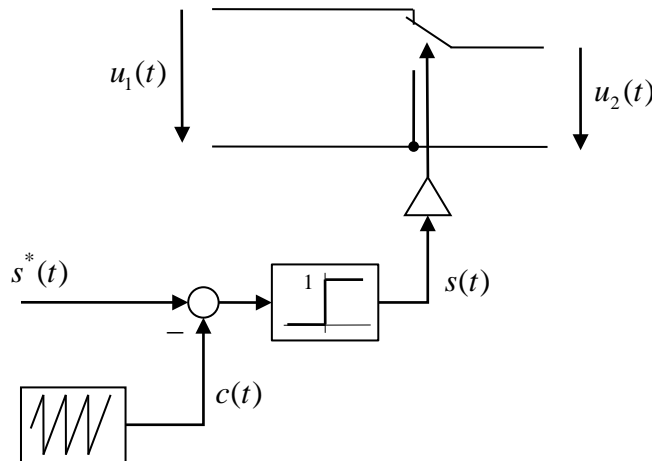
$$K_p = \frac{U_1}{mT_s} \quad (6.86)$$

multipliziert werden, was man als äquivalente  $P$ -Reglerverstärkung interpretieren kann.

which can be identified as the gain of an equivalent  $P$ -controller with pulse width modulation.

## 7 Pulsweitenmodulation Pulse Width Modulation

### 7.1 Pulsweitenmodulation mit zeitkontinuierlichem Sollwert Pulse Width Modulation with Continuous-Time Reference Value



**Fig. 7-1:**  
Pulsweitenmodulation mit  
Dreiecks-Modulationsträger

Pulse width modulation with  
triangular carrier

Mittelwertmodellierung der PWM:

$$\bar{s}(t) = s^*(t) \quad (7.1)$$

bzw.

Average modeling of PWM:

or

$$\bar{u}_2(t) = s^*(t) \bar{u}_1(t) \quad (7.2)$$

Hierbei werden Einflüsse wie Spannungsabfälle an den Halbleiterelementen, Kommutierungsvorgänge, Verzugszeiten vernachlässigt. Diese wirken sich in mehr oder weniger großen Fehlern auf den Mittelwert der Ausgangsspannung aus.

Influences such as voltage drops across the semiconductor elements, commutation, and delays are neglected. These effects may cause more or less errors on the mean value of the output voltage.

Als Maß zur Beurteilung der PWM-Methoden soll der Stromverlauf an einer Induktivität  $L$  mit einer Gegenspannung  $u_0(t)$  herangezogen werden:

As a criterion to evaluate the PWM method, the current shape of an inductive load of inductance  $L$  and a counter voltage  $u_0(t)$  should be analysed:

$$L \dot{i}(t) = u_2(t) - u_0(t) = s(t) U_1 - u_0(t) \quad (7.3)$$

Dieser Stromverlauf wird glatten Verlauf des Mittelwertmodells verglichen

This current shape is compared with the smooth shape of the averaged current

$$L\dot{\bar{i}}(t) = \bar{u}_2(t) - u_0(t) = s^*(t)U_1 - u_0(t) \quad (7.4)$$

Für die Abweichung ergibt sich also

The deviation results then in

$$\Delta i(t) = i(t) - \bar{i}(t) = \frac{1}{L} \int_0^t (s(t') - s^*(t')) U_1 dt' + \Delta i_0 \quad (7.5)$$

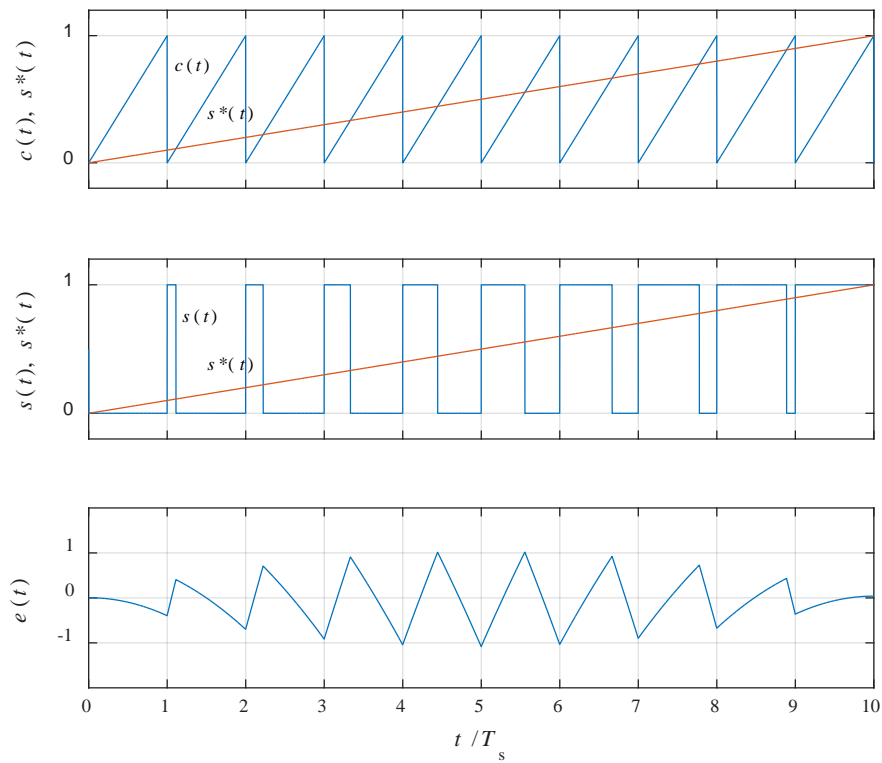
Hierbei steht  $\Delta i_0$  für Anfangswertabweichungen der beiden Modelle, die für das weitere nicht weiter relevant ist. Die um  $\Delta i_0$  befreite Abweichung  $\Delta i(t)$  wird außerdem auf die Hälfte der maximalen Stromschwankung  $\Delta i_{\max}$  nach (3.20) bezogen:

Here  $\Delta i_0$  stands for some initial deviations of both models. The current deviation  $\Delta i(t)$ , corrected by  $\Delta i_0$ , should be normalised with respect to the half of the maximal possible current ripple  $\Delta i_{\max}$  according to (3.20):

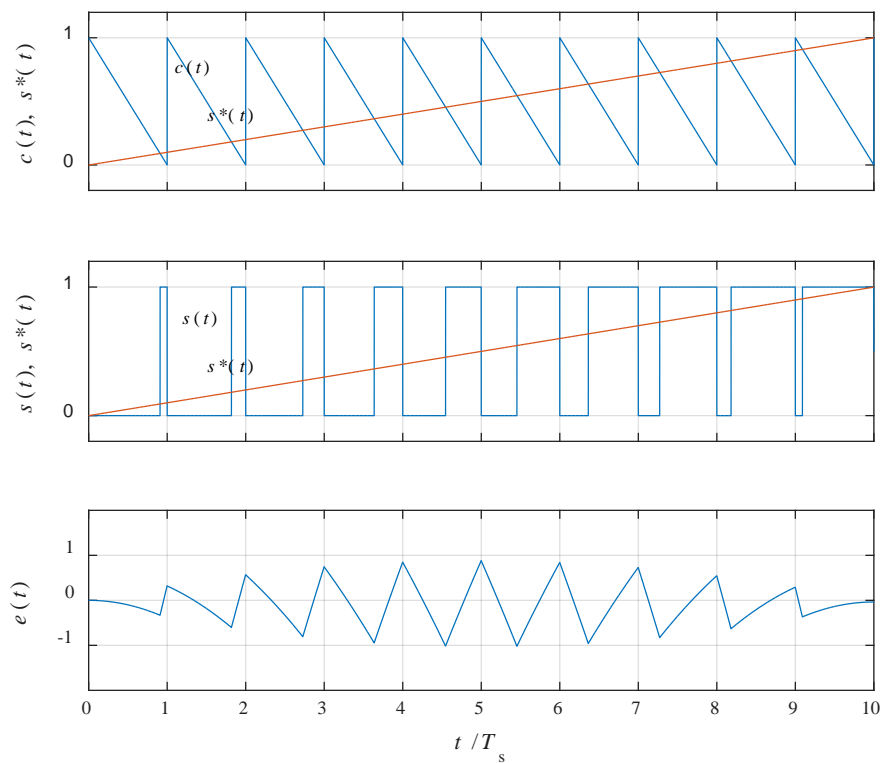
$$\begin{aligned} e(t) &= \frac{\Delta i(t) - \Delta i_0}{\Delta i_{\max} / 2} = \frac{8L}{U_1 T_s} \frac{1}{L} \int_0^t (s(t') - s^*(t')) U_1 dt' e(t) \\ &= \frac{8}{T_s} \int_0^t (s(t') - s^*(t')) dt' = e(t) \end{aligned} \quad (7.6)$$

Diese bezogene Stromabweichung ist nun unabhängig von spezifischen Parametern und kann deshalb als dimensionslose Größe zur Beurteilung der PWM-Methode herangezogen werden. Ein Wert von  $e(t) = 1$  bedeutet, dass die Stromabweichung gleich dem maximal auftretender Stromschwankung ist.

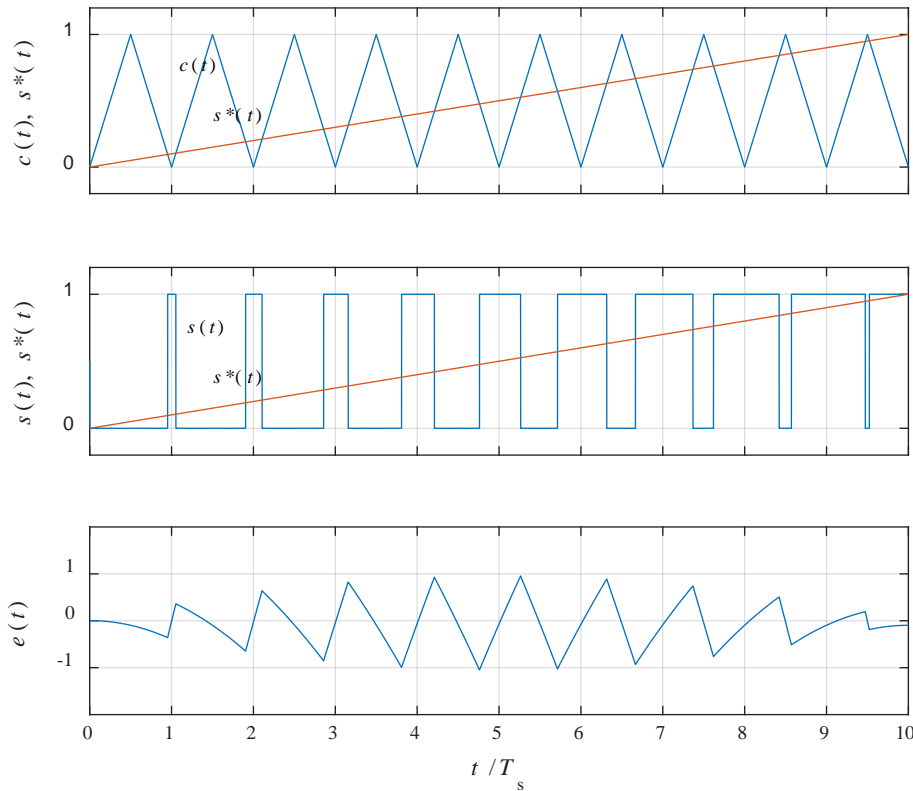
This representation of current deviation in a normalized form turned out to be independent of any specific parameters so that the dimensionless quantity  $e(t)$  can be taken for evaluation of the PWM approach. A value of  $e(t) = 1$  means that the current deviation is equal to the maximal ripple.



**Fig. 7-2:** PWM mit steigendem Dreieckssignal Trailing edge PWM



**Fig. 7-3:** PWM mit fallendem Dreieckssignal Leading edge PWM



**Fig. 7-4:**  
 PWM mit symmetrischem Dreieckssignal  
 PWM with symmetrical triangular carrier

## 7.2 Pulsweitenmodulation mit zeitdiskretem Sollwert Pulse Width Modulation with Discrete-Time Setpoints

Wird der Aussteuerungssollwert für die Pulsweitenmodulation durch eine digitale, zeitdiskret arbeitende Regelung erzeugt, wird sich dieser Sollwert  $s^*(t)$  nur noch stufenförmig entsprechend der Reglerzykluszeit  $T_c$  ändern. Es liegt nahe, die Zykluszeiten der Modulation und der Regelung zu synchronisieren:

$$T_c = T_s \tag{7.7}$$

Neue Sollwerte sollten dabei jeweils zu den Spitzen des Dreiecksmodulationssträgers vorgegeben werden. Zweckmäßigerweise übernimmt die PWM die Takterzeugung auch für die Regelung und auch die Auslösung der Messwertabtastung, siehe Fig. 7-5. Durch eine derartige Abtaststrategie wird die pulsfrequente Stromschwankung in den

In case the modulation index of the PWM is generated by a digital, discrete-time controller, the set value  $s^*(t)$  will be updated only step-like according to the controller cycle time  $T_c$ . So, it seems natural to synchronize modulation and control,

Updating of the set values should be done at the peaks of the triangular modulation carrier. Advantageously, the PWM should also take care of clock generation for the controller and it should trigger the sampling of the measurement values, see Fig. 7-5. With this sampling strategy, the pulse-frequency of the current ripple will be faded

Abtastwerten (siehe die eingekreisten Punkte in Fig. 7-5 des Signals  $e(t)$ ) geschickt ausgeblendet. Dies ist sehr willkommen, da der Stromregler nicht versuchen soll, Schwankungen auszuregulieren, die durch die PWM verursacht werden.

Wünschenswert wäre aber, dass die Abtastwerte des Stroms den dynamischen Mittelwerten entsprechen. Bei Sägezahn-Modulationsträgern wie Fig. 7-6 und Fig. 7-7 ergibt sich aber ein systematischer Abtastfehler von der Hälfte der Stromschwankung.

Dagegen vermeidet die Variante mit *symmetrischem* Dreiecksträger nach Fig. 7-8 diese systematischen Fehler. Die Abtastwerte entsprechen den dynamischen Mittelwerten. Diese Variante der Pulsweitenmodulation mit synchronisierter Abtastung wird als *Regular Sampling* oder *Natural Sampling* bezeichnet. In jeder Schaltperiode kann der Sollwert nach Gleichung (7.7) nur einmal aktualisiert werden oder sogar zweimal – wie in Fig. 7-8 gezeigt.

$$T_c = \frac{1}{2} T_s \quad (7.8)$$

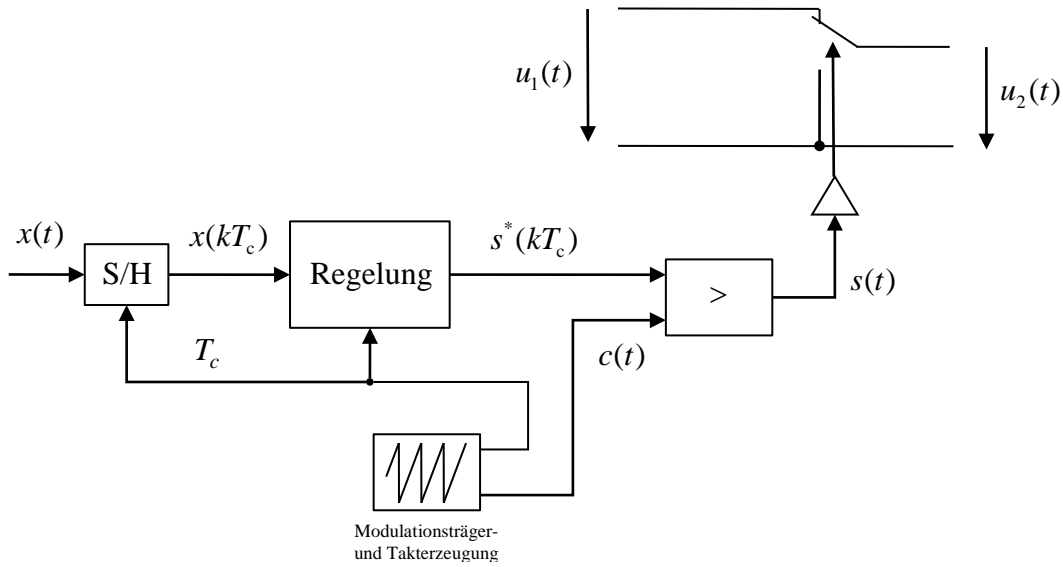
Von dieser Möglichkeit kann Gebrauch gemacht werden, um die Regelungsdynamik zu steigern ohne die Schaltfrequenz zu erhöhen.

out in the sampled data (see encircled dots in Fig. 7-5 of the signal  $e(t)$ ). This is highly welcome as the current controller should not fight against fluctuations that are due to the PWM. As a result, no analogue filtering is required to suppress the current ripple.

However, it would be desirable if the sampled data would represent the dynamic averaging values. With the the sawtooth-like modulations carriers shown in Fig. 7-6 and Fig. 7-7, a systematic sampling error of half of the current ripple results.

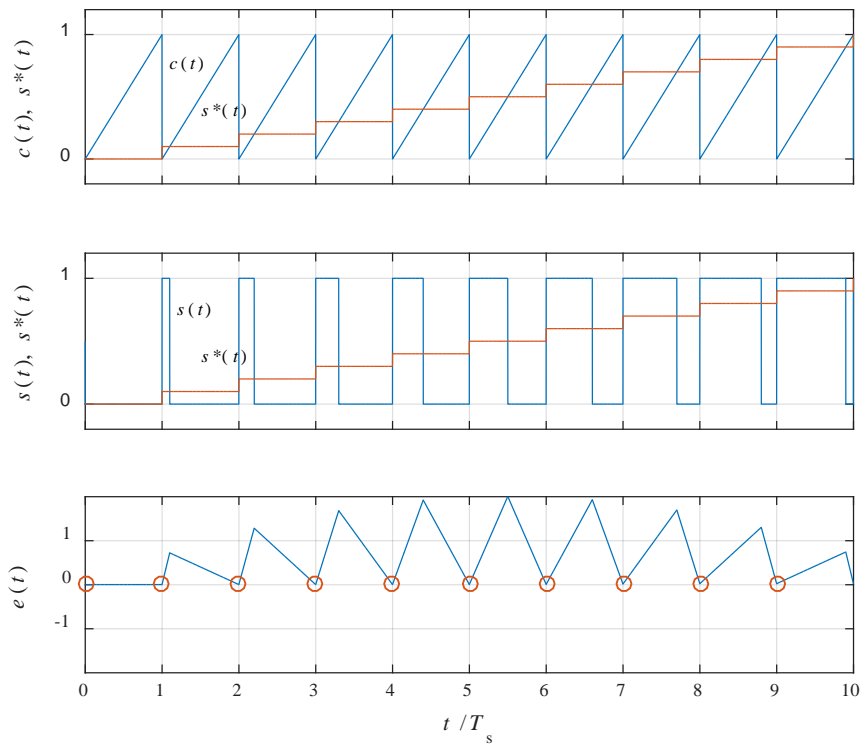
In contrast, the variant with symmetrical triangular carrier according to Fig. 7-8 avoids such systematic errors. The sampled data correspond to the dynamic averages. This variant of the pulse width modulation is called *Regular Sampling* or *Natural Sampling*. In each switching period, the set value can be updated only once according to equation (7.7), or even twice as shown in Fig. 7-8.

This option could be used to speed up the control dynamics without increasing the switching frequency.



**Fig. 7-5:**  
Synchronisierung einer  
zeitdiskreten Regelung, der  
Messwertabtastung und der PWM

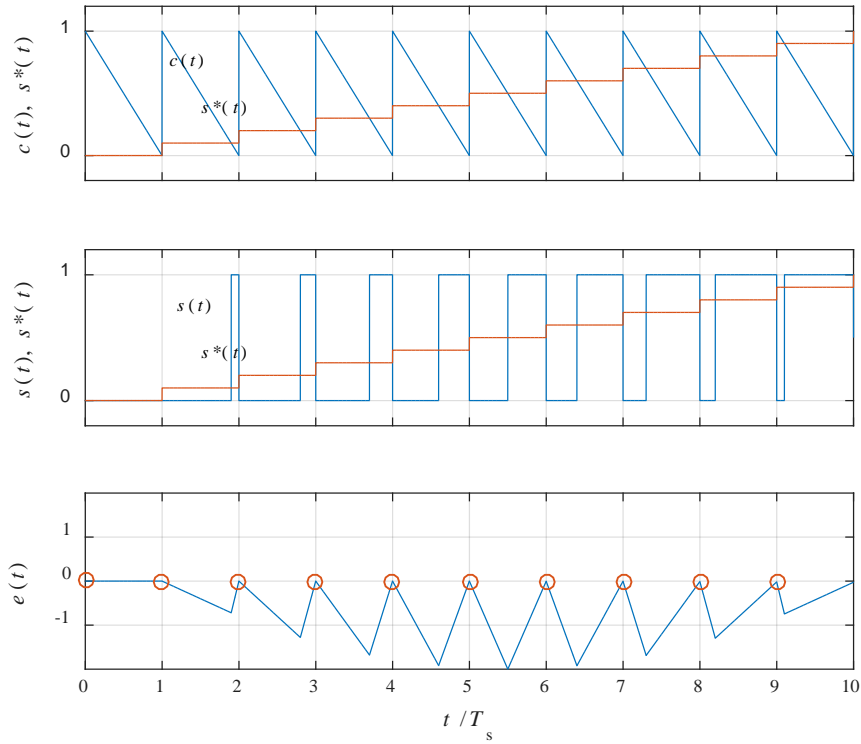
Synchronization of a time-  
discrete control, the  
measurement sampling and  
PWM



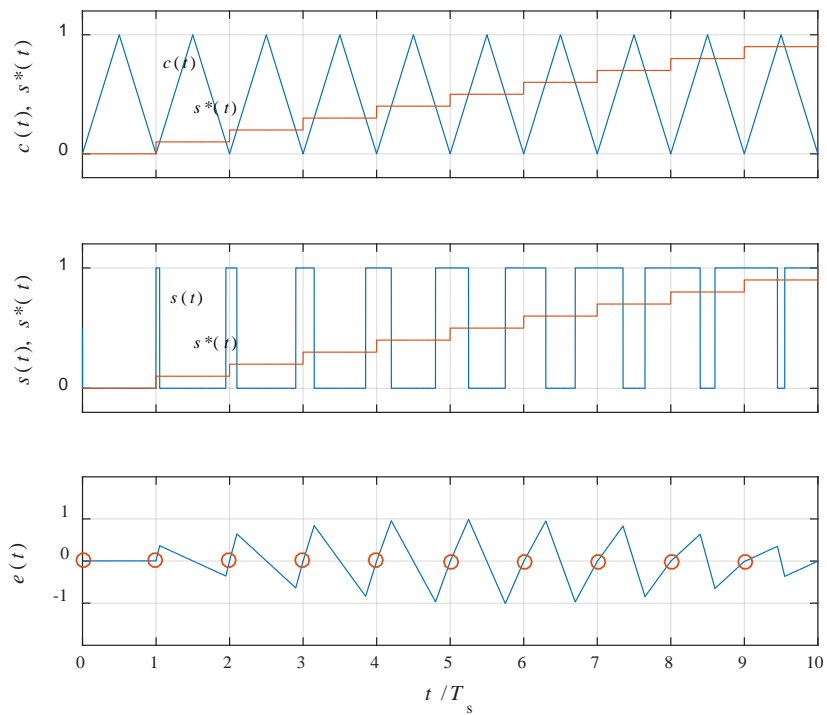
**Fig. 7-6:**  
PWM mit steigendem  
Dreieckssignal und zeitdiskretem  
Sollwert

Trailing edge PWM signal with  
discrete-time demands

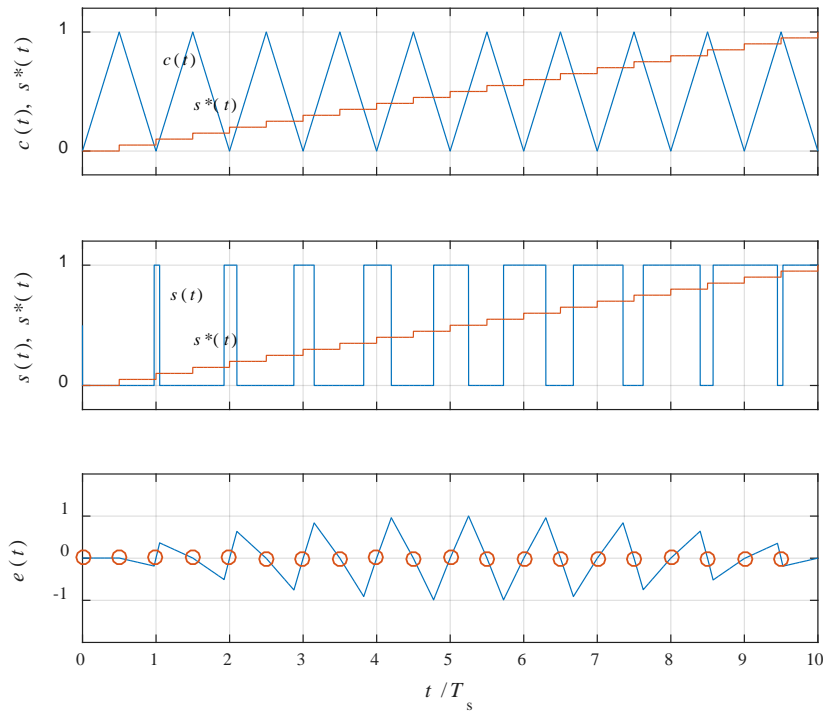




**Fig. 7-7:** PWM mit fallendem Dreieckssignal und zeitdiskretem Sollwert Leading edge PWM signal with discrete-time demands



**Fig. 7-8:** PWM mit symmetrischem Dreieckssignal und zeitdiskretem Sollwert PWM with symmetric triangular signal and discrete-time demands

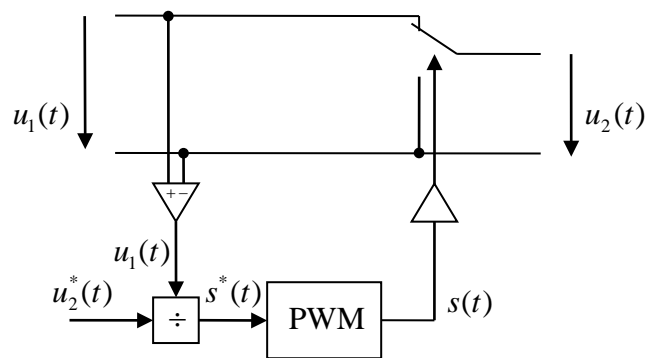


**Fig. 7-9:**  
 PWM mit symmetrischem Dreiecksträger und zeitdiskreten Sollwerten mit  $T_c = T_s / 2$       PWM with symmetric triangular carrier and discrete-time demands with  $T_c = T_s / 2$

### 7.3 Pulsweitenmodulation mit Berücksichtigung einer veränderlichen Speisespannung Pulse Width Modulation Considering Variable Supply Voltage

Eine veränderliche Speisespannung kann bei der Pulsweitenmodulation natürlich durch Messung der Eingangsspannung berücksichtigt werden. Wie Fig. 7-10 zeigt, ist neben der Messung von  $u_1$  auch ein Dividierer notwendig.

A varying supply voltage can of course be taken into account by measurement of this input voltage. As Fig. 7-10 shows beside the measurement, a divider is necessary to carry out this concept.



**Fig. 7-10:**  
PWM mit Berücksichtigung  
variierender Eingangsspannung

PWM considering varying input  
voltage

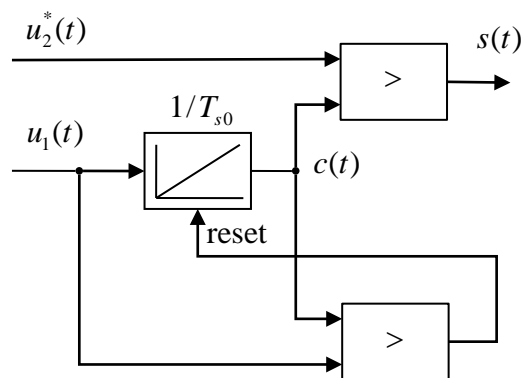
Um den Dividierer zu umgehen, kann eine modifizierte PWM nach Fig. 7-11 verwendet werden. Die resultierende Schaltfrequenz ist hierbei aber im Allgemeinen nicht mehr konstant. Nur für  $u_1 = \text{const.}$  resultiert

In order to avoid the divider, a modified PWM according to Fig. 7-11 can be used. The resulting switching frequency, however, is no longer constant. Only for  $u_1 = \text{const.}$  it follows

$$T_s = T_{s0} = \text{const.} \quad (7.9)$$

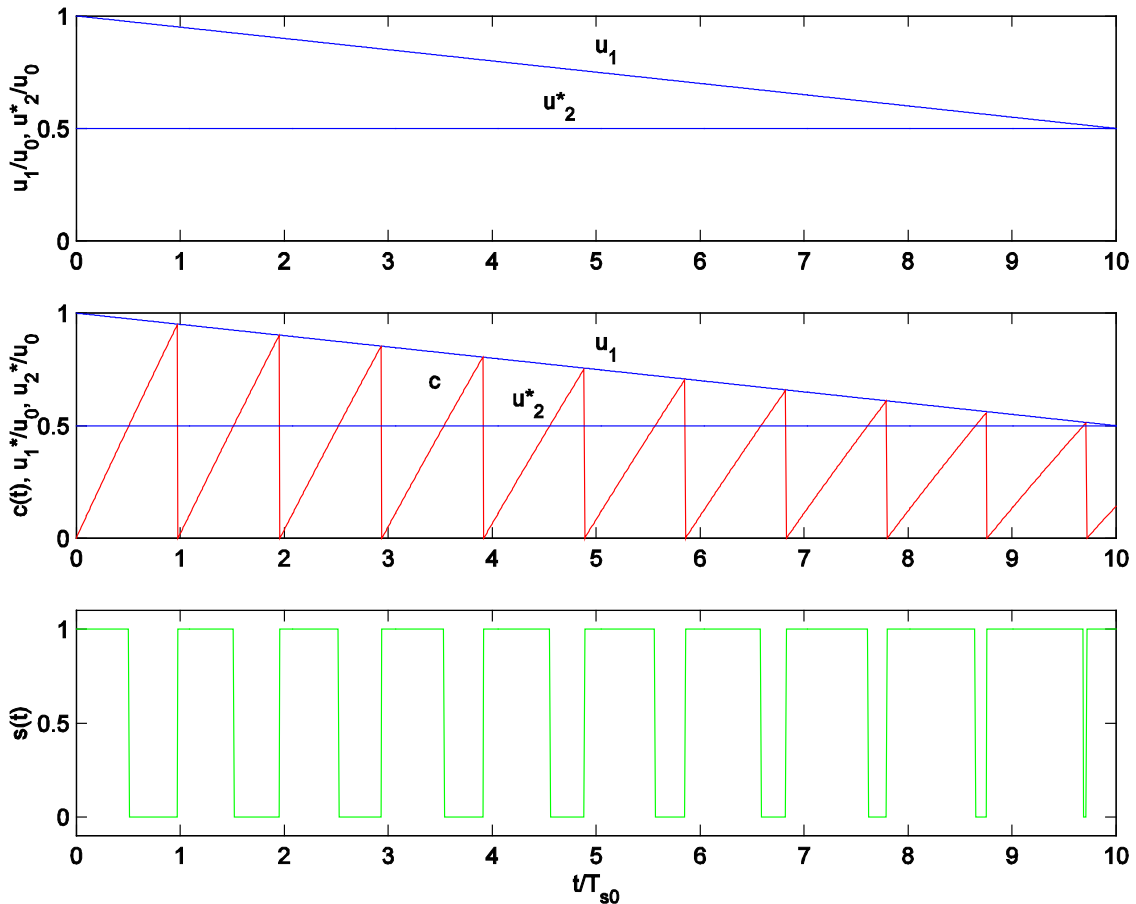
Dagegen verringert sich für  $\dot{u}_1 < 0$  die Schaltperiode, für  $\dot{u}_1 > 0$  erhöht sich die Schaltperiode, siehe Fig. 7-12.

For  $\dot{u}_1 < 0$  the switching period is reduced, for  $\dot{u}_1 > 0$  the switching period is increased, accordingly, see Fig. 7-12.



**Fig. 7-11:**  
Modifizierte PWM mit  
Berücksichtigung einer  
veränderlichen Speisespannung  
ohne Dividierer

Modified PWM considering  
varying supply voltage without  
divider



**Fig. 7-12:**  
Pulserzeugung mit der modifizierten PWM, hier mit einem konstanten Sollwert und einer veränderlichen Eingangsspannung

Pulse generation with the modified PWM, here with a constant demand but with varying input voltage

#### 7.4 Pulsweitenmodulation mit Rückführung der Ausgangsspannung Pulse Width Modulation with Feedback of the Output Voltage

Abhängig von Schaltverzugszeiten, Kommutierungsvorgängen, Spannungsabfällen an Dioden und Transistoren kann der tatsächliche Mittelwert der Ausgangsspannung vom Sollwert der Pulsweitenmodulation abweichen. Durch Messung und Rückführung der Ausgangsspannung können derartige Fehler der Ausgangsspannung kompensiert und eliminiert werden, was insbesondere für Audio-Anwendungen von Bedeutung ist.

Due to the delays caused by switching and commutation, voltage drops across diodes and transistors, the actual mean value of the output voltage may vary from the reference value of the pulse width modulation. By measurement and feedback of the output voltage such errors of the output voltage can be compensated and eliminated which may be interesting particularly for audio application.

Die Messung einer Spannung ist jedoch, wenn ein Potential-trennender Messwandler notwendig ist, aufwendig und teuer. Daher wird das in diesem Abschnitt beschriebene

The measurement of the voltage would be an expensive effort, if isolating transducer are necessary. Therefore, the approach mentioned in this section is applied only to

Verfahren hauptsächlich dem Kleinspannungsbereich, in welchem Spannungsmessungen sehr einfach z.B. durch Widerstandsteiler vorgenommen werden können, vorbehalten sein.

small voltage applications, where voltage measurements can be realized e.g. by use of very simple resistor divider networks.

Auf die Messung der Speisespannung  $u_1$  kann verzichtet werden. Dann wird statt des Messwerts der Nominalwert verwendet.

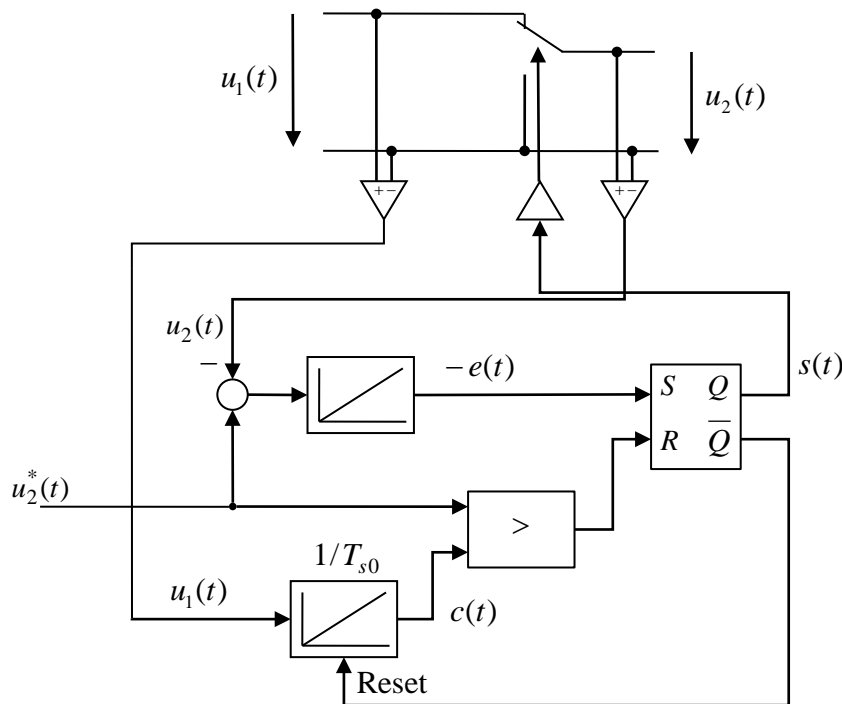
Measurement of the supply voltage  $u_1$  can be omitted. Then, instead of the measured value of the nominal value is used.

Die resultierende Pulsfrequenz ist bei diesem Verfahren nur noch ungefähr konstant.

The resulting pulse frequency is only approximately constant with this method.

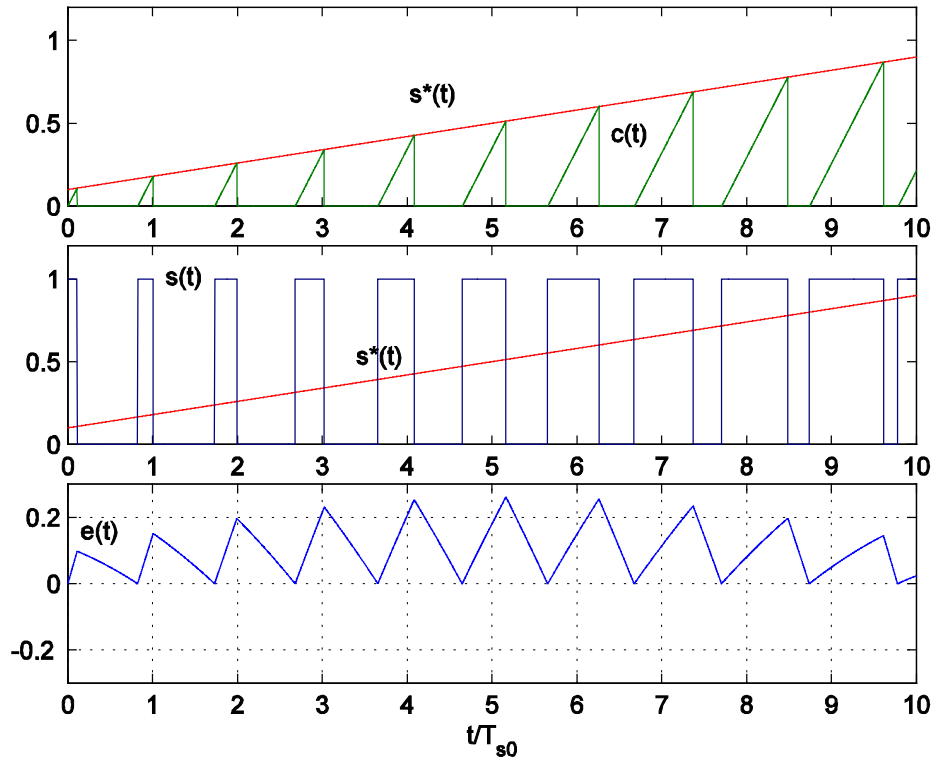
Die Struktur dieses Verfahrens zeigt Fig. 7-13. In Fig. 7-14 ist das zeitliche Verhalten zu sehen. Fig. 7-15 beschreibt eine weitere Modifikation zur Symmetrierung des integralen Fehlers.

The structure of this approach is shown in Fig. 7-13. Fig. 7-14 shows the resulting time behavior. Another modification in order to symmetrize the integral error is depicted in Fig. 7-15.



**Fig. 7-13:**  
PWM mit Rückführung der  
Ausgangsspannung

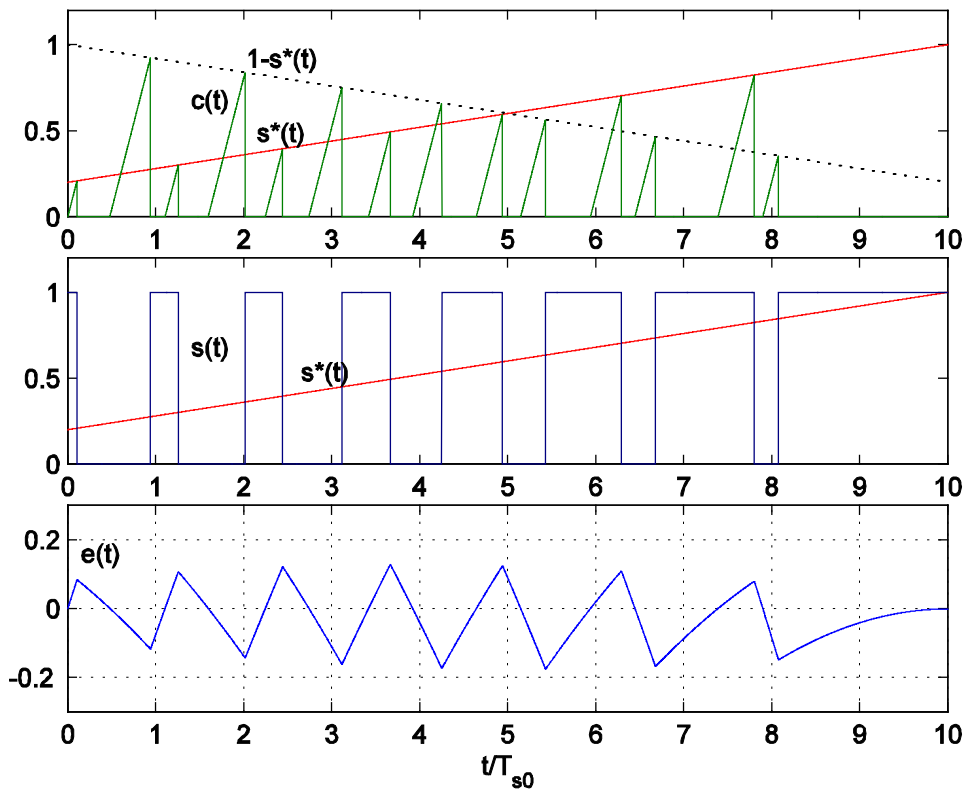
PWM with feedback of the output  
voltage



**Fig. 7-14:**

PWM mit Rückführung der  
Ausgangsspannung

PWM with feedback of the  
output voltage



**Fig. 7-15:**

PWM mit Rückführung der  
Ausgangsspannung, modifizierter  
Ablauf zur Symmetrierung des  
integralen Fehlers

PWM with feedback of the  
output voltage, modified  
procedure for balancing the  
integral error

## 8 Oberschwingungen der Pulsweitenmodulation Harmonics of Pulse Width Modulation

Durch die Pulsweitenmodulation wird der gewünschte Sollwert als Mittelwert der Schaltfunktion realisiert. Durch die schaltende Arbeitsweise entstehen natürlich auch Oberschwingungen, die im Folgenden analysiert werden sollen. Für folgende Aspekte sind die Oberschwingungen von Bedeutung:

- Zusätzliche Verluste aufgrund von Oberschwingungen
- Geräusche (die vorrangig durch magnetische Elemente im Stromkreis entstehen)
- Verzerrungen bei Audio-Anwendungen
- Anregung von Resonanzen
- Einhaltung von Oberschwingungsgrenzdaten in öffentlichen Netzen
- Sicherstellung der elektromagnetischen Verträglichkeit (EMV) zwischen verschiedenen elektrotechnischen Komponenten und Systemen

By means of pulse width modulation the desired setpoint is realized as the average of the switching function. By the switching operation of course also harmonics are generated which will be analyzed below. Due to the following reasons harmonics are important:

- Additional losses occur due to harmonics
- Noise (caused primarily by magnetic elements in the circuit)
- Distortion in audio applications
- Excitation of resonances
- Compliance with the regulation standards of public grids
- Ensuring *electromagnetic compatibility* (EMC) between various electrotechnical components and systems

### 8.1 Oberschwingungen bei konstantem Sollwert Harmonics at a Constant Setpoint

Ausgegangen wird von der Pulsweitenmodulation mit symmetrischem Dreiecksmodulationsträger. Zur Vereinfachung der Rechnung wird eine symmetrische Schaltfunktion mit den Werten

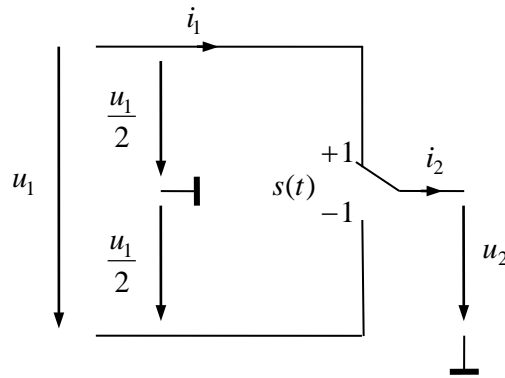
$$s(t) \in \{-1;1\} \quad (8.1)$$

angenommen, wie sie für eine Stellerschaltung mit Mittelpunkt verwendet werden kann. Von dieser idealisierten Schaltung wird ausgegangen, da die Ergebnisse dann am einfachsten auf andere Strukturen wie den normalen Tiefsetzsteller, den 4-Quadrantensteller oder den dreisträngigen Pulswechselrichter übertragen werden können. Die Ausgangsspannung resultiert dann zu

$$u_2(t) = \frac{1}{2} s(t) u_1(t) \quad (8.2)$$

The starting point is the pulse width modulation with symmetrical triangle carrier modulation. To simplify the calculation, a symmetrical switching function with the values

is assumed as it would be the case with circuits with a midpoint. This idealized circuit is assumed as the results can easily be applied also to the other structures such as the buck converter, the 4-quadrant converter, or to the three-phase inverter. The output voltage is then,



**Fig. 8-1:**  
 Steller mit Mittelpunktspotenzial

Converter with midpoint potential

Zunächst wird bei der Pulsweitenmodulation ein konstanter Sollwert  $s^*$  betrachtet. Mit dem symmetrischen Dreiecksmodulationsträger  $c(t)$  wird die Schaltfunktion

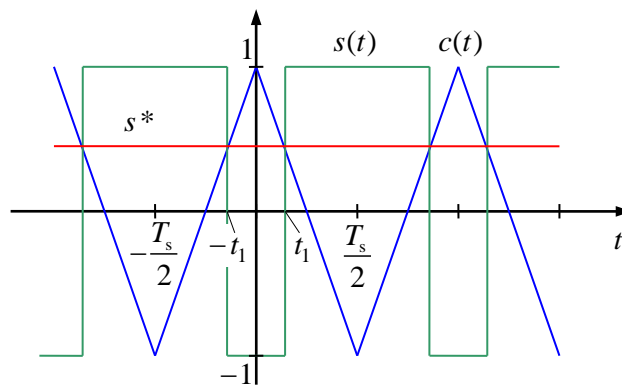
First, a constant setpoint  $s^*$  is considered for the pulse width modulation. With the symmetrical triangle carrier modulation  $c(t)$ , the switching function

$$s(t) = \text{sgn}(s^*(t) - c(t)) \quad (8.3)$$

erzeugt. Aufgrund einfacher geometrischer Überlegungen ist sichergestellt, dass der Sollwert wie beabsichtigt gleich dem Mittelwert der generierten Schaltfunktion ist, s. Fig. 8-2,

is generated. By simple geometric consideration it is proved that the reference is equal to the average of the switching function as desired, see Fig. 8-2,

$$\bar{s} = s^* \quad (8.4)$$



**Fig. 8-2:**  
 Pulsweitenmodulation mit zeitkontinuierlichem Sollwert

Pulse width modulation with continuous-time setpoint

Daneben verursacht die schaltende Arbeitsweise aber Harmonische. Es treten die Pulsfrequenz  $f_s$  bzw.  $\omega_s = 2\pi f_s$  und deren Vielfache auf. Die komplexen Fourierkoeffizienten der Frequenzen  $k\omega_s$  bestimmen sich  $k \neq 0$  über:

In addition the switching operation causes harmonics. Harmonics with pulse frequency  $f_s$  or  $\omega_s = 2\pi f_s$ , respectively, and multiples occur in the system. The complex Fourier coefficients of the frequencies  $k\omega_s$



are determined for any order  $k \neq 0$  as follows:

$$\begin{aligned}
 S(k\omega_s) &= \frac{1}{T_s} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} e^{-jk\omega_s t} s(t) dt \\
 &= \frac{1}{T_s} \left( \int_{-T_s/2}^{-t_1} e^{-jk\omega_s t} dt - \int_{-t_1}^{t_1} e^{-jk\omega_s t} dt + \int_{t_1}^{T_s/2} e^{-jk\omega_s t} dt \right) \\
 &= \frac{1}{T_s} \left( \int_{-T_s/2}^{T_s/2} e^{-jk\omega_s t} dt - 2 \int_{-t_1}^{t_1} e^{-jk\omega_s t} dt \right) \tag{8.5} \\
 &= -\frac{2}{T_s} \int_{-t_1}^{t_1} e^{-jk\omega_s t} dt = \frac{2}{T_s jk\omega_s} \left( e^{-jk\omega_s t_1} - e^{+jk\omega_s t_1} \right) \\
 &= -\frac{2}{\pi k} \sin k\omega_s t_1 = -\frac{2}{\pi k} \sin 2\pi k f_s t_1
 \end{aligned}$$

Mit

With

$$t_1 = \frac{T_s}{4}(1 - s^*) \tag{8.6}$$

folgt weiter,

further,

$$S(k\omega_s) = -\frac{2}{\pi k} \sin\left(\frac{\pi k}{2}(1 - s^*)\right) \tag{8.7}$$

Der Fourierkoeffizient für die Frequenz  $\omega = 0$  ist der schon bekannte Mittelwert:

The Fourier coefficient for the frequency  $\omega = 0$  is already known, it is the mean value:

$$S(0) = \bar{s} = s^* \tag{8.8}$$

Unabhängig vom tatsächlichen Sollwert lassen die Harmonischen durch

Independent of the particular setpoint the harmonics can be estimated by

$$|S(k\omega_s)| \leq \frac{2}{\pi k} \tag{8.9}$$

abschätzen. Die Schaltfunktion kann im Zeitbereich über die Fourierreihe

The switching function can be represented in the time domain via the Fourier series

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S(k\omega_s) e^{jk\omega_s t} = -\frac{2}{\pi k} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi k}{2}(1 - s^*)\right) e^{jk\omega_s t} \tag{8.10}$$

dargestellt werden. Da

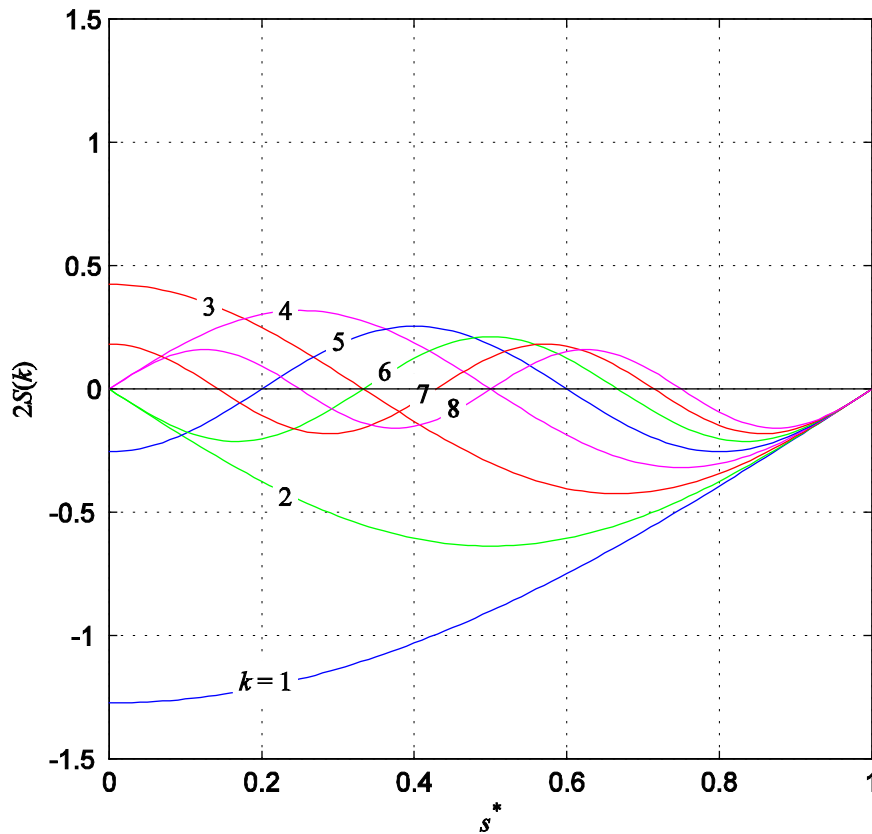
Since,

$$S(k\omega_s) = S(-k\omega_s) \tag{8.11}$$

kann man auch schreiben

it can also be written as,

$$s(t) = S(0) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} S(k\omega_s) \cos k\omega_s t = s^* - \frac{4}{\pi k} \sum_{k=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi k}{2}(1-s^*)\right) \cos k\omega_s t \tag{8.12}$$



**Fig. 8-3:**  
 Harmonische bei der  
 Dreiecksmodulation

Harmonic with the triangular  
 modulation

Weitere mögliche Darstellung:

Another possible representation:

$$\begin{aligned} s(t) &= s^* - \frac{2}{\pi k} \sum_{k=1}^{\infty} \sin(\pi k(1-s^*)) \cos(2k\omega_s t) - \frac{4}{\pi(2k+1)} \sum_{k=0}^{\infty} \sin\left(\pi \frac{2k+1}{2}(1-s^*)\right) \cos((2k+1)k\omega_s t) \\ &= s^* + \frac{2}{\pi k} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \sin(\pi k s^*) \cos(2k\omega_s t) - \frac{4}{\pi(2k+1)} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cos\left(\pi\left(k+\frac{1}{2}\right)s^*\right) \cos((2k+1)k\omega_s t) \end{aligned} \tag{8.13}$$

Näherung für kleine  $s^*$ :

An approximation for small  $s^*$ :

$$s(t) \approx s^* + 2s^* \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cos(2k\omega_s t) - \frac{4}{\pi(2k+1)} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cos((2k+1)k\omega_s t) \quad (8.14)$$

Das heißt, die ungradzahligen Vielfachen der Schaltfrequenz hängen in 1. Näherung nicht von dem Sollwert  $s^*$  ab; sie sind näherungsweise konstant, während die gradzahligen Vielfachen proportional mit dem Sollwert wachsen.

That is, the odd multiples of the switching frequency do not depend on the setpoint  $s^*$ ; i.e. they are approximately constant. The even-numbered multiples grow proportionally with the setpoint.

Beim Beispiel eines Tiefsetzstellers mit konstanter Eingangsspannung  $u_1(t) = U_1$  ergibt sich mit der hier verwendeten Definition der Schaltfunktion die Ausgangsspannung nach

For the buck converter with a constant input voltage  $u_1(t) = U_1$  the output voltage is, using the switching function as defined here, to be written as

$$u_2(t) = \frac{1}{2}(s(t) + 1)U_1 \quad (8.15)$$

Die Harmonischen der Spannung  $u_2$  folgen also für  $k \neq 0$  nach (8.7) zu

The harmonics of the voltage  $u_2$  follows for  $k \neq 0$  according to (8.7) as

$$U_2(k\omega_s) = \frac{U_1}{2} S(k\omega_s) = -\frac{U_1}{\pi k} \sin\left(\frac{\pi k}{2}(1 - s^*)\right) \quad (8.16)$$

Ist die Eingangsspannung  $u_1(t)$  nicht konstant, sondern besitzt sie selbst harmonische Anteile, ergeben sich die Harmonischen der Ausgangsspannung über die Faltungsoperation

If the input voltage  $u_1(t)$  is not constant, but has itself harmonic components, then the output harmonics are determined via the convolution operation

$$U_2(k\omega_s) = \frac{1}{2}(U_1 * S)(k\omega_s) = \frac{1}{2} \sum_{l=-\infty}^{\infty} U_1(k\omega_s - l\omega_s) S(l\omega_s) \quad (8.17)$$

Oftmals interessieren nicht unmittelbar die Harmonischen der Spannung, sondern die des Ausgangsstroms  $i_2$ . Ganz allgemein lassen sich die Stromüberschwingungen über die Impedanz der angeschlossenen Last nach

Often we are not interested in the voltage harmonics, but in the harmonics of the output current  $i_2$ . Generally, the current harmonics depend on the impedance of the connected load according to

$$I(k\omega_s) = \frac{U(k\omega_s)}{Z(k\omega_s)} \quad (8.18)$$

Für eine einfache induktive Last  $L$  mit

For a simple inductive load with  $L$

$$Z(\omega) = j\omega L \quad (8.19)$$

folgt für die Stromüberschwingungen bei (bei konstanter Eingangsspannung)

the current harmonics follows (at constant DC input voltage)

$$I_2(k\omega_s) = \frac{U_1(k\omega_s)}{jk\omega_s L} = \frac{jU_1}{\omega_s L \pi k^2} \sin\left(\frac{\pi k}{2}(1-s^*)\right) \quad (8.20)$$

Unabhängig von der Aussteuerung kann man also die Stromüberschwingungen durch

Independent of the modulation we can find an upper bound of the current harmonics by

$$|I_2(k\omega_s)| \leq \frac{U_1}{\omega_s L \pi k^2} \quad (8.21)$$

abschätzen. Sie fallen also mit  $1/k^2$ . Stellt man diese Abschätzung als einhüllende Abschätzung der Harmonischen über der Frequenz  $\omega = k\omega_s$  dar, lautet diese

The harmonics decay with the rate of  $1/k^2$ . We represent this estimate as an envelope estimation of the harmonics at the frequency  $\omega = k\omega_s$ , this is,

$$|I_2(\omega)| \leq \frac{\omega_s U_1}{\pi \omega^2 L} \quad (8.22)$$

Diese Darstellung ist insofern überraschend, da man intuitiv erwartet, dass die Oberschwingungen kleiner werden, je höher die Schaltfrequenz  $\omega_s$  gewählt wird. Betrachtet man aber eine feste Frequenz  $\omega$  und verändert die Schaltfrequenz  $\omega_s$ , so wird die Einhüllende an der Stelle  $\omega$  mit wachsender Schaltfrequenz  $\omega_s$  größer. Es ist also keine gute Idee, den Oberschwingungsgehalt bei einer bestimmten Frequenz durch Erhöhung der Schaltfrequenz verringern zu wollen.

This representation is a bit surprising, since we intuitively expect the harmonics decay, if a higher switching frequency  $\omega_s$  is chosen. However, if we consider a fixed frequency  $\omega$  and vary the switching frequency  $\omega_s$ , so the envelope will get even larger at the point  $\omega$  with increasing switching frequency  $\omega_s$ . So it is not a good idea to improve the harmonic content at a certain frequency by increasing the switching frequency.

Der Gesamteffektivwert der Harmonischen (ohne den Gleichstrom als „Nutzkomponente“, oft als *total harmonic distortion*, *THD*, bezeichnet) ergibt sich über die Summe der Quadrate der Fourierkoeffizienten:

The overall RMS value of the harmonics is obtained through the sum of the squares of the Fourier coefficients (without the DC component at useful component), often referred to as *total harmonic distortion*, *THD*.

$$\Delta I_2^2 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |I_2(k\omega_s)|^2 - I_2^2(0) = \sum_{k=1}^{\infty} 2|I_2(k\omega_s)|^2 \quad (8.23)$$

$$\Delta I_2^2 = \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} |I_2(k\omega_s)|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} 2|I_2(k\omega_s)|^2 \quad (8.24)$$

$$\Delta I_2 = \frac{U_1}{\pi \omega_s L} \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k^2} \sin^2\left(\frac{\pi k}{2}(1-s^*)\right)} \quad (8.25)$$

Diese unendliche Reihe lässt sich einfacher im Zeitbereich bestimmen. Aufgrund des

This infinite series can easier be determined in the time domain. Because of Parseval's

Parsevalschen Theorems der Fouriertransformation muss dies gleich dem Effektivwert der Stromabweichung im Zeitbereich sein. Die Übertragung des Ergebnisses (3.24) aus Abschnitt 3.1 liefert direkt

theorem of the Fourier transform, the value must be equal to the RMS value of the current variation in the time domain. Using the result (3.24) from section 3.1 gives directly

$$\begin{aligned}\Delta I_2 &= \frac{1}{2\sqrt{3}}(1-s^{*2})\frac{U_1}{4Lf_s} \\ &= \frac{\pi U_1}{4\sqrt{3}\omega_s L}(1-s^{*2})\end{aligned}\tag{8.26}$$

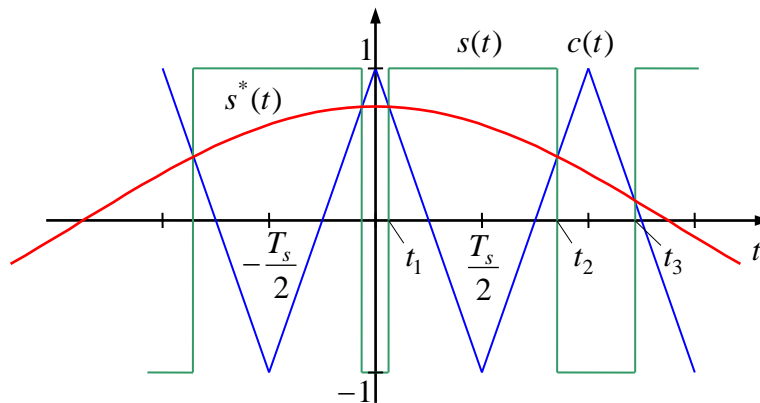
Der Gesamteffektivwert der Harmonischen sinkt somit mit steigender Schaltfrequenz  $\omega_s$ .

The THD value of the harmonics, however, really decreases with increasing switching frequency  $\omega_s$ .

## 8.2 Oberschwingungen bei sinusförmigem Sollwert Harmonics with Sinusoidal Setpoint

Annahme eines stationären Zustands, Assuming steady state condition,  
 Modulation mit Amplitude  $A$  und modulation with amplitude  $A$  and  
 Grundfrequenz  $\omega_0$ : fundamental frequency  $\omega_0$ :

$$s^*(t) = A \cos \omega_0 t = A \cos 2\pi f_0 t = \frac{A}{2} (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}) \quad (8.27)$$



**Fig. 8-4:**  
 Dreiecksmodulation mit sinusförmigem Sollwert  
 Triangular modulation with sinusoidal setpoint

Um eine direkte Fourieranalyse der Schaltfunktion  
 In order to perform direct Fourier analysis of the switching function

$$s(t) = \text{sgn}(s^*(t) - c(t)) \quad (8.28)$$

durchzuführen, müssten zunächst die Schaltzeitpunkte  $t_k$  bestimmt werden. Wären diese Zeitpunkte bekannt, könnte das Integral  
 we must firstly determine switching instants  $t_k$ . If the time values were known to us, the integral

$$S(\omega) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) e^{-j\omega t} dt \quad (8.29)$$

verhältnismäßig leicht ausgeführt werden: Could be solved relatively easily:

$$S(\omega) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{T} \left[ \int_{t_1}^{t_2} (+1) e^{-j\omega t} dt + \int_{t_2}^{t_3} (-1) e^{-j\omega t} dt + \dots \right] \quad (8.30)$$

$$= \frac{2}{T\omega} [e^{-j\omega t_1} - e^{-j\omega t_2} + e^{-j\omega t_3} - \dots]$$

Probleme:

Problem:

Das Signal  $s(t)$  ist nur periodisch, wenn

The signal  $s(t)$  is periodic only if

$$n_p = \frac{\omega_s}{\omega_0} = \frac{N}{M} \in \mathcal{Q} \quad (8.31)$$

eine rationale Zahl ist. Dann ist die Periodendauer

is a rational number. Then, the period results as

$$T = \frac{2\pi M}{\omega_0} \quad (8.32)$$

Im irrationalen Fall

In case of a irrational number,

$$n_p = \frac{\omega_s}{\omega_0} \notin \mathcal{Q} \quad (8.33)$$

ist  $s(t)$  nicht periodisch und die Fourierkoeffizienten sind über

$s(t)$  not periodic and the Fourier coefficients must be determined by the limit value

$$S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) e^{-j\omega t} dt \quad (8.34)$$

zu bestimmen. Außerdem ergeben sich die Schaltzeitpunkte  $t_k$  als Lösung von Gleichungen der Gestalt

Also, the switching instants  $t_k$  are the solutions of equations of the form

$$1 - 4 \left| \frac{t}{T_s} - k \right| = A \cos \omega_0 t \quad (8.35)$$

Die Lösungen  $t_k$  sind daher transzendent und lassen sich nicht geschlossen darstellen. Dieser recht unhandliche Weg kann durch eine recht elegante Methode umgangen werden, indem die Problemstellung zunächst erweitert wird: Zu diesem Zweck geht man zuerst auf die Winkelvariablen

Such solutions  $t_k$  are therefore transcendent and cannot represent themselves in a closed form. This rather awkward way can be circumvented by a rather elegant way by the problem is first extended: For this reason, we first look over the angle variables

$$\alpha = \omega_s t \quad (8.36)$$

$$\beta = \omega_0 t \quad (8.37)$$

über. Die beiden Variablen  $\alpha, \beta$  sind natürlich linear abhängig. Der Quotient

Both variables  $\alpha, \beta$  are naturally linearly dependent. The quotient

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\omega_s}{\omega_0} = n_p \quad (8.38)$$

ist konstant und gleich der Pulszahl  $n_p$ . Die Pulszahl kann ganzzahlig sein. In diesem Fall spricht man von *synchroner Pulsung*. Es wird jedoch an dieser Stelle keine Annahme über die Pulszahl gemacht. Die Variablen  $\alpha, \beta$  werden vielmehr so behandelt, als seien sie von einander unabhängig. Mit diesen Variablen wird das Modulationssignal und der Dreiecksmodulationsträger dargestellt:

is constant and equal to the pulse number  $n_p$ . The pulse number can be an integer. In this case we speak of *synchronized pulsing*. However, at this point no assumption is made on the nature of the pules number. Rather, the variables  $\alpha, \beta$  are treated as if they were independent of each other. Using these variables, the modulation signal and triangular modulation carrier is written as

$$s^*(\beta) = A \cos \beta \quad (8.39)$$

$$c(\alpha) = 1 - \frac{2}{\pi} |\alpha - 2k\pi| \quad \text{für } \alpha \in [(2k-1)\pi; (2k+1)\pi] \quad (8.40)$$

Die Schaltfunktion wird wie bisher über einen Vergleich dieser beiden Signale erzeugt, sie ist nun aber eine Funktion von zwei Variablen:

The switching function is generated as before by a comparison of these two signals. However, it is now a function of two variables:

$$s(\alpha, \beta) = \text{sgn}(s^*(\beta) - c(\alpha)) \quad (8.41)$$

Wichtig ist zu erkennen, dass die Funktion  $s(\alpha, \beta)$  in beiden Variablen periodisch in  $2\pi$  ist. Stellt man die Funktionswerte der Schaltfunktion  $s(\alpha, \beta) \in \{-1, +1\}$  in der  $(\alpha, \beta)$ -Ebene dar ergibt sich Fig. 8-5, wobei nur der Bereich  $|\alpha| \leq \pi, |\beta| \leq \pi$  dargestellt ist. Die Gebiete mit Funktionswerten  $+1$  und  $-1$  werden durch die Kurve

It is important to recognize that the function  $s(\alpha, \beta)$  is periodically in  $2\pi$  with respect to each of the two variables. The representation of the function values of the switching function  $s(\alpha, \beta) \in \{-1, +1\}$  in the  $(\alpha, \beta)$ -plane is shown in Fig. 8-5, where only the area  $|\alpha| \leq \pi, |\beta| \leq \pi$  is shown. The areas of function values  $+1$  and  $-1$  are separated by the curve

$$s^*(\beta) = c(\alpha) \quad (8.42)$$

separiert. Daraus folgt

Consequently

$$A \cos(\beta) = 1 - \frac{2}{\pi} |\alpha| \quad (8.43)$$

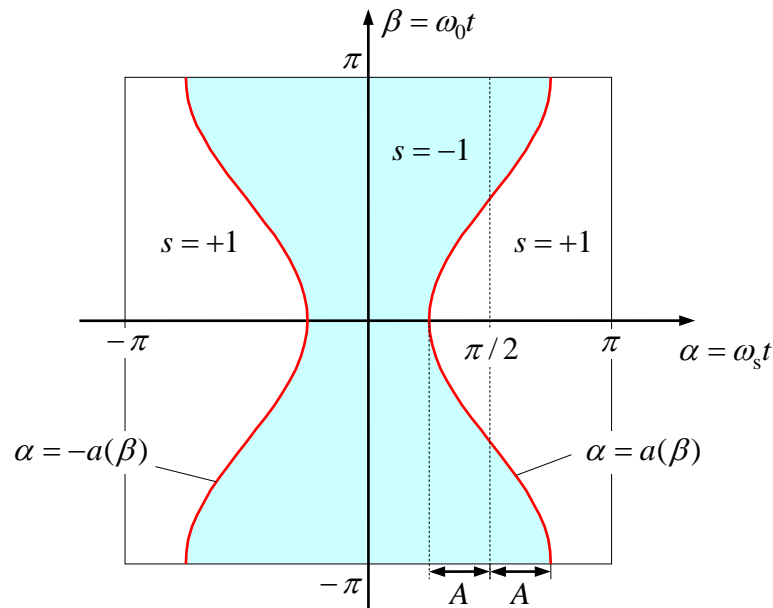
$$|\alpha| = \frac{\pi}{2} (1 - A \cos(\beta)) \quad (8.44)$$

bzw.

and

$$\alpha = \pm a(\beta) = \pm \frac{\pi}{2} (1 - A \cos(\beta)) \quad (8.45)$$





**Fig. 8-5:**  
 Schaltfunktion  $s(\alpha, \beta)$ ,  
 Darstellung der Elementarzelle

Switching function  $s(\alpha, \beta)$ ,  
 representation of a basic cell

Die Schaltfunktion  $s(\alpha, \beta)$  unterwirft man nun der zweidimensionalen Fouriertransformation. Da die Funktion  $s(\alpha, \beta)$  in beiden Variablen periodisch in  $2\pi$  ist, braucht die Integration nur über diesen Bereich ausgeführt werden und es treten nur Harmonischen mit ganzen Ordnungszahlen auf:

The switching function  $s(\alpha, \beta)$  is transformed now using the two-dimensional Fourier transform. Since the function  $s(\alpha, \beta)$  is periodic in  $2\pi$  with respect to both variables, the integration has to be carried out only over this area and only harmonics of integer orders occur:

$$S_{mn} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} s(\alpha, \beta) e^{-j(m\alpha+n\beta)} d\alpha d\beta \quad (8.46)$$

Mit diesen Fourierkoeffizienten  $S_{mn}$  lässt sich ähnlich wie im eindimensionalen Fall die Originalfunktion über die Fourierreihe

With these Fourier coefficients  $S_{mn}$  the original function can be represented, similarly as in the one-dimensional, as a double Fourier series

$$s(\alpha, \beta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{mn} e^{j(m\alpha+n\beta)} \quad (8.47)$$

darstellen. Die Fourierkoeffizienten können wie folgt analytisch berechnet werden:

The Fourier coefficients can be calculated analytically as follows:

$$\begin{aligned}
 S_{mn} &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} s(\alpha, \beta) e^{-j(m\alpha+n\beta)} d\alpha d\beta \\
 &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} s(\alpha, \beta) e^{-jm\alpha} d\alpha e^{-jn\beta} d\beta \\
 &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ \int_{-\pi}^{-a(\beta)} (+1)e^{-jm\alpha} d\alpha + \int_{-a(\beta)}^{a(\beta)} (-1)e^{-jm\alpha} d\alpha + \int_{a(\beta)}^{\pi} (+1)e^{-jm\alpha} d\alpha \right] e^{-jn\beta} d\beta \\
 &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ \int_{-\pi}^{\pi} e^{-jm\alpha} d\alpha - 2 \int_{-a(\beta)}^{a(\beta)} e^{-jm\alpha} d\alpha \right] e^{-jn\beta} d\beta
 \end{aligned} \tag{8.48}$$

Für  $m \neq 0$  verschwindet das erste Integral in der Klammer und es folgt weiter

For  $m \neq 0$  the first integral in the bracket disappears, and it also follows

$$\begin{aligned}
 S_{mn} &= -\frac{1}{2\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-a(\beta)}^{a(\beta)} e^{-jm\alpha} d\alpha e^{-jn\beta} d\beta \\
 &= \frac{1}{2\pi^2 jm} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ e^{-jm\alpha} \right]_{\alpha=-a(\beta)}^{\alpha=a(\beta)} e^{-jn\beta} d\beta \\
 &= -\frac{1}{2\pi^2 jm} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ e^{jma(\beta)} - e^{-jma(\beta)} \right] e^{-jn\beta} d\beta \\
 &= -\frac{1}{2\pi^2 jm} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ e^{j\frac{m\pi}{2}(1-A\cos(\beta))} - e^{-j\frac{m\pi}{2}(1-A\cos(\beta))} \right] e^{-jn\beta} d\beta \\
 &= -\frac{1}{2\pi^2 jm} \left[ e^{j\frac{m\pi}{2}} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-j\frac{m\pi}{2}A\cos(\beta)} e^{-jn\beta} d\beta - e^{-j\frac{m\pi}{2}} \int_{-\pi}^{\pi} e^{+j\frac{m\pi}{2}A\cos(\beta)} e^{-jn\beta} d\beta \right] \\
 &= -\frac{1}{2\pi^2 jm} \left[ j^m \int_{-\pi}^{\pi} e^{-j\frac{m\pi}{2}A\cos(\beta)} e^{-jn\beta} d\beta - j^{-m} \int_{-\pi}^{\pi} e^{+j\frac{m\pi}{2}A\cos(\beta)} e^{-jn\beta} d\beta \right]
 \end{aligned} \tag{8.49}$$

Zur weiteren Umformung wird folgender Zusammenhang mit den Besselfunktionen erster Art  $J_n$  genutzt. Es gilt

For the next steps, the following relationship with the Bessel functions of the first type  $J_n$  is used. It applies

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{jx\cos\beta} e^{jn\beta} d\beta = 2\pi j^n J_n(x) \tag{8.50}$$

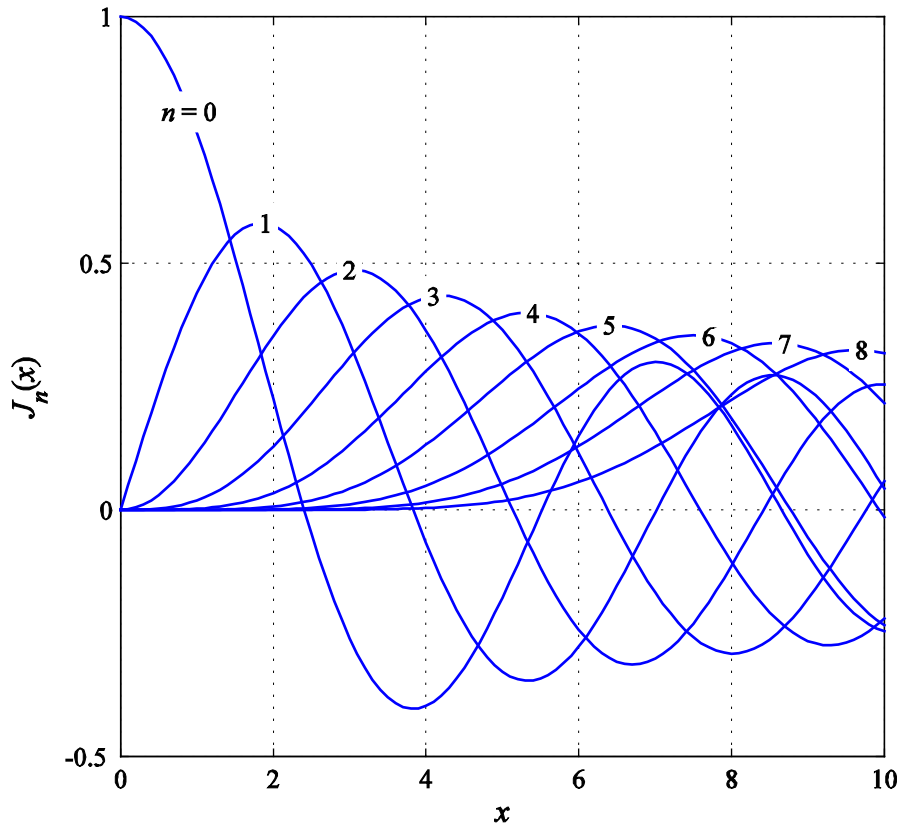
Die Besselfunktionen besitzen folgende Symmetrieeigenschaften:

The Bessel functions have the following symmetry properties:

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x) \quad (8.51)$$

$$J_n(-x) = (-1)^n J_n(x) \quad (8.52)$$

$$J_{-n}(-x) = J_n(x) \quad (8.53)$$



**Fig. 8-6:**  
Besselfunktionen erster Art  
 $J_n(x)$

Bessel functions of first type  
 $J_n(x)$

Damit ergibt sich für

For  $m \neq 0$ , this results in

$$\begin{aligned} S_{mn} &= -\frac{1}{2\pi^2 jm} \left[ j^m \int_{-\pi}^{\pi} e^{-j\frac{m\pi}{2}A\cos(\beta)} e^{-jn\beta} d\beta - j^{-m} \int_{-\pi}^{\pi} e^{+j\frac{m\pi}{2}A\cos(\beta)} e^{-jn\beta} d\beta \right] \\ &= -\frac{1}{2\pi^2 jm} \left[ j^m 2\pi j^{-n} J_{-n} \left( -\frac{m\pi}{2} A \right) - j^{-m} 2\pi j^{-n} J_{-n} \left( \frac{m\pi}{2} A \right) \right] \\ &= -\frac{1}{\pi jm} \left[ j^m j^{-n} - j^{-m} j^n \right] J_n \left( \frac{m\pi}{2} A \right) \\ &= -\frac{2}{\pi m} \text{Im}(j^{m-n}) J_n \left( \frac{m\pi}{2} A \right) \end{aligned} \quad (8.54)$$

$$S_{mn} = \begin{cases} 0 & \text{for } n - m = 2k, k \in Z \\ -\frac{2}{\pi m} J_n\left(\frac{m\pi}{2} A\right) & \text{for } n - m = 4k + 1 \\ +\frac{2}{\pi m} J_n\left(\frac{m\pi}{2} A\right) & \text{for } n - m = 4k - 1 \end{cases} \quad (8.55)$$

and  $m \neq 0$

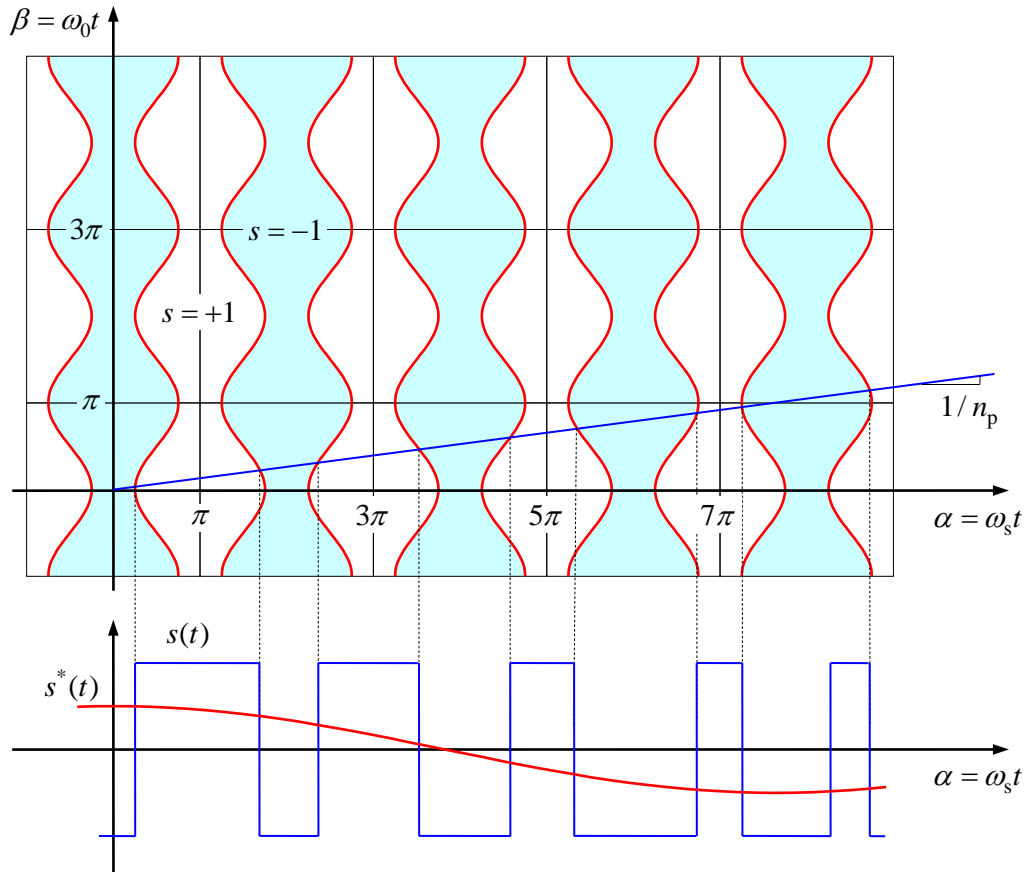
Für den Fall  $m = 0$  folgt

For the case  $m = 0$  it follows,

$$\begin{aligned} S_{0n} &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ \int_{-\pi}^{\pi} d\alpha - 2 \int_{-a(\beta)}^{a(\beta)} d\alpha \right] e^{-jn\beta} d\beta \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ 2\pi - 2 \int_{-a(\beta)}^{a(\beta)} d\alpha \right] e^{-jn\beta} d\beta \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} [2\pi - 4a(\beta)] e^{-jn\beta} d\beta \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} A \cos(\beta) e^{-jn\beta} d\beta \end{aligned} \quad (8.56)$$

$$S_{0,1} = S_{0,-1} = \frac{A}{2} \quad (8.57)$$

$$S_{0n} = 0 \quad \text{für } |n| \neq 1 \quad (8.58)$$



**Fig. 8-7:** Schaltfunktion  $s(\alpha, \beta)$  und  $s(\omega_s t)$       Switching function  $s(\alpha, \beta)$  and  $s(\omega_s t)$

Erst nach Berechnung der zweidimensionalen Fourierkoeffizienten wird nun der Zusammenhang

Only after calculating the two-dimensional Fourier coefficients, now the relationship

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\omega_s}{\omega_0} = n_p \quad (8.59)$$

in die Doppel-Fourierreihe eingesetzt:

is inserted into the double Fourier series:

$$s(\alpha, \beta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{mn} e^{j(m\alpha+n\beta)} \quad (8.60)$$

$$s(\beta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{mn} e^{j(mn_p+n)\beta} \quad (8.61)$$

und

and

$$s(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{mn} e^{j(mn_p+n)\omega_0 t} \quad (8.62)$$

Falls  $n_p$  ganzzahlig ist, was bei synchroner Pulsung der Fall ist, ist die Schaltfunktion  $s(t)$  periodisch in  $T = 2\pi / \omega_0$ . Dann kann man die Doppelreihe in eine einfache Reihe überführen:

In case  $n_p$  is an integer, what is the case with synchronous pulsing, the switching function  $s(t)$  is periodic in  $T = 2\pi / \omega_0$ . Then the double series can be transferred into a simple series:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S(k\omega_0) e^{jk\omega_0 t} \quad (8.63)$$

mit

with

$$S(k\omega_0) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} S_{m, k-mn_p} \quad (8.64)$$

Das Spektrum der Schaltfunktion ist also ein Linienspektrum mit Frequenzen, die Vielfache von der Grundfrequenz sind.

The spectrum of the switching function is thus a line spectrum with frequencies that are multiples of the fundamental frequency.

Ist  $n_p$  nicht ganzzahlig, aber rational,

If  $n_p$  not an integer, but rational,

$$n_p = \frac{N_p}{M_p} \quad (8.65)$$

ist die entstehende Schaltfolge zwar periodisch, aber nicht wie gewohnt in der Grundschwingungsperiode  $2\pi / \omega_0$ , sondern in in  $2\pi M_p / \omega_0$ . Die Fourierreihe lässt sich auch in diesem Fall in einer Einfachreihe darstellen,

the resulting switching sequence is also periodic, but not as usual in the fundamental period  $2\pi / \omega_0$ , instead in  $2\pi M_p / \omega_0$ . In this case, the Fourier series can also be represented as a single series,

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S\left(k \frac{\omega_0}{M}\right) e^{jk \frac{\omega_0}{M} t} \quad (8.66)$$

mit

with

$$S(k\omega_0) = S\left(\frac{k'}{M}\omega_0\right) = \sum_{\substack{m,n \\ mN_p+nM_p=k'}} S_{mn} \quad (8.67)$$

Das Spektrum ist auch hier ein äquidistantes Linienspektrum, allerdings mit Vielfachen der Frequenz  $\omega_0 / M$ . Im Hinblick auf die Grundfrequenz  $\omega_0$  treten also auch

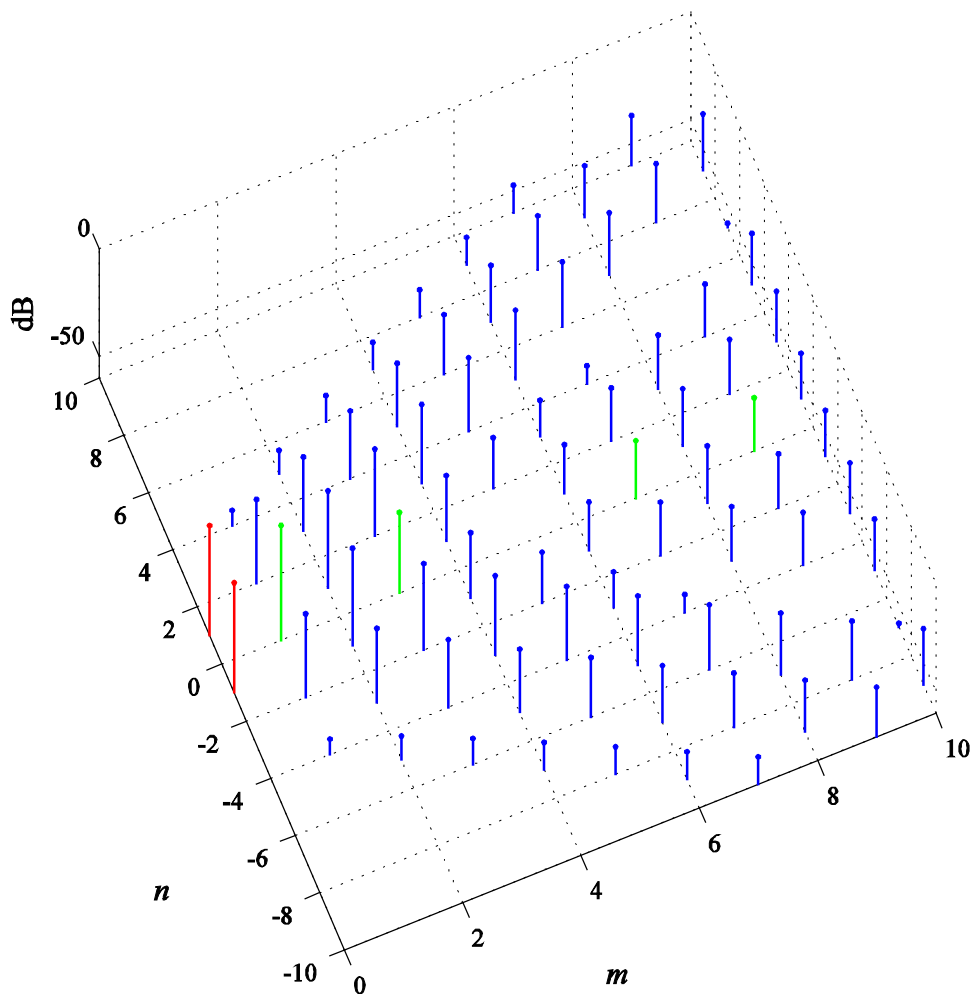
The spectrum is also an equidistant line spectrum, but with a multiple of the frequency  $\omega_0 / M$ . In view of the fundamental frequency  $\omega_0$ , also sub-

*Subharmonische* auf mit nicht-ganzzahligen Ordnungszahlen  $k$  auf.

Im Fall einer irrationalen Pulszahl ist die Schaltfolge  $s(t)$  nicht periodisch. Die Fourierreihe bleibt zweckmäßigerweise als Doppelsumme stehen. Das Spektrum ist in diesem Fall zwar auch ein Linienspektrum, wobei die auftretenden Frequenzen aber nicht äquidistant liegen.

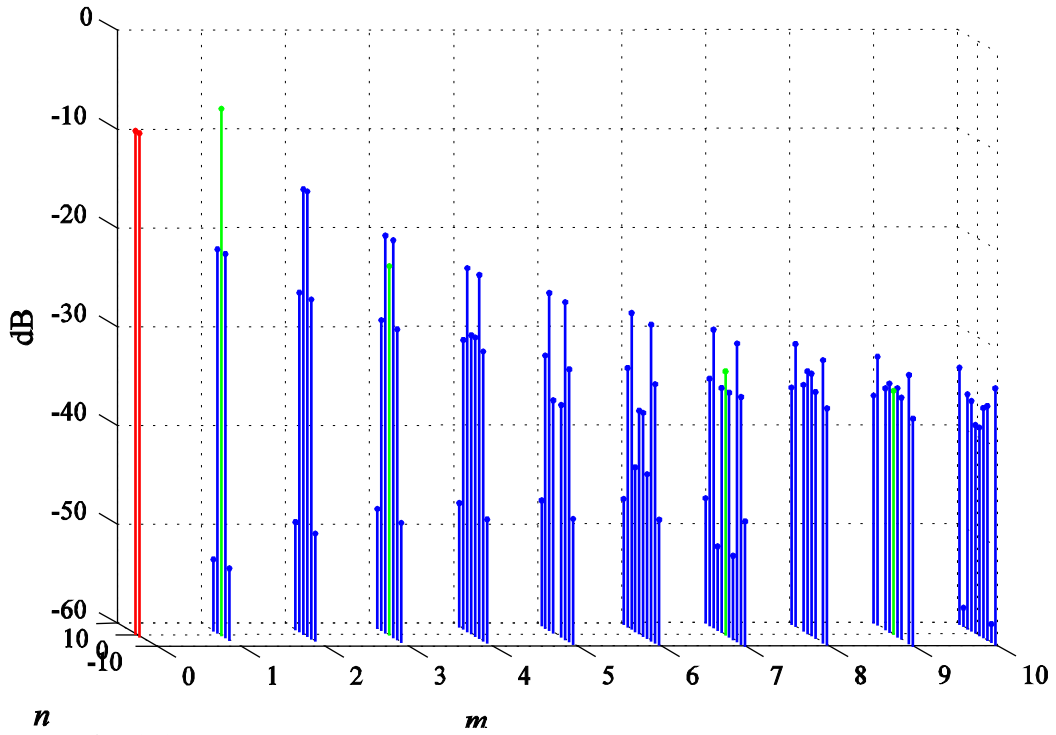
*harmonics* with non-integer orders  $k$  will occur.

In the case of an irrational pulse number, the switching pulse sequence  $s(t)$  is no longer periodic. The Fourier series is conveniently used in the original form as a double series. The spectrum is even in this case a line spectrum, however, the frequencies are not equidistant.



**Fig. 8-8:**  
 Fourierkoeffizienten  $|S_{mn}|$ , für  
 $0 \leq m \leq 10, |n| < 10, A = 0.7$ ,  
 rot: Grundfrequenz,  
 grün: Schaltfrequenz und deren  
 Oberschwingungen  
 blau: Seitenbänder

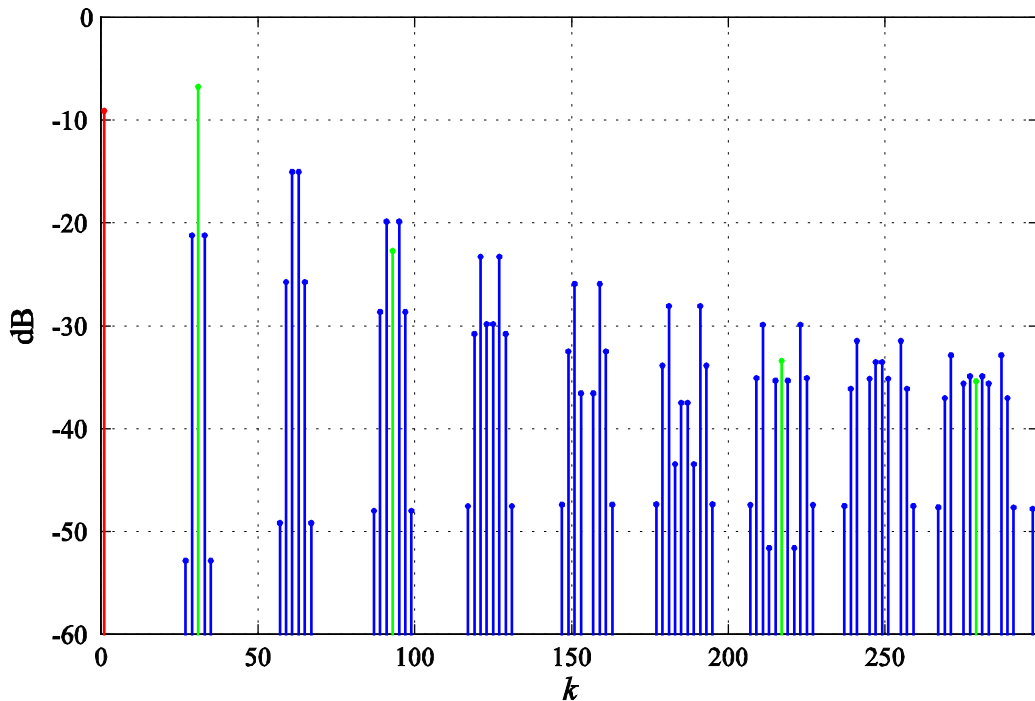
Fourier Coefficients  $|S_{mn}|$ , for  
 $0 \leq m \leq 10, |n| < 10, A = 0.7$ ,  
 Red: fundamental,  
 Green: switching frequency and  
 its harmonics  
 Blue: sidebands



**Fig. 8-9:**

Fourierkoeffizienten  $|S_{mn}|$ ,  
 $0 \leq m \leq 10, |n| < 10$  für  $A = 0.7$   
 (veränderte Projektion)

Fourier coefficients  $|S_{mn}|$ ,  
 $0 \leq m \leq 10, |n| < 10$  for  $A = 0.7$   
 (modified projection)

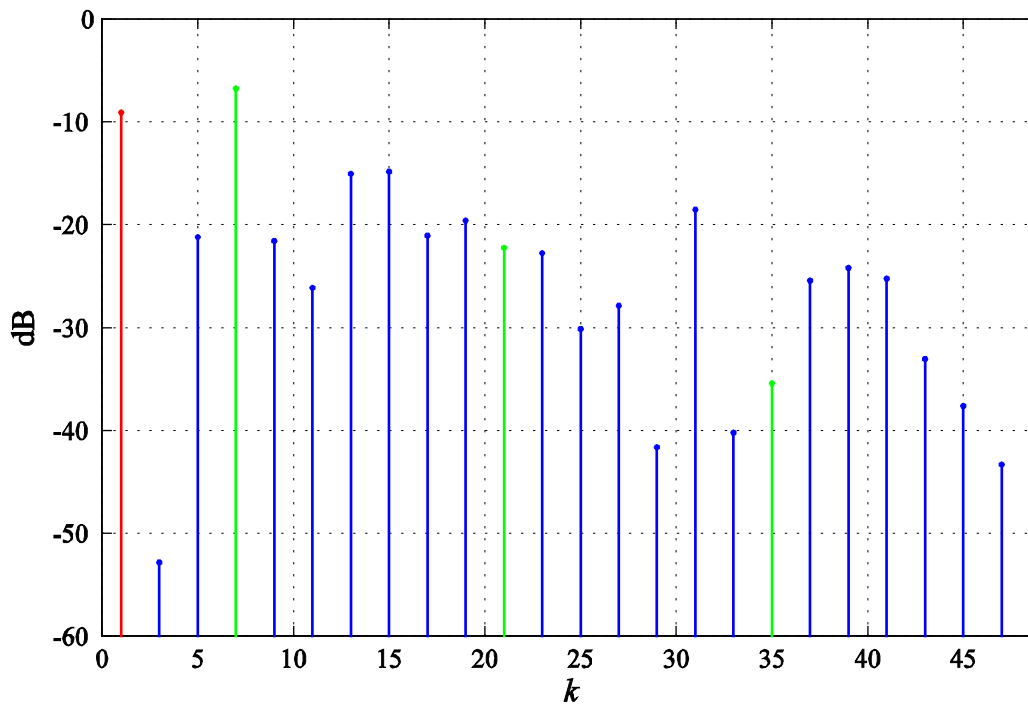


**Fig. 8-10:**

Resultierendes Spektrum  $|S(k\omega_0)|$   
 für Pulszahl  $n_p = 31, A = 0.7$   
 die ersten Bündel der  
 Seitenbänder bleiben separiert

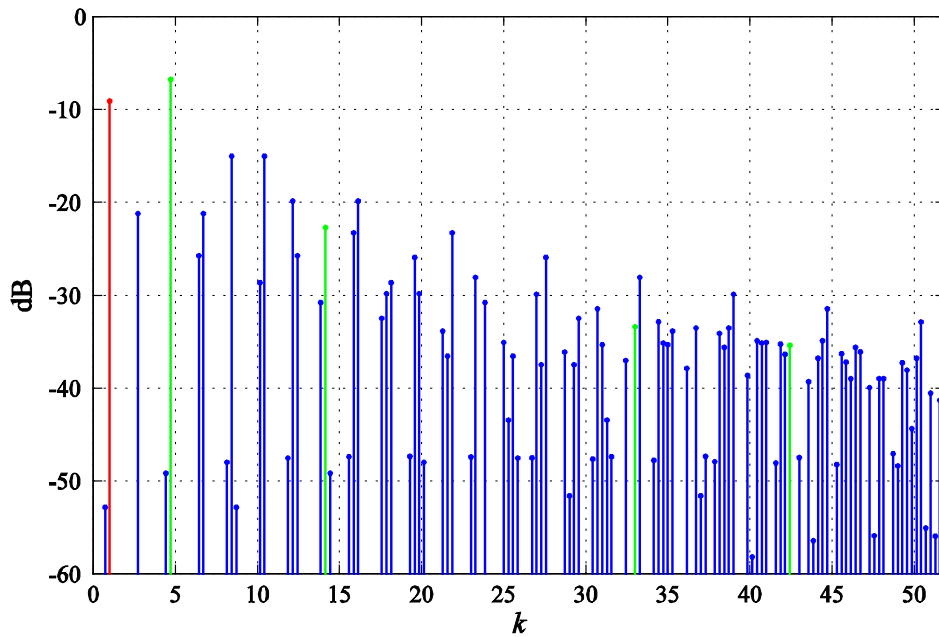
Resulting spectrum  $|S(k\omega_0)|$  for  
 pulse number  $n_p = 31, A = 0.7$   
 The first sidebands bundles  
 remain separated





**Fig. 8-11:**  
 Resultierendes Spektrum  $|S(k\omega_0)|$   
 für Pulszahl  $n_p = 7$ ,  $A = 0.7$   
 die Bündel der Seitenbänder  
 überlagern sich,  
 insb. das erste Bündel um die  
 Pulsfrequenz lässt sich auch  
 als niederfrequente  
 Oberschwingungen der  
 Grundfrequenz interpretieren

Resulting spectrum  $|S(k\omega_0)|$  for  
 pulse number  $n_p = 7$ ,  $A = 0.7$   
 the side band bundles overlap,  
 especially the first bundle can  
 also be seen  
 as low-order harmonics of the  
 fundamental frequency



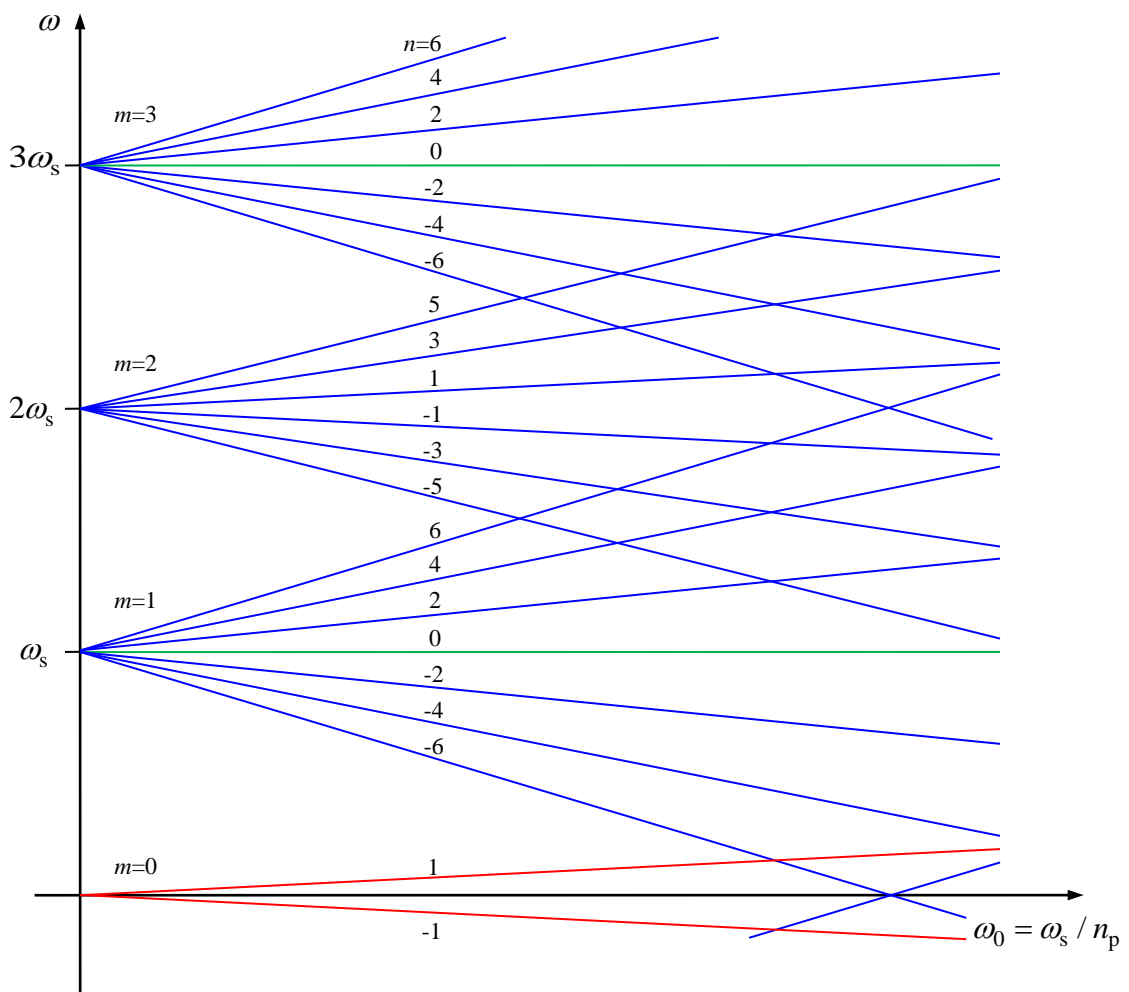
**Fig. 8-12:**

Resultierendes Spektrum  $|S(k\omega_0)|$   
 für Pulszahl  $n_p = 4.7143$   
 die Linien sind nicht mehr  
 äquidistant und es treten  
 Subharmonische auf,  
 separierte Bündel von  
 Seitenbändern lassen sich nicht  
 mehr identifizieren

Resulting spectrum  $|S(k\omega_0)|$  for  
 pulse number  $n_p = 4.7143$   
 The lines are not equidistant and  
 sub-harmonics occur,  
 clearly separated sideband  
 bundles can no longer be  
 identified

Das Diagramm in Fig. 8-13 fasst die Ergebnisse qualitativ zusammen. Es zeigt abhängig von der Grundfrequenz  $\omega_0$  an, welche Frequenzen im Spektrum auftreten, wobei die Schaltfrequenz  $\omega_s$  als konstant angenommen wird. Typisch ist die Auffächerung der Seitenbandbündel mit zunehmender Grundfrequenz. Jedes Bündel kann einer Ordnungszahl  $m$  der Fourierkoeffizienten  $S_{mn}$  zugeordnet werden. Die Seitenbänder innerhalb eines Bündels werden durch die Ordnungszahl  $n$  charakterisiert. Dabei ist  $n$  zugleich als Steigung der jeweiligen Geraden interpretierbar (man beachte aber, dass die Achsen unterschiedlich skaliert sind, weshalb die Steigungen  $\pm 1$  nicht unter dem Winkel von  $45^\circ$  erscheinen). Die farbliche Kennzeichnung ist wieder wie oben: Grundfrequenz (rot), Schaltfrequenz und deren Oberschwingungen (grün), Seitenbänder (blau).

The diagram given in Fig. 8-13 summarizes the results qualitatively. Depending on the fundamental frequency  $\omega_0$  it shows, which frequencies occur in the spectrum, wherein the switching frequency  $\omega_s$  is assumed to be constant. Typical is the fanning of the sideband bundle with increasing fundamental frequency. Each bundle can be associated with an order number  $m$  of the Fourier coefficients  $S_{mn}$ . The sidebands within a bundle can be characterized by the order number  $n$ . The number  $n$  determines also the slope of the respective line (please note that the axes are scaled differently, so the slopes  $\pm 1$  are not appear at the angle of  $45^\circ$ ). The color marking is again as above: Fundamental frequency (red), Switching frequency and its harmonics (green), sidebands (blue).



**Fig. 8-13:**  
 Spektrum der Ausgangsspannung  
 für eine konstante Schaltfrequenz  
 $\omega_s$  über der Grundfrequenz  $\omega_0$

Spectrum of the output voltage  
 for a constant frequency  
 switching  $\omega_s$  versus  
 fundamental frequency  $\omega_0$

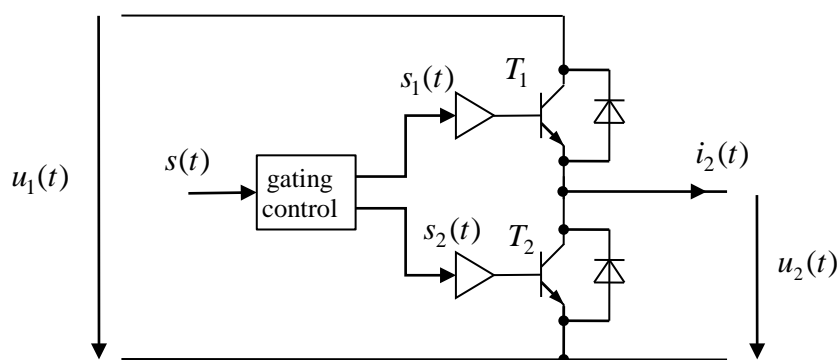
## 9 Wechselsperzeiten Interlocking Time

Bei rückspeisefähigen Stromrichtern werden die beteiligten Transistoren im Prinzip komplementär angesteuert, d.h., wenn ein Transistor angesteuert wird, ist der andere jeweils gesperrt. Siehe als Beispiel den bidirektionalen Gleichstromsteller Tiefsetzsteller in Abschnitt 3.3. Sollte während einer Kommutierung eine auch nur kleine Überlappung beider leitender Transistoren auftreten, wäre ein harter Kurzschluss die Folge, welcher die Bauelemente gefährden würde. Solch eine Überlappung kann durch Schaltverzögerungen der leistungselektronischen Bauelemente oder aber ihrer Ansteuerung verursacht werden.

Zur Vermeidung solcher Kurzschlüsse wird nach dem Sperren des bislang leitenden Transistor der andere erst nach Ablauf einer *Wechselsperzeit* oder *Schutzzeit* (*interlocking time* oder *dead time*)  $\tau_0$  angesteuert. Typischerweise wird dieses Verfahren unabhängig davon angewandt, ob der Strom zuvor tatsächlich vom Transistor oder aber von der Diode geführt wurde. Der Zeitpunkt der Kommutierung hängt dann davon ab, ob der Strom von einem Transistor in eine Diode kommutiert oder umgekehrt, s. Fig. 9-1.

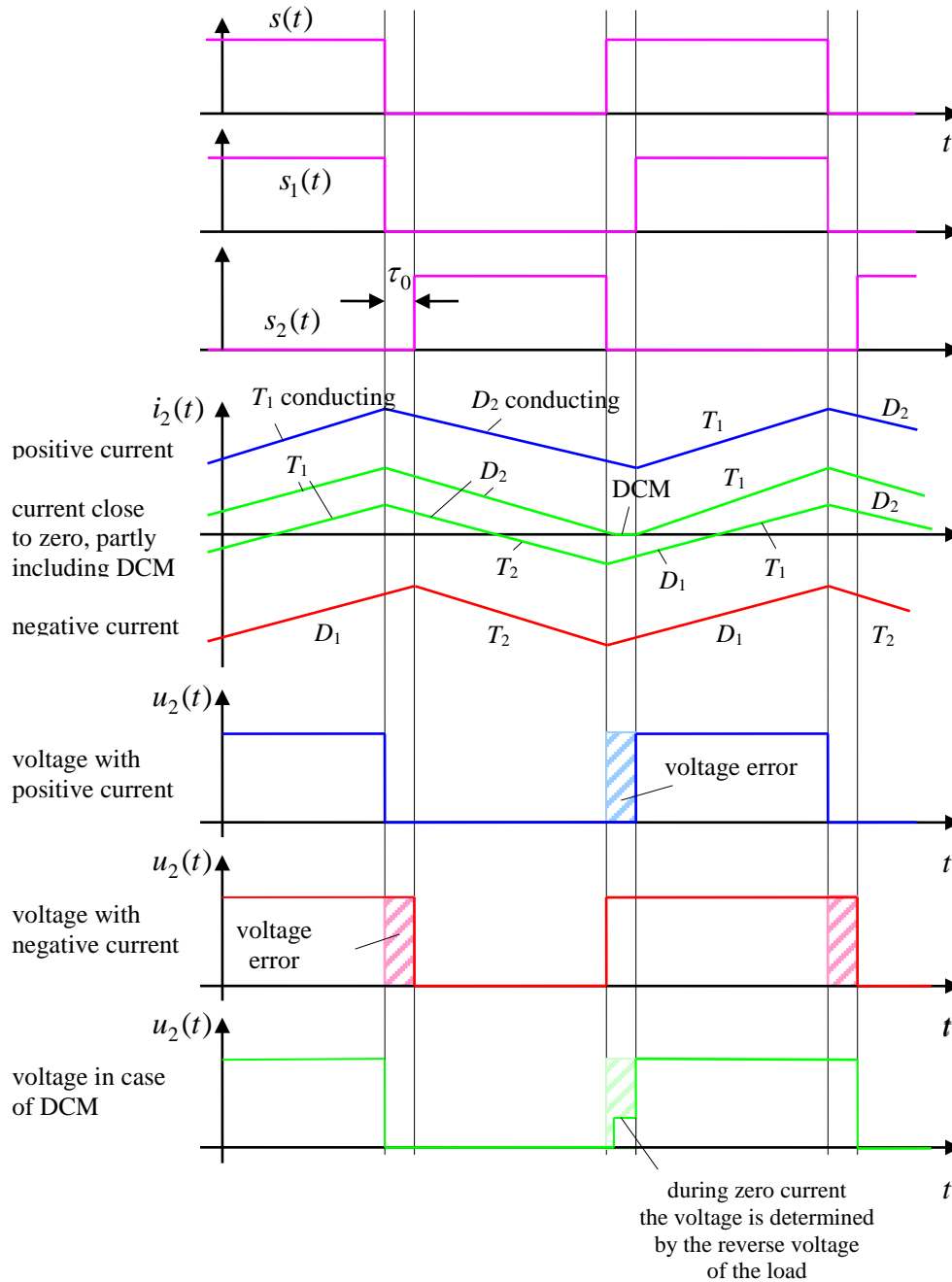
In bi-directional converters the involved transistors are basically driven complementary, i.e. if one transistor is active, the other is blocked and vice versa. See for example the bi-directional DC-DC converter buck converter in Section 3.3. However, even a short overlap of both transistors conducting during the commutation would cause a hard short circuit that could damage the devices. Such overlap may be caused by switching delays caused by the power electronic devices themselves or by the drivers.

In order to avoid such short circuits, after blocking the transistor that was previously in conduction mode, a short amount of time is passed until the other transistor is turned on. That time  $\tau_0$  is called *protection time* or *interlocking time*. Typically, this procedure is applied independent of the fact whether the current was really conducted by the transistor or even by the diode. So, the time of commutation depends on whether the current of a transistor commutes in a diode or vice versa, see Fig. 9-1.



**Fig. 9-1:**  
Ansteuerung eines bidirektionalen  
Stellers

Gating of a bi-directional  
converter



**Fig. 9-2:**  
Wechselsperzeit und dadurch  
verursachter Spannungsfehler

Interlocking time and resulting  
voltage errors

Durch die Wechselsperzeit wird ein Fehler im Mittelwert der Ausgangsspannung verursacht. Sofern das Vorzeichen des Stroms während der Pulsperiode nicht wechselt, gilt in der Mittelwertbetrachtung – bei ansonsten ideal angenommener Kommutierung:

By the interlocking time an error of the averaged output voltage is caused. If the sign of the current during the switching period is not changed, this averaged error results as

$$\Delta u_2 = \bar{u}_2 - s^* \bar{u}_1 = -\text{sign}(i_2) \frac{\tau_0}{T_s} \bar{u}_1 = -\text{sign}(i_2) \tau_0 f_s \bar{u}_1 \quad (9.1)$$

Diese Gleichung ist aber nur gültig, solange der Strom innerhalb einer Schaltperiode nicht das Vorzeichen wechselt. Ist der Strom nahe Null, kann sogar Stromlücken während der Wechselsperzeit auftreten.

The commutation was assumed to be ideal. The equation is only valid as long as the current does not change its sign during a switching period. If the current is close to zero, even discontinuous conduction mode is possible

Typische Werte der Wechselsperzeit:

Typical values of the interlocking time:

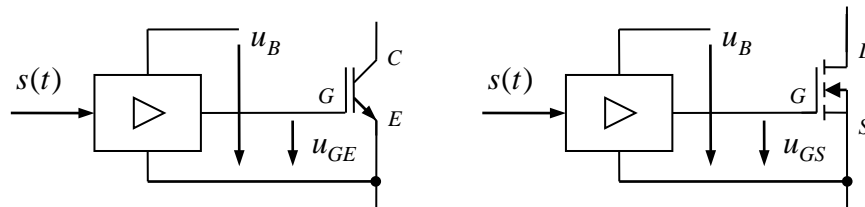
Ventil	$\frac{f_s}{\text{kHz}}$	$\frac{\tau_0}{\mu\text{s}}$
GTO-Thyristor, IGCT	0,2-1	15 – 30
IGBT	5-15	2 – 5
MOSFET	20-1000	$\leq 1$

Daraus resultierende typische Werte des Spannungsfehlers liegen in der Größenordnung von rund 10% oder mehr! Eine Kompensation dieses Fehlers scheint auf den ersten Blick einfach, ist jedoch gerade im Bereich kleiner Ströme, wenn also der Strommittelwert in der Größe seiner Stromschwankungsbreite ist, schwierig, da die Vorhersage des Stromnulldurchgangs bzw. des Stromlückens nur mit mäßiger Genauigkeit gelingt.

Characteristic values of the voltage error may be in the order of about 10% or more! A compensation of this error seems simple at first glance, but it is difficult just in the range of small currents, so if the average current in the size of its current range of variation, because the prediction of the zero crossing or the case of discontinuous conduction mode succeeds only with moderate accuracy.

## 10 Treiber Driver

### 10.1 Spannungsversorgung der Treiber Power Supply of the Drivers



**Fig. 10-1:**  
Treiberversorgung der Treiber

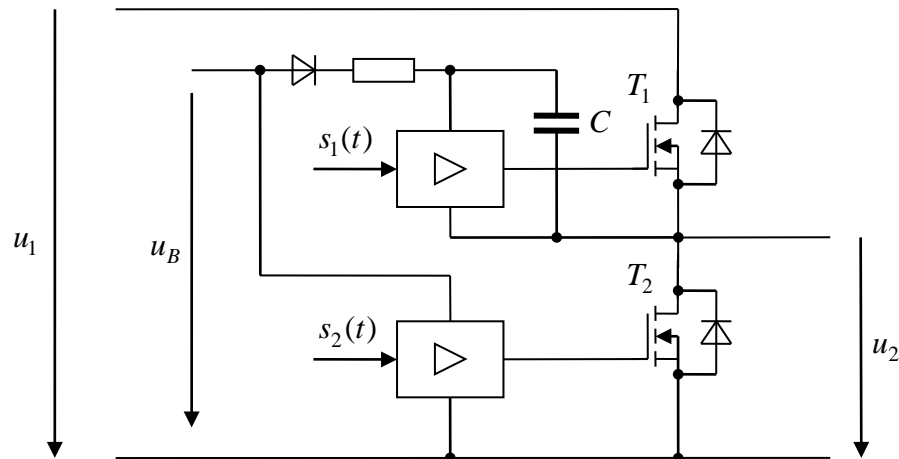
Driver supply

In der Leistungselektronik werden *n*p*n*-Bipolar-Transistoren bzw. *n*-Kanal MOSFET wegen der größeren Beweglichkeit der Elektronen gegenüber den Löchern bevorzugt. Diese Transistoren benötigen positive Steuerspannungen zwischen Gate und Emitter  $u_{GE}$  bzw. zwischen Gate und Source  $u_{GS}$ . Die Spannungsversorgung des Treiber muss dementsprechend gegenüber dem Emitter bzw. dem Source eine positive Versorgungsspannung  $u_B$  bereitstellen. Bei leistungselektronischen Schaltungen im Kleinspannungsbereich werden die Treiber meist direkt aus der Leistungseinspeisung versorgt.

In power electronics, *n*p*n* bipolar transistors and *n*-channel MOSFET are preferred because of the better mobility of electrons compared to holes. These transistors require positive control voltages between gate and emitter  $u_{GE}$  or between gate and source  $u_{GS}$ , respectively. The power supply of the driver must be accordingly a positive supply voltage  $u_B$  with respect to the emitter or source potential. In power electronic circuits of the small voltage range, the drivers are usually supplied directly from the main power supply.

Bei einem Tiefsetzsteller wie in Fig. 10-2 dargestellt, springen die Potenziale der Treiberversorgung des Transistors  $T_1$  abhängig vom Schaltzustand von  $T_2$ . Das obere Potenzial der Spannungsversorgung liegt im Fall, dass  $T_1$  leitet und  $T_2$  sperrt, oberhalb der Spannung  $u_1$ . Die dargestellte Beschaltung kann beide Treiber aus einer einzigen Spannungsversorgung  $u_B$  versorgen. Das setzt aber voraus, dass die Ausgangsspannung  $u_2$  wiederkehrend auf Null geschaltet und dadurch das Nachladen des Pufferkondensators  $C$  ermöglicht wird.

For a buck converter as shown in Fig. 10-2, the potential of the driver supply of the transistor  $T_1$  jumps up and down according to the switching state of  $T_2$ . The upper potential of the power supply is in case that  $T_1$  conducts and  $T_2$  is blocked, even above the voltage  $u_1$ . The illustrated circuit can power both the drivers from a single power supply  $u_B$ . That, however, assumes that the output voltage  $u_2$  recurrently is switched to zero and thereby the reloading of the buffer capacitor  $C$  is made possible.

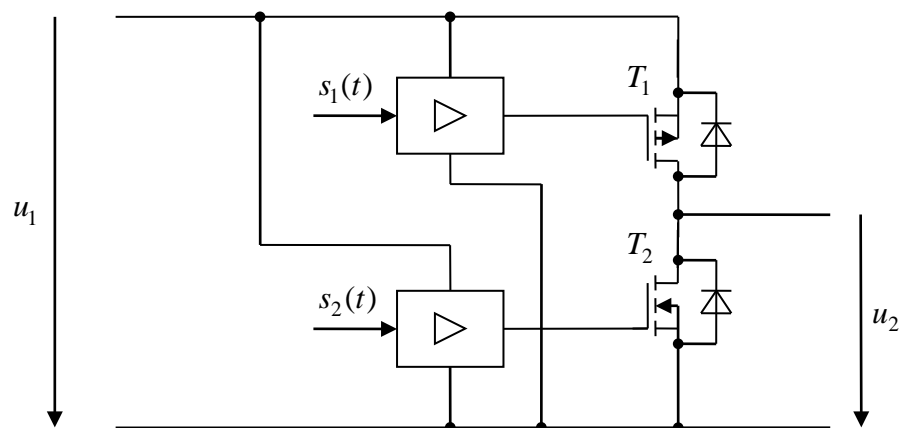


**Fig. 10-2:**  
Bootstrap-Schaltung für die  
Versorgung des oberen Treibers

Bootstrap circuit for supplying  
the upper driver

Das Problem der Treiberversorgung von  $T_1$  wird vermieden, indem ausnahmsweise ein  $p$ -Kanal Transistor eingesetzt wird, der durch eine negative Gate-Source-Steuerspannung angesteuert werden kann. Das Potential der Gate-Spannung bewegt sich dann zwischen oberem und unterem Potenzial der Eingangsspannung, weshalb der Treiber direkt aus dieser Spannung versorgt werden kann. Diese Technik ist allerdings nur bei kleinen Leistungen anzutreffen.

The problem of powering the driver of  $T_1$  is avoided, if exceptionally a  $p$ -channel transistor is used, which can be driven by a negative gate-source control voltage. The potential of the gate voltage then moves between the upper and lower potential of the input voltage, so the driver can be supplied directly from this voltage. This technique, however, is only sometimes found at low power.



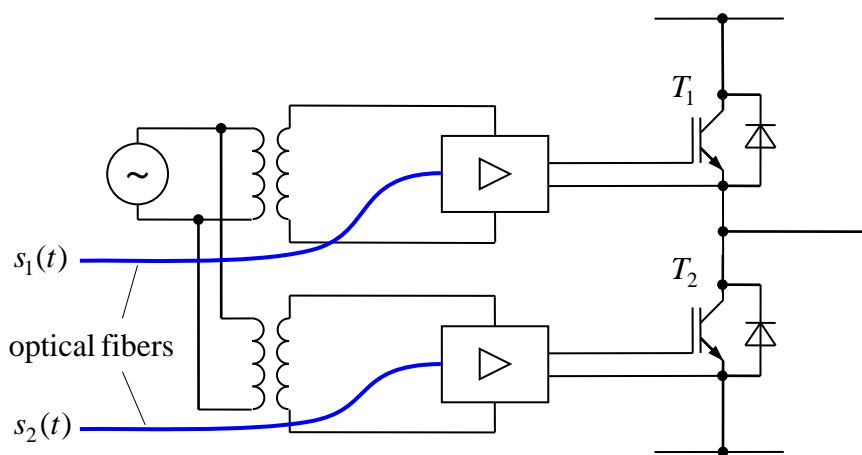
**Fig. 10-3:**  
Direkte Versorgung der Treiber  
aus der Speisespannung  
unter Verwendung eines  $p$ -Kanal-  
MOSFET

Direct supply of the drivers from  
the supply voltage  
by using a  $p$ -channel MOSFET



Bei größeren Spannungen mit Potenzialtrennung zwischen Leistungsteil und Steuerung werden die Treiber durch eine hochfrequente Wechselspannung über einen Potenzialtrennenden Transformator versorgt. Alternativ kann dazu auch ein Piezotransformator dienen. Diese Wechselspannungsversorgung wird dann treiberseitig gleichgerichtet. Die Steuersignale werden potentialfrei über Optokoppler oder Lichtwellenleiter übertragen.

For larger voltages with electrical isolation between power stage and control, the driver can be powered by a high-frequency AC voltage via an isolating transformer. Alternatively, this can also be done with a piezoelectric transformer. This AC voltage is then rectified on the side of the driver. The control signals are transmitted optically isolated by optocouplers or optical fibers.



**Fig. 10-4:**  
Potenzialgetrennte  
Treiberversorgung und  
Signalübertragung

Isolated driver supply and signal  
transmission

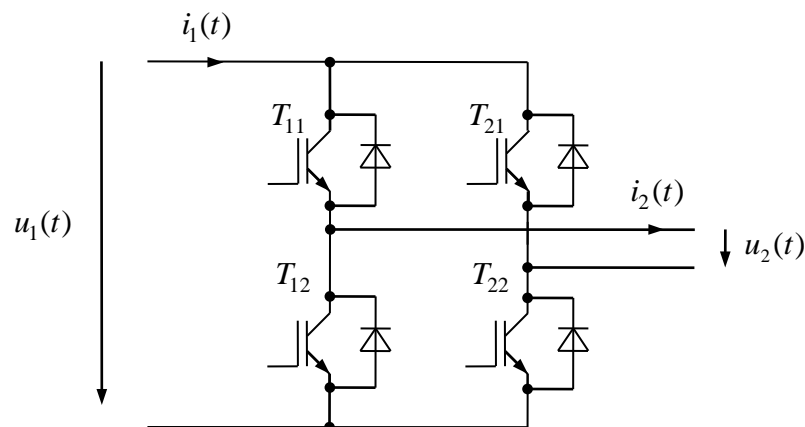
## 11 Vier-Quadranten-Steller Four-Quadrant Converter

Der Vier-Quadranten-Steller (4QS) ist eine auf dem elementaren Tiefsetzsteller basierende Umrichterstruktur. Sowohl Ausgangsspannung als auch Ausgangsstrom können beide Polaritäten annehmen, so dass der Steller sowohl für Gleichspannungs- als für Wechselspannungsanwendungen eingesetzt werden kann, z.B.:

The four-quadrant converter (4QC) is based on elementary buck converter. Both output voltage and output current can take both polarities so that the converter can be used for DC as well as for AC applications, e.g.,

- Stromrichter für Gleichstrommotoren, wenn sowohl beide Drehrichtungen sowie motorischer und generatorischer Betrieb beherrscht werden müssen.
- Wechselrichter für Einphasen-Wechselstrommotoren (Asynchronmotor, Synchronmotor).
- Gleichrichter für Einphasen-Wechselspannung. Ein solcher Gleichrichter ist auch rückspeisefähig.
- Converter for DC motors, if both the directions of rotation as well as motor and regenerative operation modes must be covered
- Inverter for single-phase AC motors (induction or synchronous motor)
- Rectifier for single-phase AC grids. Such an inverter would be capable also of regenerative operation.

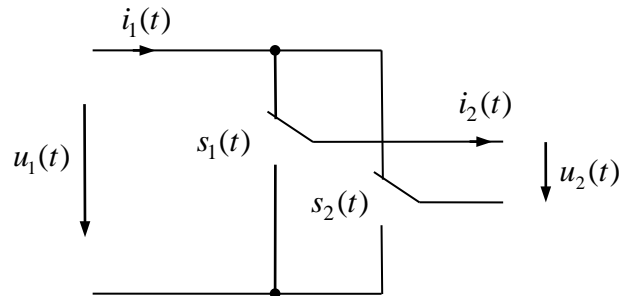
### 11.1 Schaltungstopologie Circuit Topology



**Fig. 11-1:**  
Vier-Quadranten-Steller,  
Realisierung mit IGBT

Four Quadrant Converter,  
Realization with IGBTs

## 11.2 Pulsweitenmodulation für den 4QS Pulse Width Modulation for the 4QC



**Fig. 11-2:**

Idealisierte Darstellung des 4QS  
mit Schaltern

Ideal representation of 4QC with  
switches

Zweckmäßige Definition der Schaltfunktionen  
für den 4QS:

Appropriate definition of the switching  
functions for 4QC:

$$s_{1,2} = \begin{cases} +1 & \text{for upper switch position} \\ -1 & \text{for lower switch position} \end{cases} \quad (11.1)$$

Damit:

So:

$$u_2(t) = \frac{1}{2}(s_1(t) - s_2(t))u_1(t) \quad (11.2)$$

$$i_1(t) = \frac{1}{2}(s_1(t) - s_2(t))i_2(t) \quad (11.3)$$

Falls die Voraussetzungen für eine  
Mittelwertmodellierung gegeben sind, kann  
man die Gleichungen auch für die Mittelwerte  
anschreiben:

If the conditions are fulfilled to apply  
average modeling, then we can also give the  
equations for the average values:

$$\bar{u}_2(t) = \frac{1}{2}(\bar{s}_1(t) - \bar{s}_2(t))\bar{u}_1(t) \quad (11.4)$$

$$\bar{i}_1(t) = \frac{1}{2}(\bar{s}_1(t) - \bar{s}_2(t))\bar{i}_2(t) \quad (11.5)$$

Zur Vereinfachung der Schreibweisen kann  
man auch beide Schaltfunktionen  $s_1, s_2$  zu

To simplify the notations, one can also  
combine both switching functions  $s_1, s_2$  to

$$s(t) = \frac{1}{2}(s_1(t) - s_2(t)) \quad (11.6)$$

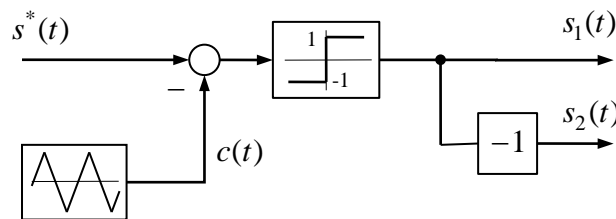
zusammenfassen, die dann die drei Werte -1, 0, +1 annehmen kann. Damit lauten die Gleichungen formell gleich wie beim Tiefsetzsteller:

$$u_2(t) = s(t) u_1(t), \quad i_1(t) = s(t) i_2(t). \quad (11.7)$$

Die Pulsweitenmodulation kann wie beim Tiefsetzsteller aufgebaut werden. Das hieße, die beiden Stränge des 4-Quadranten-Stellers werden einfach komplementär getaktet, was in den nachfolgenden Bildern darstellt ist. Steuerungstechnisch ist diese Variante recht simpel, weshalb sie gelegentlich eingesetzt wird, wenn geringster Aufwand angestrebt wird. Die komplementäre Taktung nutzt aber die Möglichkeiten des Stellers schlecht aus. Empfehlenswert ist dagegen die versetzte Taktung (*interleaving*), bei der die Stellbefehle der beiden Stränge mit Hilfe zweier gegeneinander um  $180^\circ$  verschobenen Modulationsträgern erzeugt werden, was allerdings in Bezug auf die Ansteuerung einen etwas höheren Aufwand erfordert.

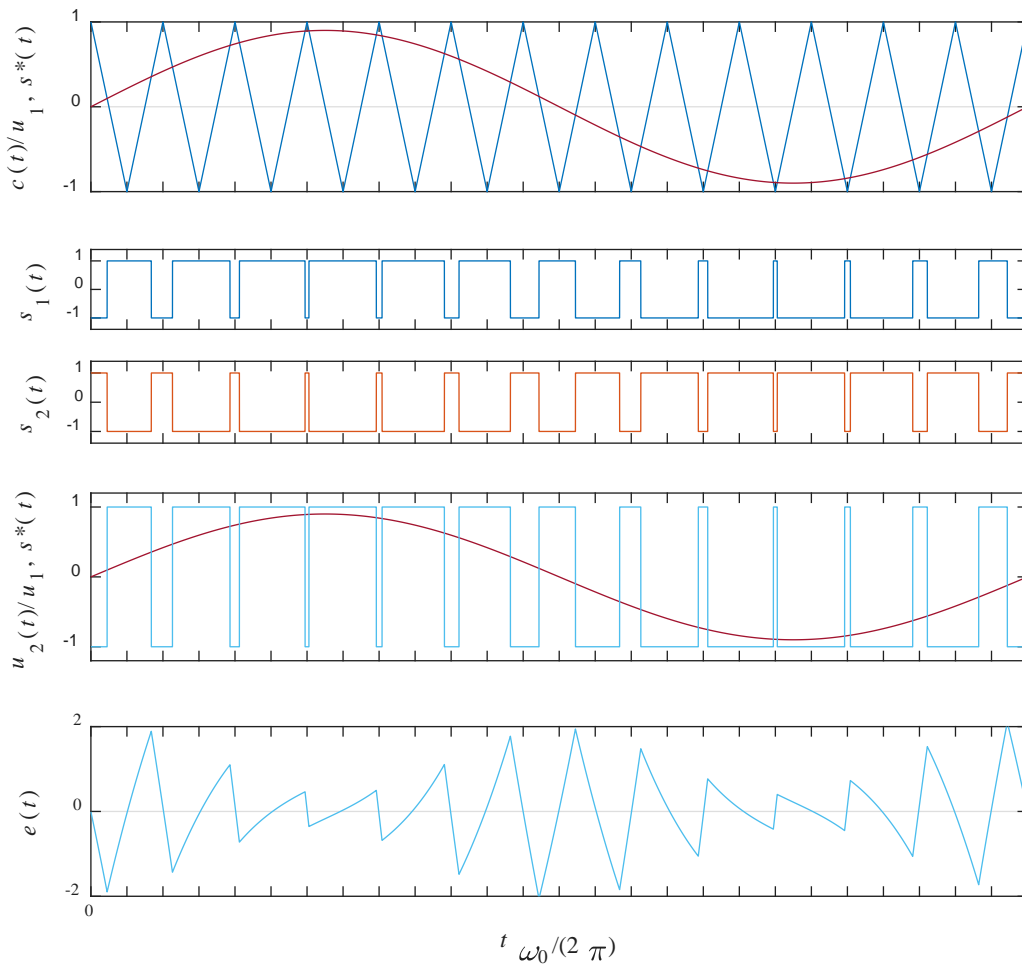
This switching function can take three different values -1, 0, +1. Thus, the equations are then formally the same as of the buck converter:

The pulse width modulation can be constructed similarly to that of the buck converter. That would mean, both legs of the converter would be switched complementarily, which is shown in the pictures below. As the control effort is quite simple, this method is occasionally used if the realization effort has to be minimized. However, the complementary switching utilizes the converter's capabilities only badly. It is recommended to apply shifted switching (*interleaving*), where the firing signals of the two phases are generated with modulation carriers of  $180^\circ$  phase shift, which, however, requires a bit more control effort.



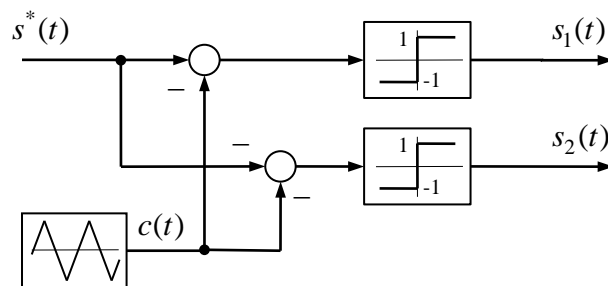
**Fig. 11-3:**  
PWM für 4QS mit  
komplementärer Taktung

PWM for 4QC with  
complementary switching



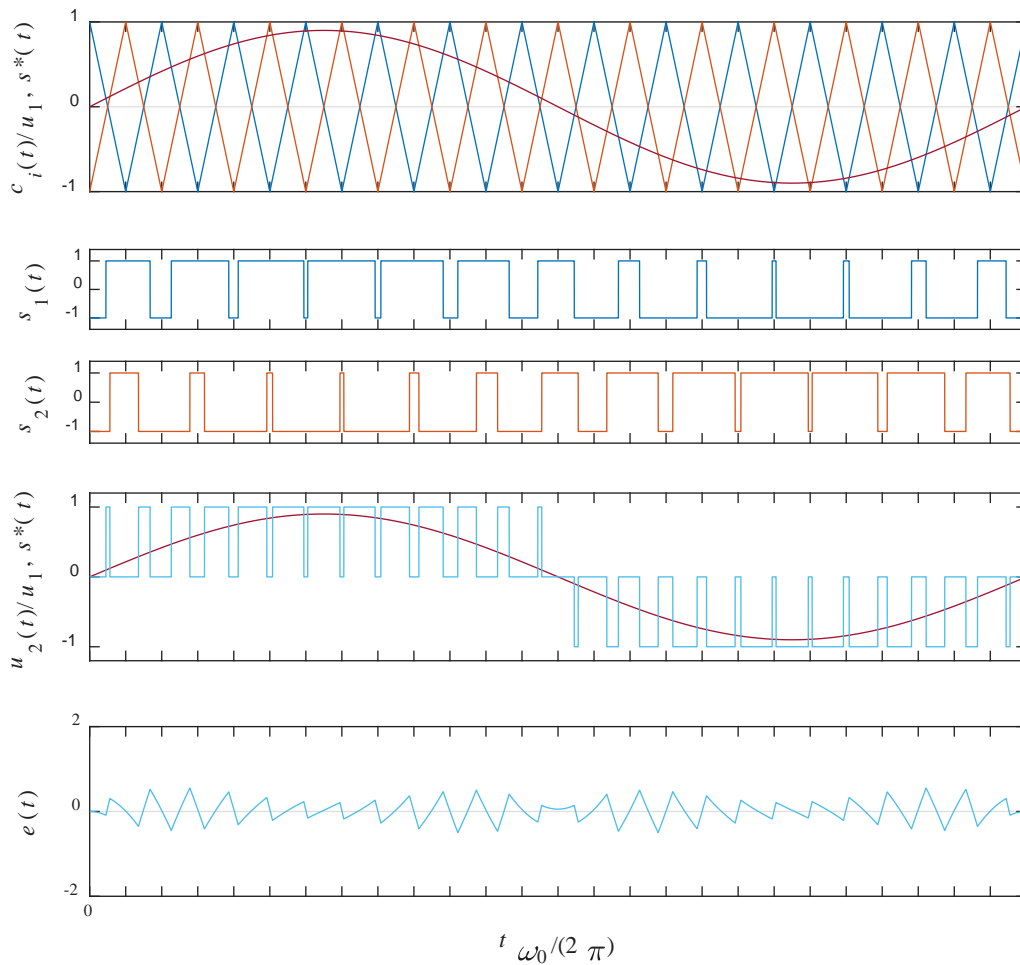
**Fig. 11-4:**  
PWM für 4-Quadranten-Steller mit idealen Schaltern, komplementäre Ansteuerung der beiden Zweige

PWM for 4-quadrant converter with ideal switches, complementary firing of the two legs



**Fig. 11-5:**  
PWM für 4QS mit versetzter Taktung

PWM for 4QC with interleaved switching



**Fig. 11-6:**

PWM für 4-Quadranten-Steller mit idealen Schaltern, Versetzte Taktung der beiden Zweige

PWM for 4-Quadrant-converter with ideal switches, Interleaved switching of the two legs

Als Maß für den Spannungsfehler wird wieder die normierte integrale Abweichung

As a measure for the voltage error, again the normalized integral difference is used,

$$e(t) = \frac{1}{T_s} \int_0^t (s(t') - s^*(t')) dt' \quad (11.8)$$

verwendet, welche in den Bildern dargestellt ist. Diese Größe beschreibt in bezogener Form die momentane Abweichung des Ausgangsstroms von seinem Mittelwert:

as shown in the figure below. This quantity represents the instantaneous deviation of the output current from its mean value in a normalized form,

$$\Delta i_2(t) = \frac{T_s U_1}{2L} e(t) \quad (11.9)$$

Die Stromschwankungsweite ist erheblich von der Art der Pulsweitenmodulation abhängig. Bei komplementärer Taktung (KT) folgt durch Übertragung der Ergebnisse des einfachen Tiefsetzstellers

The current fluctuation depends essentially on the type of pulse width modulation. With complementary switching (KT) the result is similar to that of a simple buck converter,

$$\Delta i_2 = (1 - s^*)(1 + s^*) \Delta i_{\max \text{ KT}} = (1 - s^{*2}) \Delta i_{\max \text{ KT}} \quad (11.10)$$

mit

with

$$\Delta i_{\max \text{ KT}} = \frac{T_s U_1}{2L} \quad (11.11)$$

Bei der Pulsweitenmodulation mit versetzter Taktung (VT) ist dagegen

However, with interleaved switching (VT), the current ripple results as

$$\Delta i_2 = 4 \left| s^* \right| \left( 1 - \left| s^* \right| \right) \Delta i_{2 \max \text{ VT}} \quad (11.12)$$

$$\Delta i_{\max \text{ VT}} = \frac{1}{4} \Delta i_{\max \text{ KT}} = \frac{T_s U_1}{8L} \quad (11.13)$$

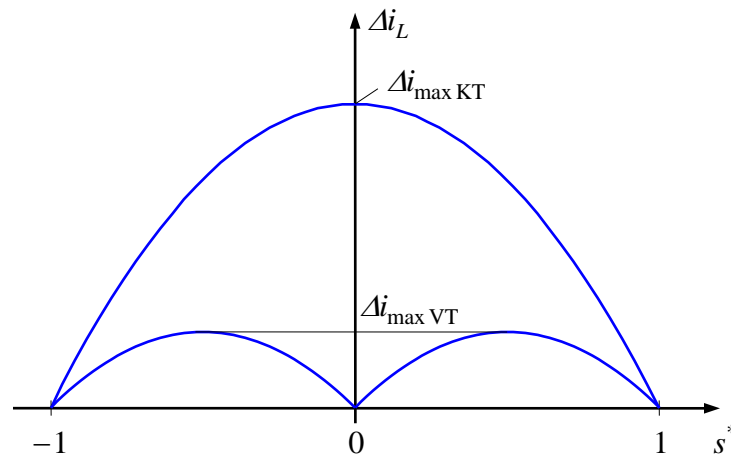
Die Stromschwankungsbreite reduziert sich also um den Faktor 4. Zum einen ist dies darauf zurückzuführen, dass die am Ausgang des Stellers sichtbare und für die Stromschwankung verantwortliche effektive Pulsfrequenz  $f_p$  durch die versetzte Taktung gleich der doppelten Schaltfrequenz ist,

The current ripple is thus reduced by a factor of 4. Firstly, this is due to the fact that the effective pulse frequency  $f_p$  seen at the converter output which is relevant for the current ripple is twice the switching frequency,

$$f_p = 2f_s \quad (11.14)$$

Zum anderen springt bei versetzter Taktung die Ausgangsspannung nur um  $\pm u_1$ , nicht um  $2u_1$ . Beide Effekte zusammen verursachen den Faktor 4.

Secondly, the output voltage steps up and down only by  $\pm u_1$ , not by  $2u_1$ . Both the effects together contribute to the factor of 4.



**Fig. 11-7 :**

Stromschwankung über  
Tastverhältnis  
für die komplementäre (KT) und  
die versetzte Taktung (VT)

Current ripple versus duty cycle  
for the complementary (KT) and  
interleaved switching (VT)

Für den Effektivwert der Stromabweichung gilt  
wieder

For the RMS value of the current variation,  
it is again

$$\Delta I_2 = \frac{1}{2\sqrt{3}} \Delta i_2 \quad \text{bzw.} \quad \Delta I_{\max \text{ VT}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \Delta i_{\max \text{ VT}} = \frac{T_s U_1}{16\sqrt{3}L} \quad (11.15)$$

Ist die Aussteuerung  $s^*(t)$  nicht konstant,  
sondern variabel, z.B. sinusförmig

If the modulation  $s^*(t)$  is not constant but  
varying, e.g. with a sinusoidal shape,

$$s^*(t) = A \sin \omega t \quad (11.16)$$

wie in den obigen Bildern angenommen,  
schwankt auch die Stromschwankungsbreite  
abhängig von der momentanen Aussteuerung.  
Bestimmt man den Gesamt-Effektivwert der  
Stromabweichung über die gesamte  
Sinusperiode, ergibt sich:

as shown in the figures above, the current  
fluctuation changes depending upon the  
instantaneous modulation. The total RMS  
value of the current ripple during one  
sinusoidal period results then as

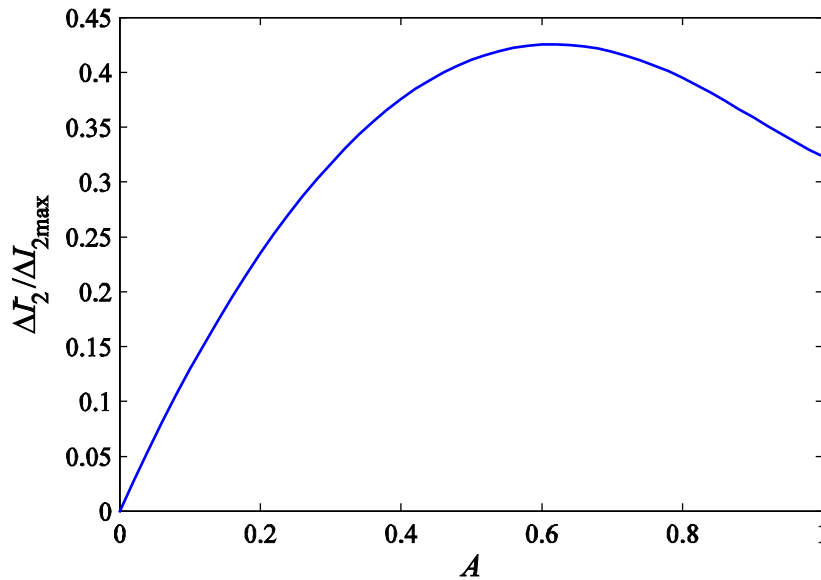
$$\begin{aligned} \frac{\overline{\Delta I_2^2}}{\Delta I_{2\max \text{ VT}}^2} &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} 4 |s^*|^2 (1 - |s^*|)^2 dt \\ &= \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\pi/\omega} 4 A^2 \sin^2 \omega t (1 - A \sin \omega t)^2 dt \end{aligned} \quad (11.17)$$

Nach einiger Zwischenrechnung mit der  
Anwendung der Additionstheoreme und  
Integration der trigonometrischen Funktionen  
lässt sich eine analytische Lösung wie folgt  
finden:

After some intermediate calculation using  
addition theorems and integrating  
trigonometric functions, an analytical  
solution can be found as follows:



$$\frac{\overline{\Delta I_2}}{\Delta I_{2\max VT}} = \sqrt{2A^2 - \frac{32A^3}{3\pi} + \frac{3}{2}A^4} \quad (11.18)$$



**Fig. 11-8:**  
Effektivwert der Stromschwankung beim 4-Quadrantensteller in Abhängigkeit von der Aussteuerung  
RMS value of the current fluctuation with a 4-quadrant converter versus modulation index

### 11.3 4-Quadrantensteller als Gleichrichter für einphasige Netze Four-Quadrant Converter as a Rectifier for Single-Phase Grids

Als Gleichrichter wird der 4-Quadranten-Steller beispielsweise als Netzstromrichter für elektrische Bahnfahrzeuge eingesetzt, die an Wechselspannung betrieben werden. In Deutschland, der Schweiz und Österreich werden im Fernbahnnetz 15 kV 16<sup>2</sup>/<sub>3</sub> Hz als Fahrdratspannung verwendet. In anderen Ländern kommen neben Gleichspannungssystemen 25 kV 50 Hz zum Einsatz.

The four-quadrant converter is also used as the line-side rectifier of electrical rail vehicles operating at AC voltage grids. In Germany, Swiss, and Austria 15 kV 16<sup>2</sup>/<sub>3</sub> Hz is used as overhead line voltage. In other countries, besides DC voltage systems, also 25 kV 50 Hz is common.

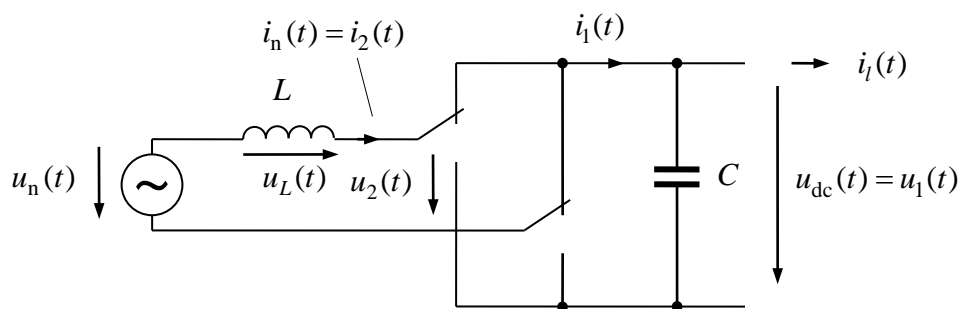
Der 4-Quadranten-Steller kann beim elektrischen Bremsen die Leistung auch wieder in das Netz zurück speisen (Wechselrichterbetrieb).

The four-quadrant converter is also capable to feed the electric energy back into the grid during electric braking (inverter operation).

### 11.3.1 Stationäre Betrachtung Stationary Analysis

Die Nomenklatur aus den voran gegangenen Abschnitten mit dem Index 1 für die Gleichspannungsseite und dem Index 2 für die Wechselspannungsseite sollen beibehalten werden, allerdings ist die Wechselspannungsseite nun der Eingang des Stellers, siehe Fig. 11-9. Für die Netzgrößen wird der Index  $n$  verwendet.

Die nomenclature of the preceding sections should be retained, i. e. using the index 1 for the DC side and index 2 for the AC side of the 4QC. However, the input is now the AC side, see Fig. 11-9. For the line quantities, index  $n$  is used.

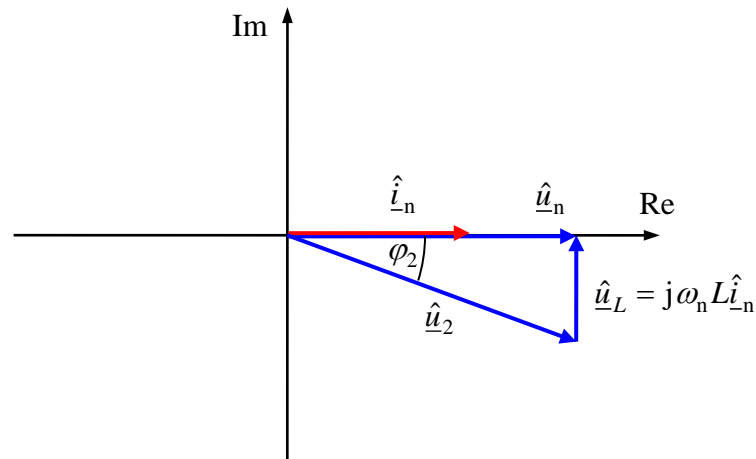


**Fig. 11-9:**  
4QS als Netzstromrichter

4QC as line-side rectifier

Um die Blindleistungsbelastung des speisenden Netzes zu minimieren, sollte ein Verbraucher idealerweise ohmsches Verhalten zeigen. Daher nehmen wir an, dass der Steller so betrieben werde, dass netzseitig ein Leistungsfaktor  $\cos \varphi = 1$  eingestellt werde, die Grundschwingungen von Netzstrom  $i_n$  und Netzspannung  $u_n$  also in Phase seien. Der stationäre Zustand wird mittels komplexer Zeiger der Grundschwingungen in Fig. 11-10 dargestellt. Von den puls-frequenten Anteilen wird im Sinne der dynamischen Mittelwertmodellierung abstrahiert. Wir gehen also im Folgenden von den dynamischen Mittelwerten aus.

In order to minimize the reactive load of the feeding grid, a consumer should ideally show ohmic behavior. Thus, the converter is to be assumed to be operated in such a way that the line-side power factor is getting  $\cos \varphi = 1$ , i.e. the fundamentals of line current  $i_n$  and line voltage  $u_n$  are assumed to be in phase. The steady state can be represented by a phasor diagram as shown in Fig. 11-10. The consideration should abstract from the pulse frequency harmonics in terms of dynamic averaging. So the quantities used below are the dynamic averages.



**Fig. 11-10:**  
Diagramm der stationären komplexen Grundschwingungszeiger beim 4QS für den Fall  $\cos \varphi = 1$

Steady state phasor diagram of the 4QC for the case  $\cos \varphi = 1$

Aus dem Zeigerdiagramm ergibt sich der Zeiger der Steller-Eingangsspannung zu

From the phasor diagram, the complex phasor of the converter input voltage results to

$$\underline{\hat{u}}_2 = \underline{\hat{u}}_n - j\omega_n L \underline{\hat{i}}_n \quad (11.19)$$

bzw. der Spitzenwert des zeitlichen Verlaufs zu

The peak value in time domain is then

$$\hat{u}_2 = \sqrt{\hat{u}_n^2 + \omega_n^2 L \hat{i}_n^2} \quad (11.20)$$

Da der Steller von der Eingangs- zur Ausgangsseite hochsetzend arbeitet, muss die Ausgangsgleichspannung stets größer als der Betrag der Steller-Eingangsspannung sein. Es ergibt sich also die Bedingung

As the converter operates from input to output as a boost, the converter output voltage must always be greater as the absolute value of the input voltage, resulting in the condition

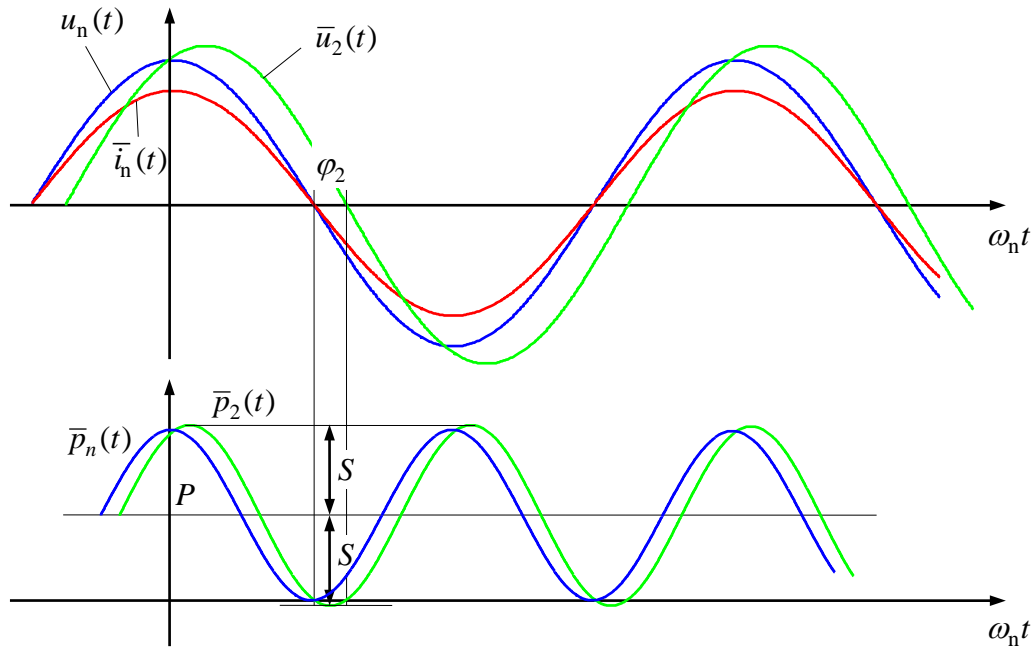
$$U_{dc} \geq \sqrt{\hat{u}_n^2 + (\omega_n L \hat{i}_n)^2} \quad (11.21)$$

Die zeitlichen Verläufe der Grundschwingungsanteile zeigt Fig. 11-11. Die Steller-Eingangsspannung  $\bar{u}_2(t)$  eilt dem Netzstrom mit dem Phasenwinkel  $\varphi_2$  nach. Aus diesem Grund sind zwar während der meisten Zeit Stellerspannung  $\bar{u}_2(t)$  und Strom  $\bar{i}_n(t)$  von jeweils gleichem Vorzeichen, während kurzer Intervalle, die durch den Phasenwinkel  $\varphi_2$  charakterisiert sind, besitzen Strom und

The behavior in time is shown in Fig. 11-11. The converter input voltage  $\bar{u}_2(t)$  is lagging with phase angle  $\varphi_2$  with respect to the line current. Thus, for most of the time, converter voltage  $\bar{u}_2(t)$  and current  $\bar{i}_n(t)$  are of the same sign. However, during short intervals characterized by the angle  $\varphi_2$ , current and voltage are of different signs. This means, even during rectifying

Spannung aber verschiedene Vorzeichen. Das bedeutet, dass bereits im Gleichrichterbetrieb alle 4 Quadranten des Stellers ausgenutzt werden.

operation, all four quadrants of the converter are actually utilized.



**Fig. 11-11:**  
Zeitliche Verläufe für den Fall  
 $\cos \varphi = 1$

Steady-state behavior in time  
domain for the case  $\cos \varphi = 1$

Betrachten wir nun die umgesetzten Leistungen. Auf der Netzseite wird die Wirkleistung

Let us investigate now the transferred power. At the line side, the active power

$$P = P_n = U_n I_n = \frac{1}{2} \hat{u}_n \hat{i}_n \quad (11.22)$$

aufgenommen (Großbuchstaben repräsentieren die Effektivwerte). Die netzseitige Blindleistung  $Q_n$  ist Null, da der Phasenwinkel 0 ist. Die an den Steller übertragene Wirkleistung ist gleich der netzseitigen Wirkleistung:

is drawn from the grid side (capitals should represent the RMS values). The line-side reactive power  $Q_n$  is zero since the phase angle is assumed to be zero. The active power transmitted to the converter is equal to the line-side active power,

$$P_2 = P \quad (11.23)$$

Auf der Stellereingangsseite sind Strom und Spannung aber nicht in Phase. Daher tritt am Stellereingang zusätzlich auch Blindleistung

At the converter input, current and voltage are not in phase. Thus, also reactive power appears at the converter input which is equal to the reactive power of the inductor choke.

auf. Diese ist die Blindleistung der Stellerdrossel

$$Q_2 = \omega_n L I_n^2 \quad (11.24)$$

Die induktive Blindleistung der Drossel wird also vom Steller bereit gestellt. Die Scheinleistung am Stellereingang ist demnach

The inductive reactive power of the choke is thus provided by the converter. The apparent power at the converter input results then as

$$S_2 = \sqrt{P^2 + Q_2^2} = \sqrt{P^2 + (\omega_n L I_n^2)^2} = \sqrt{P^2 + \left(\frac{\omega_n L}{U_n^2} P^2\right)^2} = P \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_n L}{U_n^2} P\right)^2} \quad (11.25)$$

Da es sich um ein Ein-Phasensystem handelt, oszillieren die Momentanleistungen  $\bar{p}_n(t)$  und  $\bar{p}_2(t)$  mit der doppelten Netzfrequenz. Im Einzelnen ergibt sich

Since we are dealing with a single-phase system, the momentary powers  $\bar{p}_n(t)$  and  $\bar{p}_2(t)$  oscillate with twice of the line frequency. In details, they result as

$$\bar{p}_n(t) = P + P \cos(2\omega_n t) \quad (11.26)$$

$$\begin{aligned} \bar{p}_2(t) &= P(1 + \cos(2\omega_n t)) + Q_2 \sin(2\omega_n t) \\ &= P + S_2 \cos 2(\omega_n t - \varphi_2) \end{aligned} \quad (11.27)$$

Beim idealisierten verlustfreien Steller ist die momentane Eingangsleistung gleich der Ausgangsleistung, also

With an idealized lossless converter, the momentary input power equals the momentary output power,

$$\bar{p}_1(t) = \bar{p}_2(t) \quad (11.28)$$

Wird die Ausgangsspannung näherungsweise als konstant angenommen,

If the output voltage is approximately assumed as constant,

$$u_1(t) = u_{dc}(t) \approx U_{dc} \quad (11.29)$$

the output current follows as

folgt also für den Ausgangsstrom

$$\begin{aligned} \bar{i}_1(t) &= \frac{\bar{p}_1(t)}{U_{dc}} = \frac{P}{U_{dc}}(1 + \cos(2\omega_n t)) + \frac{Q_2}{U_{dc}} \sin(2\omega_n t) \\ &= \frac{P}{U_{dc}} + \frac{S_2}{U_{dc}} \cos 2(\omega_n t - \varphi_2) \end{aligned} \quad (11.30)$$

Wir nehmen an, dass der Laststrom auf der Gleichspannungsseite konstant ist,  $i_l = I_l$ . Dann gilt

At the DC side, the load current is supposed to be constant,  $i_l = I_l$ . Then it yields

$$P = U_{dc} I_l = U_n I_n \quad \text{bzw.} \quad I_n = \frac{P}{U_n} = \frac{U_{dc} I_l}{U_n} \quad (11.31)$$

Mit diesen Zusammenhängen folgt der Momentanstrom des Stellerausgangs als

With this relations, we find the momentary converter output current as

$$\bar{i}_1(t) = I_l \left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{\omega_n L U_{dc}}{U_n^2} I_l \right)^2} \cos 2(\omega_n t - \varphi_2) \right) \quad (11.32)$$

Die Amplitude des Wechselanteils auf der Gleichspannungsseite beträgt also

This means, the amplitude of the AC content of the DC-side current is

$$\hat{i}_1 = I_l \sqrt{1 + \left( \frac{\omega_n L U_{dc}}{U_n^2} I_l \right)^2} \quad (11.33)$$

und ist damit sogar größer als der Gleichanteil  $I_l$ , so dass der Momentanwert  $\bar{i}_1(t)$  selbst bei positiver Wirkleistung kurzzeitig negativ wird.

which is even larger than the DC content  $I_l$  so that the momentary value  $\bar{i}_1(t)$  will get negative for short time intervals even at positive active power.

Bislang wurde die Spannung am Stellerausgang als näherungsweise konstant angenommen. Die wirkliche Spannungsschwankung soll nun überprüft werden: Der Kondensatorstrom beträgt

So far, the converter output voltage was assumed as approximately constant. The real voltage fluctuation should now be checked. The current through the capacitor is

$$\bar{i}_C(t) = \bar{i}_1(t) - I_l \quad (11.34)$$

Über die Impedanz des Kondensators bei der Frequenz  $2\omega_n$  ergibt sich nun die Amplitude des Wechselanteils der Ausgangsspannung zu

Using the impedance of the capacitor at the frequency  $2\omega_n$ , the AC content of the output voltage results to

$$\hat{u}_1 = \frac{\hat{i}_1}{2\omega_n C} = \frac{I_l}{2C} \sqrt{1 + \left( \frac{\omega_n L U_{dc}}{U_n^2} I_l \right)^2} \quad (11.35)$$

Der Kondensator  $C$  muss nun genügend groß gewählt werden, damit die Spannungsschwankung im akzeptablen Rahmen bleibt.

The capacitance  $C$  must be chosen large enough so that the voltage fluctuation remains within acceptable limits.

### 11.3.2 Regelung Control

Bei der stationären Betrachtung wurde bislang angenommen, dass die Ausgangsspannung

During the steady state analysis, the output voltage was considered as constant.

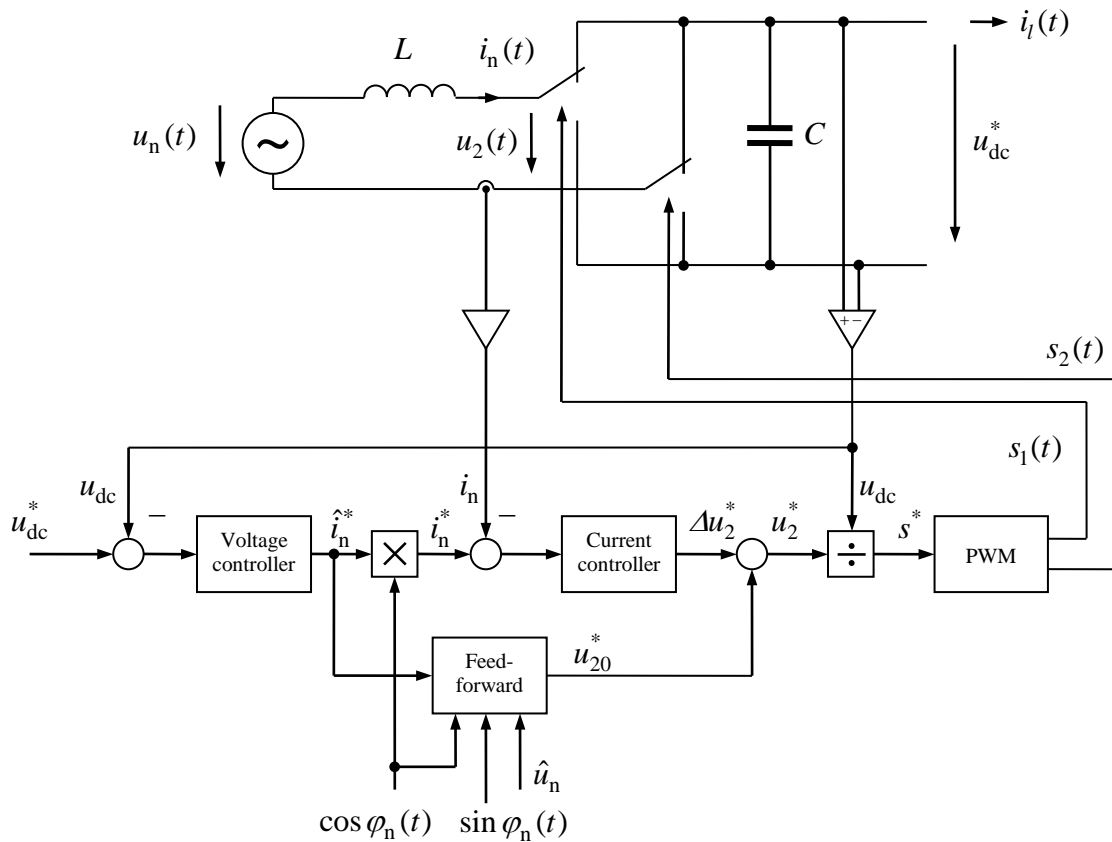
konstant sei. Dies stellt sich jedoch nicht von allein ein, sondern es bedarf einer Regelung, die sich dieser Aufgabe annimmt. Es empfiehlt sich, wieder eine kaskadierte Struktur mit äußerer Spannungsregelung und innerer Stromregelung einzusetzen. Zu beachten ist, dass der Spannungsregler anders als bei der Regelungsstruktur des Gleichstromstellers in Fig. 6-11 nicht direkt den Strommomentanwert, sondern nur die Stromamplitude anfordern kann. Dieser Amplitudensollwert muss dann über eine Multiplikation mit  $\cos \varphi_n(t)$  in einen Sollwert für den Strommomentanwert umgerechnet werden, wozu die Kenntnis des aktuellen Phasenwinkels  $\varphi_n(t)$  der Netzspannung

$$u_n(t) = \hat{u}_n \cos \varphi_n(t) = \hat{u}_n \cos \omega_n t \quad (11.36)$$

notwendig ist. Dieser Phasenwinkel muss durch Messung der Netzspannung bestimmt werden. Vorteilhafterweise bewerkstelligt man dies durch eine PLL (phase-locked loop). Dies ist im Regelungsstrukturbild Fig. 11-12 allerdings nicht dargestellt.

However, that is not the result of the natural behavior, but it requires a controller to take care of this assignment. Again, a cascaded control structure is recommended, comprising an inner current control and an outer voltage control. In contrast to the control structure of the DC-DC converter of Fig. 6-11 the voltage controller cannot request directly the momentary current, but only the current amplitude instead. This demanded amplitude must be converted to a demand of the momentary current by multiplication with  $\cos \varphi_n(t)$ . To do so, the momentary phase angle  $\varphi_n(t)$  of the line voltage

must be known. This phase angle must be determined from measurements of the line voltage. Advantageously that is done by means of PLL (phase-locked loop) which is not detailed in the control structure diagram of Fig. 11-12.



**Fig. 11-12:**  
Regelungsstruktur für den 4-  
Quadranten-Steller als  
Gleichrichter

Control structure for the 4-  
Quadrant-converter operating as  
rectifier

Sinnvollerweise sieht man auch wieder eine Vorsteuerung vor, in der zweckmäßigerweise die stationären Zusammenhänge hinterlegt werden. Die Spannungsvorsteuerung ergibt sich also gemäß der Verhältnisse nach Fig. 11-10 als

It is reasonable to incorporate again a feedforward action which covers the steady state relations. This voltage feedforward results from the stationary situation according to Fig. 11-10 as

$$\begin{aligned}
 u_{20}^*(t) &= u_n(t) - u_L(t) = \hat{u}_n \cos \omega_n t + \hat{i}_n \omega_n L \sin \omega_n t \\
 &= \hat{u}_n \cos \varphi_n(t) + \hat{i}_n \omega_n L \sin \varphi_n(t)
 \end{aligned}
 \tag{11.37}$$

Ggf. kann zusätzlich der Innenwiderstands  $R$  der Drossel berücksichtigt werden, also

If necessary, the internal resistance of the choke can also be considered, resulting in

$$u_{20}^*(t) = \hat{u}_n \cos \varphi_n(t) + \hat{i}_n R \cos \varphi_n(t) + \hat{i}_n \omega_n L \sin \varphi_n(t)
 \tag{11.38}$$

Im Spannungsregler sollte wiederum der angeforderte Stromsollwert auf den zulässigen maximalen Wert begrenzt werden.

Within the voltage control, the demanded current should be limited to the allowed maximal value.

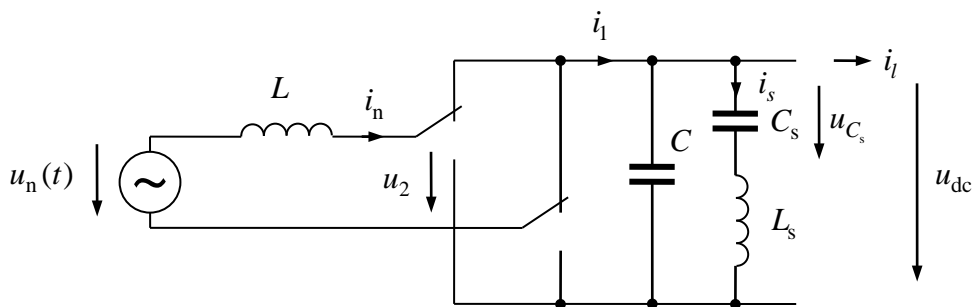


### 11.3.3 Saugkreis Notch filter

Die Leistung bei einphasiger Wechselspannungspeisung pulsiert unvermeidlich mit der doppelten Frequenz um den Leistungsmittelwert. Bei konstanter Belastung des Gleichspannungskreises muss diese pulsierende Leistung vom Kondensator  $C$  gepuffert werden, siehe (11.35). Der Ausgangs-Gleichspannung ist also eine mehr oder minder große 2. Harmonische überlagert. Statt diese Harmonische durch einen entsprechend großen Kondensator zu minimieren, kann ein so genannter *Saugkreis*, ein  $LC$ -Reihenschwingkreis als Sperrfilter eingesetzt werden, welcher auf die doppelte Netzfrequenz abgestimmt wird:

$$2\omega_n = \frac{1}{\sqrt{L_s C_s}} \quad (11.39)$$

With single-phase AC supply, the power oscillates unavoidably at twice the line frequency power around the mean power value. With constant load on the DC circuit, the pulsating power must buffered by the capacitor  $C$ , see (11.35). So, also the DC output voltage is superimposed by a more or less large 2nd harmonic. Instead of reducing this harmonic by increasing the capacitance, an  $LC$  series resonant filter can be employed as notch filter where the resonance frequency must be tuned at twice of the line frequency,



**Fig. 11-13:**  
4QS als Netzstromrichter mit  
Saugkreis auf der  
Gleichspannungsseite

4QC as power converter with  
notch filter at the output DC side

Bei der Wahl von  $L_s$  und  $C_s$  bleibt aber ein Freiheitsgrad. Die Bemessung ist aber so durchzuführen, dass bei Verwendung eines Elektrolytkondensators  $C_s$  sich die anliegende oszillierende Spannung nicht umpolt. Der Wechselspannungsanteil an  $C_s$  darf also die Gleichspannung  $U_{dc}$  nicht überschreiten:

$$\hat{u}_{C_s} < U_{dc} \quad (11.40)$$

With the choice of  $L_s$  and  $C_s$  remains a degree of freedom. The design must be done in a way that the oscillating voltage across an electrolytic capacitor  $C_s$  must not change its polarity. The allowed AC component across  $C_s$  must therefore not exceed the DC content  $U_{dc}$ ,

Wir nehmen an, dass der Wechselstromanteil von  $\bar{i}_1(t)$  vollständig vom Saugkreis übernommen werde, also

$$\hat{i}_{C_s} = \hat{i}_1 = \frac{S}{U_{dc}} \quad (11.41)$$

Das Verhältnis der Schwingungsamplituden von Spannung und Strom in einem Schwingkreis ist gleich der Kennimpedanz:

$$Z_s = \sqrt{\frac{L_s}{C_s}} = \frac{\hat{u}_{C_s}}{\hat{i}_{C_s}} < \frac{U_{dc}^2}{S} \quad (11.42)$$

Aus der Bedingung (11.35) folge also die Einschränkung an die Kennimpedanz

$$Z_s < Z_{\min} = \frac{U_{dc}^2}{S_{\max}} \quad (11.43)$$

bzw. für die Auslegung der einzelnen Elemente

$$C_s > \frac{1}{2\omega_n Z_{\min}} = \frac{S_{\max}}{2\omega_n U_{dc}^2}, \quad L_s < \frac{U_{dc}^2}{2\omega_n S} \quad (11.44)$$

Nun ist zu berücksichtigen, dass der Saugkreis nicht nur die Schwingungsfrequenz  $2\omega_n$  tilgt, sondern leider eine neue Resonanzstelle durch die Reihenschaltung von  $L$ ,  $C$  und  $C_s$  erzeugt. Diese Resonanzfrequenz ergibt sich zu

$$\omega_r = \sqrt{\frac{1}{L_s} \left[ \frac{1}{C} + \frac{1}{C_s} \right]} > 2\omega_n \quad (11.45)$$

Im stationären Zustand ist dies unkritisch, da keine Schwingungen mit dieser Frequenz auftreten und diese Resonanz daher nicht angeregt wird. Bei dynamischen Übergängen wird dieser Schwingkreis aber zu Schwingungen angeregt, die nur schwach gedämpft sind. Falls die ohnehin vorhandenen Innenwiderstände der beteiligten Komponenten die Schwingung nicht hinreichend dämpfen, kann es sinnvoll sein, zusätzlich einen kleinen

Let us assume that the AC content of  $\bar{i}_1(t)$  is fully taken by the notch filter,

The ratio of the AC amplitudes of voltage and current in the resonant circuit is determined by the characteristic impedance,

From condition (11.35) follows the restriction to the characteristic impedance as

or the design restrictions for the particular components as

Furthermore it has to be considered that the notch filter not only cancels out the frequency  $2\omega_n$  but is reason for a new resonance resulting from the series connection of  $L$ ,  $C$  and  $C_s$ . The value of this resonance frequency is

During steady state this is non-critical as no harmonics are present to excite this resonance. During transients, however, oscillations are excited which are unfortunately only weakly damped. If the internal resistances of included components are insufficient for satisfactory damping, a small resistance  $R_s$  may be additionally included in the notch filter.

ohmschen Widerstand  $R_s$  im Saugkreis vorzusehen.

In Fig. 11-14 ist die frequenzabhängige Impedanz des Zwischenkreises mit dem Saugkreises

In Fig. 11-14, the frequency response of the impedance of the complete DC link with notch filter,

$$Z(p) = \frac{1}{pC} \parallel \left( pL_s + \frac{1}{pC_s} + R_s \right) = \frac{p^2 C_s L_s + p R_s C_s + 1}{p^3 C C_s L_s + p^2 C C_s R_s + p(C + C_s)} \quad (11.46)$$

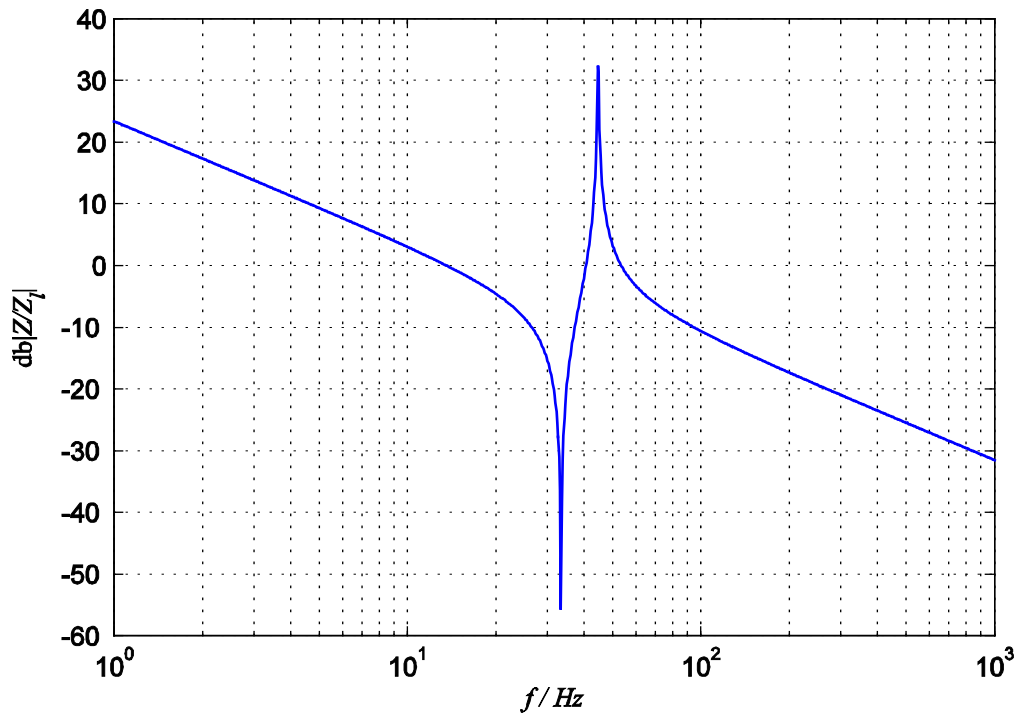
für eine typische Auslegung dargestellt. Die Resonanzfrequenz des Saugkreises wurde auf 33,3 Hz, also auf die doppelte Frequenz des deutschen Bahnnetzes abgestimmt. Die Reihenresonanz liegt bei diesem Beispiel bei  $\omega_r / 2\pi = 45 \text{ Hz}$ . In der logarithmischen Darstellung wurde die Impedanz  $Z$  bezogen auf die Impedanz

is shown for a typical design. The resonance frequency of the LC circuit is tuned to 33.3 Hz, i.e. twice the frequency of the German rail network. The series resonance of this circuit is at  $\omega_r / 2\pi = 45 \text{ Hz}$  in this example. In the logarithmic scaling,  $Z$  is normalized with respect to

$$Z_1 = \frac{U_{\text{dc}}}{\hat{i}_1} = \frac{U_{\text{dc}}^2}{S} \quad (11.47)$$

dargestellt. Man erkennt die erwünschte Unterdrückung bei der Frequenz von 33,3 Hz und auch die nicht willkommene zusätzliche Resonanz bei 45 Hz.

In the diagram, the cancellation of 33.3 Hz is clearly visible, however, also the additional resonance an 45 Hz that is not welcome.



**Fig. 11-14:**

Impedanzcharakteristik des  
Zwischenkreises

Impedance characteristic of the  
DC link

### 11.3.4 Auf- und Abrüstvorgang und notwendige Beschaltung Starting-Up and Shutdown Procedures and Required Circuitry

Im Betrieb muss die Ausgangsgleichspannung größer als der Scheitelwert sein, siehe (11.21). Wird der 4-Quadranten-Steller mit entladene[m]m Kondensator an das Netz geschaltet, würde sich auch bei nicht angesteuerten Transistoren der Kondensator über die Diodenbrücke unkontrolliert aufladen. Wegen des aus  $L$  und  $C$  gebildeten Schwingkreises könnte die Ausgangsspannung im Extremfall sogar bis auf den doppelten Wert des Scheitelwertes der Netzspannung aufschwingen. Bei kleineren Leistungen mag dieses Vorgehen akzeptabel sein, da dann der relativ große Innenwiderstand der Eingangsdrossel den Ladestrom begrenzt. Bei großen Systemen wie z. B. bei Schienenfahrzeugen würde ein solches Vorgehen zu nicht akzeptablen großen Stromspitzen führen. In diesem Fall wird während des Aufrüstvorgangs zunächst ein Vorladewiderstand  $R_v$  in den Eingangskreis geschaltet, welcher den Strom beim Aufladen begrenzt. Dieser wird nach dem Aufladen des Kondensators überbrückt. Erst danach werden

During the operation, the DC output voltage must be greater than the peak value, see (11.21). If the four-quadrant converter is switched to the line with discharged capacitor, the capacitor would be uncontrollably charged via the diode bridge even with inactive transistors. Due to the resonance circuit of  $L$  and  $C$ , the output voltage could swing up to even twice the peak line voltage in an extreme case. With small power ratings this procedure may be acceptable, because the relatively high internal choke resistance will usually limit the charging current. At high power ratings as it is the case with rail vehicles, unacceptable current spikes would result. In this case, a pre-charging resistor  $R_v$  is switched to the input circuit during starting up, which limits the charging current. This resistor is bridged after finishing the pre-charging of the capacitor. Only after that, firing of the transistors and control is enabled.

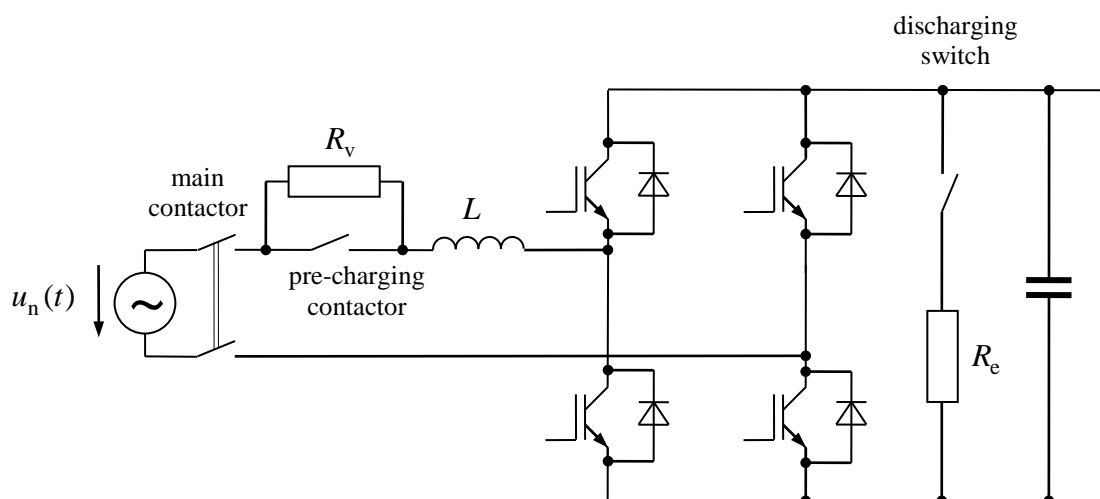
die Transistoren angesteuert und die Regelung freigegeben.

Zum Außerbetriebsetzen (Abrüsten) werden die Transistoren gesperrt. Dann bleibt der Kondensator aufgeladen. Die natürliche Selbstentladung des Kondensators kann Tage dauern, was bei ggf. notwendigen manuellen Maßnahmen (Wartung, Reparatur) nicht akzeptabel ist. Um den Steller zuverlässig spannungsfrei zu schalten, muss ein Entladewiderstand  $R_e$  aktiviert werden. Eine alternative Lösung, ohne Entladeschalter auszukommen, ist, einen hochohmigen Widerstand parallel zum Kondensator  $C$  vorzusehen. Dabei ist ein Optimum zwischen den stationären Verlusten und einer möglichst raschen Entladezeit zu finden, die allerdings dann immer noch mehrere Minuten betragen kann.

Haupt- und Vorladeschalter sind üblicherweise mechanische Schütze, da eine zuverlässige galvanische Entkopplung sichergestellt werden muss bzw. kleinste Innenwiderstände angestrebt werden. Der Entladeschalter wird dagegen oft als leistungselektronischer Schalter ausgeführt.

To shutdown, the transistors are blocked. Then, the capacitor remains charged. The natural self-discharge may take days which is not acceptable if manual interventions (maintenance, repair) are due. In order to reliably guarantee de-energizing of the capacitor, a discharging resistor  $R_e$  must be activated. An alternative solution to get along without discharge switch is to install a high resistance permanently in parallel to the capacitor  $C$ . In this case, a trade-off between losses and quick discharging time has to be found. Discharging, however, can take several minutes.

Mains and pre-charge switches are usually mechanical contactors in order to ensure reliable electrical isolation and the smallest internal resistance. The discharge switch is often realized as power electronic switch.



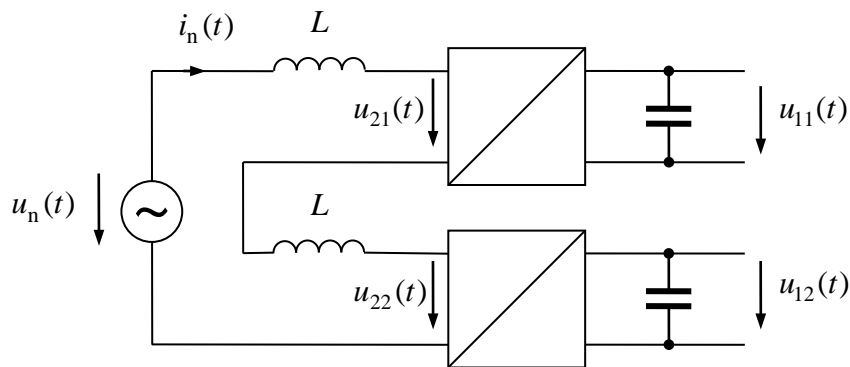
**Fig. 11-15:**  
4QS mit Vorlade- und  
Entladewiderstand

Pre-charging and discharging of  
4QC

### 11.4 Parallel- und Reihenschaltung von 4QS-Modulen Parallel- and Series Connection of 4QC modules

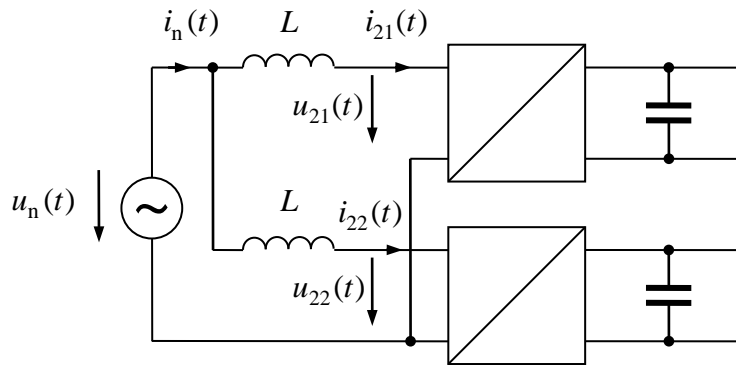
Zur Erhöhung der Leistung werden oftmals Module parallel oder in Reihe geschaltet. Die Pulsweitenmodulation der Module werden zur Minimierung der Stromüberschwingungen – wie schon bei der Pulsung der beiden Zweige eines Stellers, siehe Fig. 11-6 – gegeneinander versetzt (*interleaving*).

To increase the power rating, modules are often connected in series or in parallel. In such case, the pulse width modulation of the modules are operated phase-shifted (*interleaved*) to minimize the current harmonics as it was already shown with the legs within one 4QC, see Fig. 11-6.



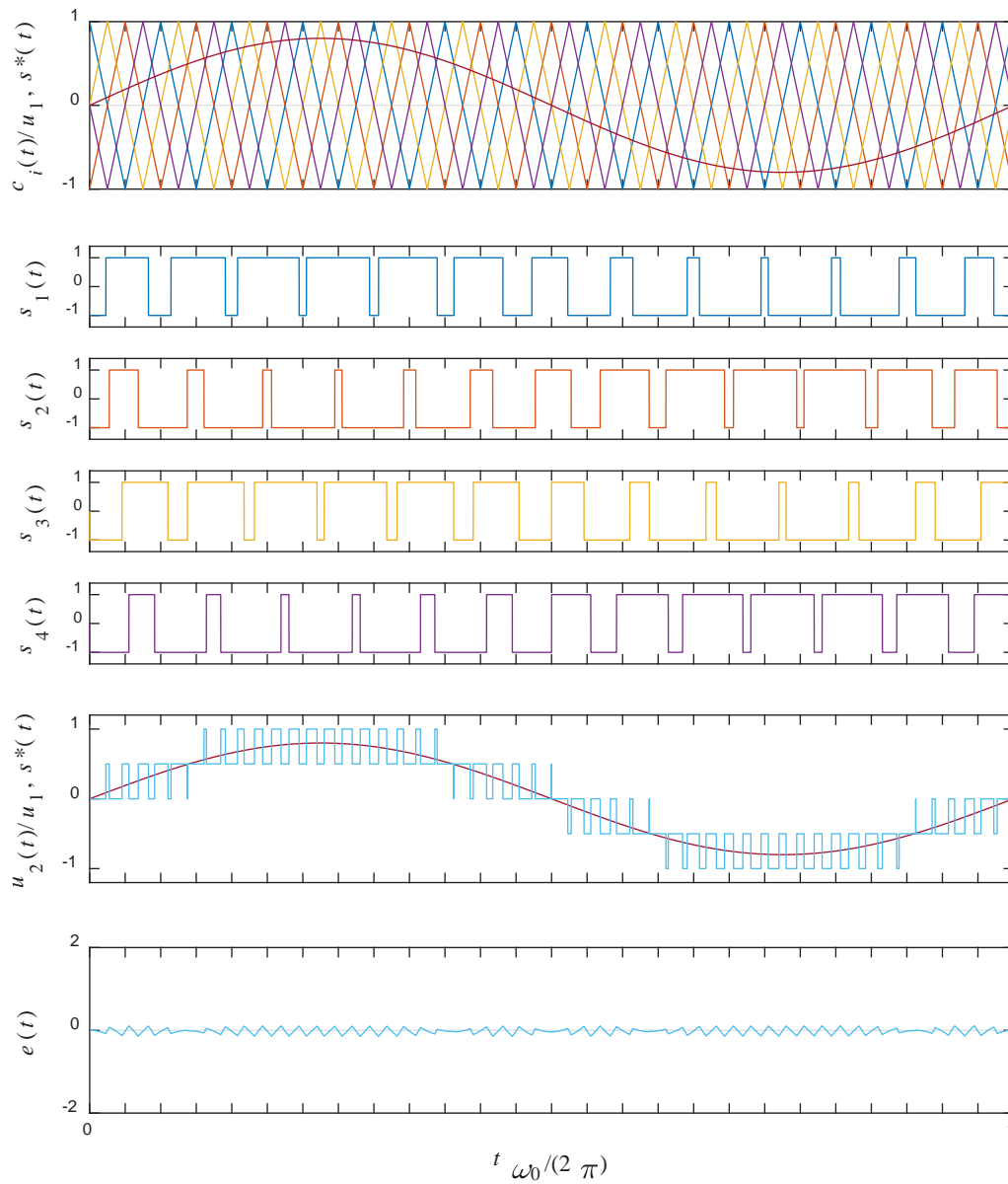
**Fig. 11-16:**  
Reihenschaltung zweier 4QS

Series connection of two 4QC

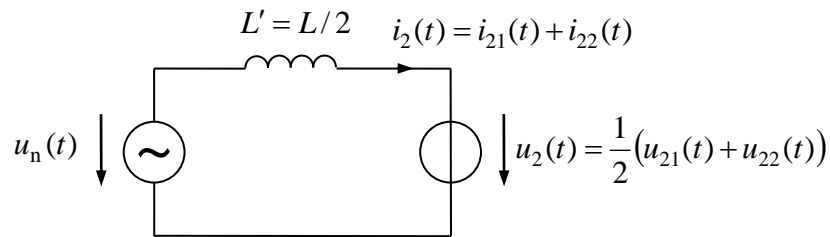


**Fig. 11-17:**  
Parallelschaltung zweier 4QS

Parallel connection of two 4QC

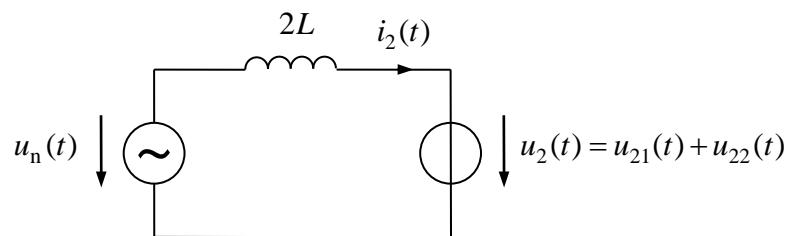


**Fig. 11-18:**  
 PWM mit versetzter Taktung für zwei 4QS      Interleaved PWM for two 4QC



**Fig. 11-19:**  
Ersatzschaltbild der  
Parallelschaltung  
zur Untersuchung der Gesamt-  
Stromschwankung

Equivalent circuit of parallel  
connection circuit  
to investigate the total current  
fluctuation



**Fig. 11-20:**  
Ersatzschaltbild der  
Reihenschaltung  
zur Untersuchung der Gesamt-  
Stromschwankung

Equivalent circuit of series  
connection circuit  
to investigate the total current  
fluctuation

Die Stromschwankung  $\Delta i_2$  wird bei zwei 4QS  
mit versetzter Taktung durch

The current fluctuation  $\Delta i_2$  results for two  
4QC with interleaved PWM as

$$\Delta i_2 = \begin{cases} 16 |s^*| \left| s^* - \frac{1}{2} \right| \Delta i_{\max \text{ VT}2} & \text{für } |s^*| \leq \frac{1}{2} \\ 16 |s^* - 1| \left| s^* - \frac{1}{2} \right| \Delta i_{\max \text{ VT}2} & \text{für } |s^*| > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (11.48)$$

angegeben, wobei bei der Parallelschaltung

Where in parallel connection it is

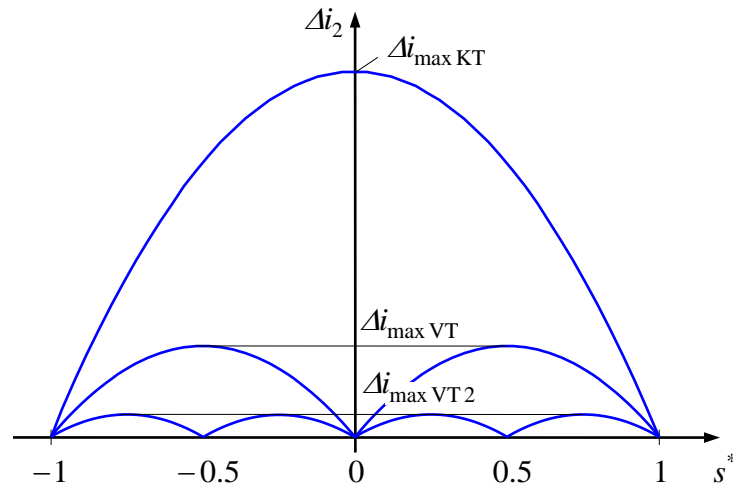
$$\Delta i_{\max \text{ VT}2} = \frac{U_1 T_s}{4} \frac{1}{8 L'} = \frac{U_1 T_s}{32 L'} \quad (11.49)$$

gilt. Identifiziert man die Induktivität  $L'$  mit  
der Induktivität  $L$  beim einfachen 4QS, gilt für  
die Stromschwankungen der verschiedenen  
Anordnungen der Zusammenhang

If we identify the inductance  $L'$  with an  
inductance  $L$  of a single 4QC, then the  
current fluctuation of the different  
configurations results as



$$\Delta i_{\max VT2} = \frac{1}{4} \Delta i_{\max VT} = \frac{1}{16} \Delta i_{\max KT} \quad (11.50)$$



**Fig. 11-21:**  
Stromschwankung über  
Tastverhältnis

Current fluctuation with respect  
to duty cycle

Für die Reihenschaltung gelten im Prinzip die gleichen Zusammenhänge, wenn man beachtet, dass bei jeweils gleicher konstanter Gleichspannung

For the series connection configuration, in principle, the relations are also valid, if we consider that with the same constant DC voltage,

$$u_{11} = u_{12} = U_1 \quad (11.51)$$

die eingangsseitige Spannung doppelt so groß und der eingangsseitige Strom halb so groß ist wie bei der Parallelschaltung. Berücksichtigt man den Faktor 2 in der Spannungs- und Stromanpassung, ergibt sich die gleiche Formel.

the input-side voltage is twice the value and input-side current is half as large as in the parallel circuit. Taking factor 2 into consideration both for voltage and current adjustment, the result is the same formula.

Um die Ausgänge der Module in Reihe oder parallel schalten zu können, müssen sie eingangsseitig über einen Transformator galvanisch entkoppelt werden. Zumindest wären Gleichtaktrosseln am Eingang jedes 4QS notwendig, um Kreisströme zu vermeiden.

To connect the modules in series or parallel at the output side, they must be galvanically isolated at the input side with a transformer. At least, common mode chokes would be required on the input side of each 4QC in order to prevent circulating currents.

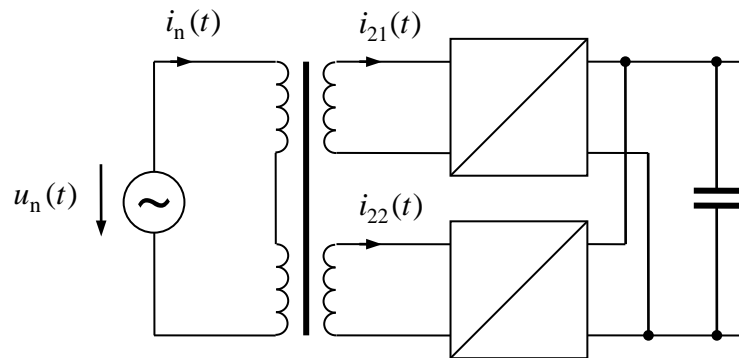
Die Reihenschaltung der Ausgangsgleichspannungen wird meist nicht verwendet. Statt ihrer kommt eher die 3-Level-Technik zum Einsatz, vgl. Fig. 15-1.

The series connection of the DC output voltages is not common. Instead, the 3-level topology is sometimes applied, compare Fig. 15-1.

## 11.5 Transformator Transformer

Sollen mehrere 4QS-Module eine gemeinsame Last versorgen, müssen die Ausgänge zusammengeschaltet werden. In diesem Fall wird eine galvanische Entkopplung der Eingänge notwendig, was durch einen Transformator bewerkstelligt wird.

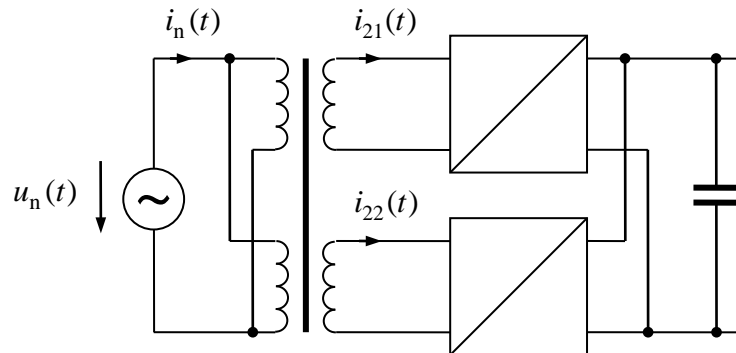
In case of several 4QCs are supplying a common load, the outputs must be connected in parallel. Then a galvanic decoupling of the inputs is necessary, which is accomplished by a transformer.



**Fig. 11-22:**

Einspeisung über Transformator,  
primärseitige Reihenschaltung

Supply via transformer, series  
connection at the primary



**Fig. 11-23:**

Einspeisung über Transformator,  
primärseitige Parallelschaltung

Supply via transformer, parallel  
connection at the primary

Der Transformator dient jedoch außerdem weiteren Zwecken:

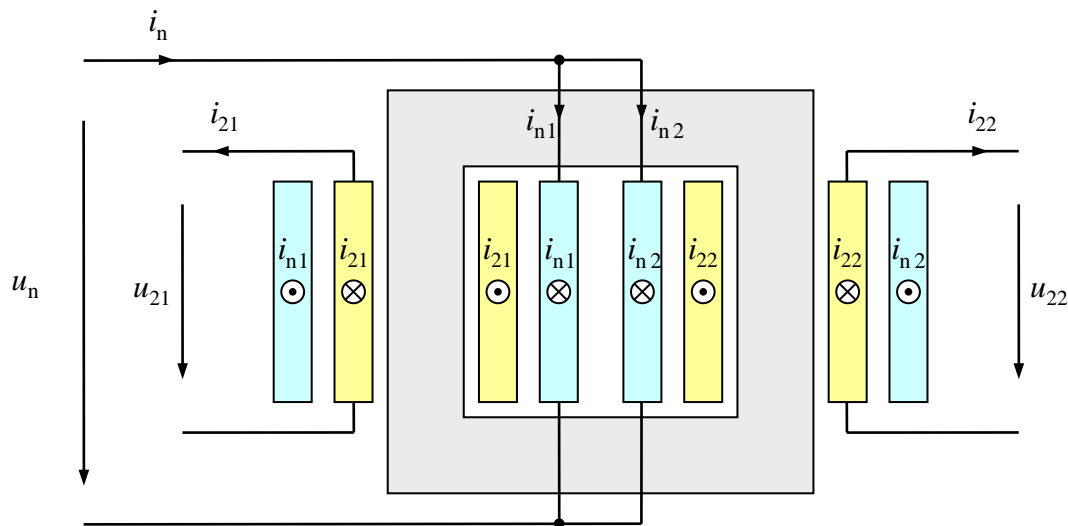
The transformer serves also for other purposes:

- galvanische Entkopplung zwischen den Eingängen der 4QS, ggf. auch zum Netz hin
- galvanic decoupling between the inputs of 4QC, possibly also toward the network

- Spannungsanpassung zwischen Netz und Ausgangsgleichspannung
  - Bereitstellung der notwendigen eingangsseitigen Induktivität durch die Transformatorstreuung
- voltage adjustment between mains and output DC voltage
  - providing the necessary input-side inductance from the transformer leakage inductance

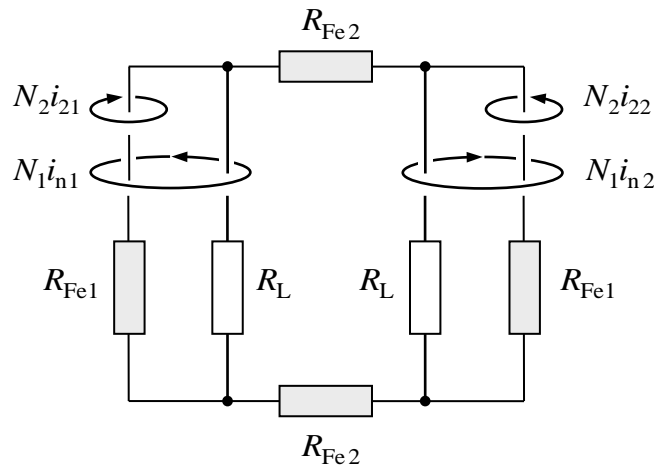
Ein solcher Mehrwicklungstransformator wird speziell nach den Erfordernissen der Stromrichterspeisung entworfen. Er zeigt bestimmte Charakteristika in seinem Aufbau, welche im Folgenden diskutiert werden sollen. Wir gehen dabei von der primärseitigen Parallelschaltung aus: Die Sekundärwicklungen werden als innere Wicklung auf je einem kel ausgeführt. Die Primärwicklungen umschließen diese (*Mantelwicklungen*). Die wesentlichen daraus resultierenden Eigenschaften können an einem einfachen Reluktanzmodell erläutert werden.

Such a multi-winding transformer is specifically designed according to the requirements of the inverter power supply. It shows certain characteristics in its construction, which will be discussed below. We start from the primary-side parallel connection: The secondary windings are constructed as inner coils on a leg. The primary windings surround them (mantle winding). The main resulting properties can be explained by a simple reluctance model.



**Fig. 11-24:**  
Schnittskizze des Vier-Wicklungs-Transformators

Cross section sketch of the four-winding transformer



**Fig. 11-25:**  
Reluktanzmodell des  
Transformators

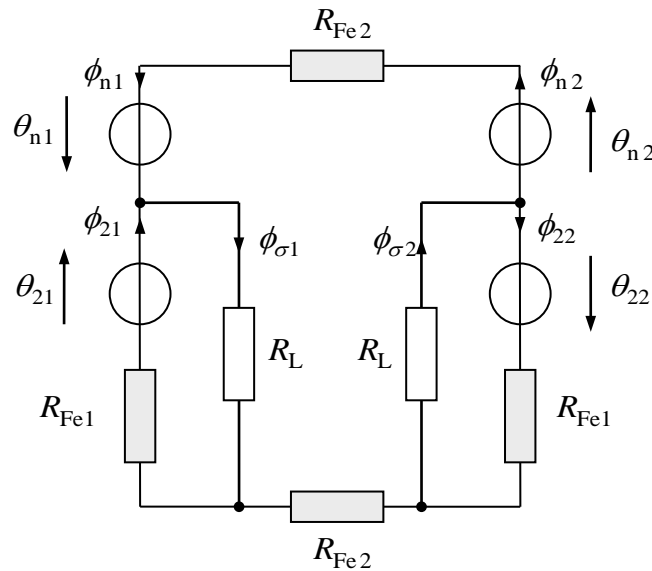
Reluctance model of transformer

Zusammenhang zwischen magnetischen  
Flüssen und Verkettungsflüssen sowie  
zwischen Durchflutungen und Strömen:

Relationship between magnetic fluxes and  
flux linkages as well as between MMF  
(magnetic voltages) and electric currents:

$$(11.52)$$

$$\psi_k = N_k \phi_k, \quad \theta_k = N_k i_k$$



**Fig. 11-26:**  
Reluktanzmodell des  
Transformators mit magnetischen  
Spannungsquellen

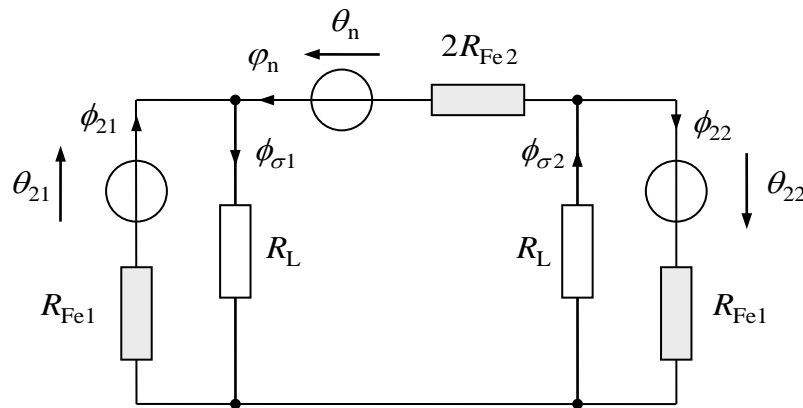
Reluctance model of transformer  
with magnetic voltage sources

Im Reluktanzmodell können die beiden parallel geschalteten Primärwicklungen gedanklich zu einer einzigen zusammengefasst werden, wodurch sich das Problem formal auf ein Drei-Wicklungs-System reduziert:

$$u_n = u_{n1} = u_{n2} \Rightarrow \dot{\psi}_n = \dot{\psi}_{n1} = \dot{\psi}_{n2} \Rightarrow \varphi_n = \varphi_{n1} = \varphi_{n2} \quad (11.53)$$

$$i_n = i_{n1} + i_{n2} \Rightarrow \theta_n = \theta_{n1} + \theta_{n2} = N_1 i_{n1} + N_1 i_{n2} = N_1 i_n \quad (11.54)$$

In the reluctance model, the two parallel-connected primaries can be substituted by a single winding in the equivalent circuit diagram. The problem is then formally reduced to a three-winding system:



**Fig. 11-27:**  
Vereinfachtes Reluktanzmodell  
des Transformators mit  
magnetischen Spannungsquellen

Simplified reluctance model the  
transformer  
with magnetic voltage sources

Ziel ist es, aus diesem Reluktanzmodell das elektrische Verhalten des Transformators zu bestimmen, also insbesondere die Werte von Haupt-, Selbst- und Streuinduktivitäten abzuleiten. Ein Weg führt über die magnetische Leitwertmatrix

The aim is to determine the electrical behavior from this reluctance model, in particular to derive the values of the main-, self-and leakage inductances. One way is through the magnetic conductance matrix

$$\begin{bmatrix} \varphi_n \\ \varphi_{21} \\ \varphi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{n,n} & A_{n,21} & A_{n,22} \\ A_{21,n} & A_{21,21} & A_{21,22} \\ A_{22,n} & A_{22,21} & A_{22,22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_n \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \end{bmatrix} \quad (11.55)$$

Durch eine systematische Analyse des Netzwerks aus Fig. 11-27 lassen sich die Elemente der Leitwertmatrix bestimmen, die prinzipiell symmetrisch sein muss. Über die Windungszahlen wird dann die Leitwertmatrix in eine Induktivitätsmatrix umgerechnet. Anders als beim T-Ersatzschaltbild des Zwei-Wicklungs-Transformators gelingt es beim Mehrwicklungstransformator im Allgemeinen

By means of a systematic analysis of the network of Fig. 11-27 all entries of the conductance matrix – which is symmetrical due to principal reasons – can be determined. With the help of the number of winding turns, the conductance matrix will yield the inductance matrix. Unlike as the T-equivalent circuit diagram of a two-winding transformer, it is generally *not* possible to

jedoch *nicht*, die Induktivitätsmatrix mit Hilfe eines übersichtlichen Ersatzschaltbilds zu veranschaulichen.

Für den Betrieb unter Last sind ohnehin nur die Kurzschlussimpedanzen bzw. die Streuinduktivitäten des Transformators wichtig. Es ist daher nicht zwingend notwendig, die obige Leitwertmatrix  $A$  vollständig zu bestimmen. Diese zwischen zwei Wicklungen maßgebliche Streuinduktivität wird über einen Kurzschlussversuch ermittelt: Dazu wird eine dieser beiden Wicklungen kurzgeschlossen und die dann resultierende Induktivität an den Klemmen der anderen Wicklung bestimmt. Beim Mehr-Wicklungs-Transformator bleiben die anderen Wicklungen offen, also stromlos, und verhalten sich daher so, als wenn sie gar nicht vorhanden wären. Bezüglich des magnetischen Ersatzschaltbildes heißt dies:

- Die mit der elektrischen Einspeisung verbundene Wicklung tritt entsprechend auch im magnetischen Kreis als Quelle auf
- Die kurzgeschlossene Wicklung hat eine elektrischer Spannung von Null und folglich auch einen magnetischen Fluss von Null, da der Fluss das Integral der Spannung ist. Daher kann diese Quelle aus dem Ersatzschaltbild entfernt werden und durch eine Unterbrechung ersetzt.
- Da die offene inaktive Wicklung keinen Strom führt, ist die entsprechende magnetische Spannung Null. Daher wird diese Quelle durch einen magnetischen Kurzschluss ersetzt.

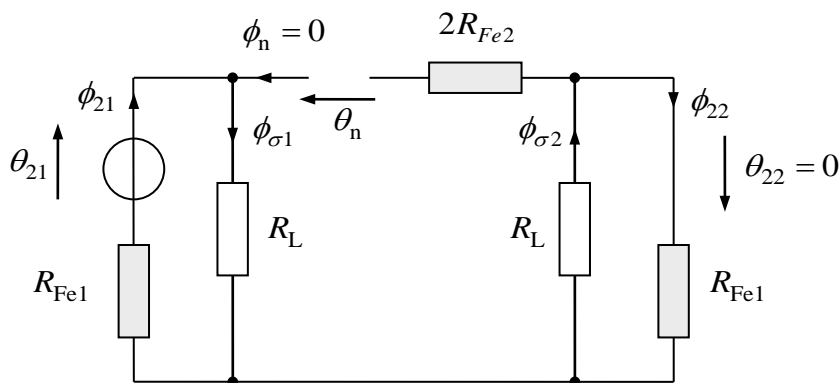
Diese Prozedur wird zuerst zur Bestimmung der Streuung zwischen einer Sekundärwicklung und der Primärwicklung angewandt. D. h. die Primärwicklung wird kurzgeschlossen, also  $u_n = 0$  bzw.  $\phi_n = \text{const.}$ , während eine Sekundärwicklung elektrisch gespeist wird. Die zweite Sekundärwicklung bleibt offen, also  $\theta_{22} = 0$ . Unter diesen Annahmen kann das Ersatzschaltbild nach Fig. 11-27 wie folgt vereinfacht werden:

establish a similar equivalent circuit diagram for multi-windings transformers.

For the operation under load, however, only the short-circuit impedances or the transformer's leakage inductances, respectively, are crucial. Thus, it is not necessary to determine the above conductance matrix  $A$  completely. The leakage inductance between two windings can be measured by a short-circuit experiment: One winding is connected to an electric supply, another winding is short-circuited, further winding are left open, i.e. their currents are zero, resulting in such a manner as they were not present. The impact on the magnetic equivalent circuit is as follows:

- The winding which is connected to the electrical supply still appears also in the magnetic circuit as source.
- The short-circuited winding experiences a zero electric voltage, and thus also a zero flux as the flux results as integral from the voltage. So this source can be removed from the circuitry leaving interrupted connection.
- As the inactive (open) winding does not experience any electric current, the corresponding magnetic voltage is zero. Thus, this source can be replaced by a magnetic short circuit.

This procedure is applied first to investigate the leakage inductance between one secondary and the primary winding, i. e. we short-circuit e.g. the primary,  $u_n = 0$  bzw.  $\phi_n = \text{const.}$ , and supply one of the secondary by an electrical source. The second secondary is left open,  $\theta_{22} = 0$ . So, the equivalent circuit of Fig. 11-27 is simplified as follows:



**Fig. 11-28:**

Ersatzschaltbild zur Ermittlung der Streuung zwischen Primär- und einer Sekundärwicklung

Equivalent magnetic circuit in order to determine the leakage between the primary and one secondary winding

Da die magnetische Reluktanz der Flussquelle  $\phi_n$  unendlich ist, ist an der magnetischen Spannungsquelle  $\theta_{21}$  die Reluktanz  $R_L + R_{Fe1}$  der angrenzenden Masche sichtbar. Die auf die sekundärseitige Windungszahl  $N_2$  bezogene Streuinduktivität ergibt sich daher zu

Since the magnetic reluctance of the flux source is infinite, the reluctance visible from the magnetic MMF source  $\theta_{21}$  is the reluctance  $R_L + R_{Fe1}$  of the adjacent mesh. The leakage inductance related to the number of turns of the secondary results in

$$L_{\sigma n,21} = L_{\sigma} = \frac{N_2^2}{R_L + R_{Fe1}} \approx \frac{N_2^2}{R_L} \quad (11.56)$$

mit der Näherung  $R_L \gg R_{Fe1}, R_{Fe2}$ . Im Übrigen ist es unerheblich, welche der beiden Wicklungen beim Kurzschlussversuch kurzgeschlossen wird.

where  $R_L \gg R_{Fe1}, R_{Fe2}$  has been used. It is, by the way, irrelevant which of the two considered winding is being short-circuited.

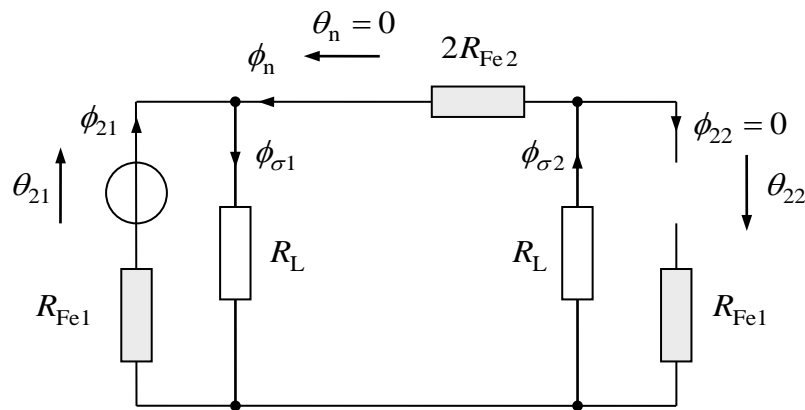
Der gleiche Wert ergibt sich natürlich für die Streuung zwischen der Primärwicklung und der zweiten Sekundärwicklung,

Of course, the same value results for the leakage between the primary and the other secondary,  $L_{\sigma n,21} = L_{\sigma n,22} = L_{\sigma}$ .

$$L_{\sigma n,21} = L_{\sigma n,22} = L_{\sigma}$$

Mit der gleichen Prozedur wird nun auch die Streuung zwischen den beiden Sekundärwicklungen bestimmt. Die Primärwicklung wird dabei als stromlos angenommen, also  $\theta_n = 0$ . Dann resultiert aus Fig. 11-27 das reduzierte Ersatzschaltbild Fig. 11-29, wobei eine der beiden Sekundärwicklungen als kurzgeschlossen angenommen wird.

With the same procedure, the leakage inductance between the two secondaries is now determined. The primary is considered free of current,  $\theta_n = 0$ . Then, we can derive from Fig. 11-27 the simplified equivalent circuit diagram Fig. 11-29



**Fig. 11-29:**  
Magnetisches Ersatzschaltbild zur Ermittlung der Streuung zwischen den beiden Sekundärwicklungen

Equivalent magnetic circuit in order to determine the leakage between the two secondary windings

Die Flussquelle  $\theta_{22}$  trägt wiederum zum magnetischen Widerstand vom Blickpunkt der Quelle  $\theta_{21}$  nicht bei, so dass hier nur der Streupfad über den magnetischen Widerstand

Again, the flux source  $\theta_{22}$  does not contribute to the magnetic reluctance from the viewpoint of the source  $\theta_{21}$  so that only the leakage path through the magnetic reluctance

$$R_{Fe1} + R_L \parallel (2R_{Fe2} + R_L) \approx R_L \parallel R_L = \frac{R_L}{2} \quad (11.57)$$

wirksam ist. Das führt auf die zwischen den beiden Sekundärwicklungen wirksame Streuinduktivität von

is relevant. So, the leakage inductance between the two secondaries results as

$$L_{\sigma 21,22} \approx \frac{2N_2^2}{R_L} = 2L_{\sigma} \quad (11.58)$$

Diese Ergebnisse können nun einem elektrischen Ersatzschaltbild zusammengefasst werden, wobei die Primärgrößen über das Übersetzungsverhältnis

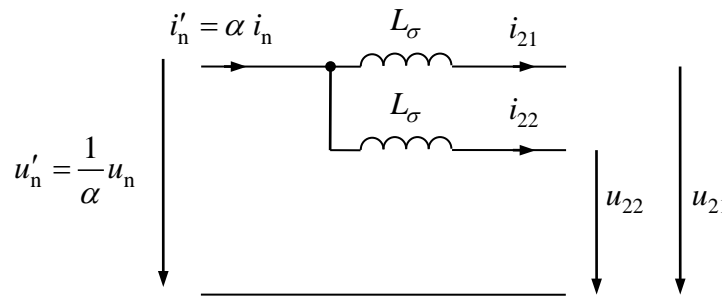
These results can now be combined to an electrical equivalent circuit diagram, where the primary quantities are transformed with the winding turns ratio

$$\alpha = \frac{N_1}{N_2} \quad (11.59)$$

auf die Sekundärseite umgerechnet werden:

to the secondary side:





**Fig. 11-30:**  
Ersatzschaltbild der  
Streuinduktivitäten

Equivalent electrical circuit  
diagram with leakage  
inductances

Man erkennt, dass die beiden Sekundärwicklungen durch die Konstruktion des Transformators optimal entkoppelt werden. Stellt man sich die Netzspannung als eingepreßt vor, gibt es keine gegenseitige Beeinflussung der beiden Steller. Anders ausgedrückt: Die beiden Sekundärwicklungen koppeln nur über die Primärwicklung, es gibt keine direkte Flussverketzung zwischen den beiden Sekundärwicklungen. Dies ist im ursprünglichen Reluktanzmodell in Fig. 11-25 gut zu erkennen.

It is apparent that the two secondary windings are optimally decoupled by design of the transformer. Assuming the line voltage as independently given, there is no interaction between the two 4QCs. In other words: The two secondary windings are coupled only via the primary winding, there is no direct flux linkage between the secondary windings. This can be seen in the original reluctance model Fig. 11-25 quite easily.

Die Gegeninduktivität wurde bislang nicht betrachtet. Bei einem Mehrwicklungstransformator findet man im Allgemeinen nicht nur *eine* Gegen- oder Hauptinduktivität, sondern zwischen je zwei Wicklungen wirken im Allgemeinen unterschiedliche Gegeninduktivitäten. In Näherung werden aber alle diese Gegeninduktivitäten hauptsächlich durch den magnetischen Widerstand des Kerns bestimmt,

The mutual inductance has not been considered so far. With a multi-winding transformer, there is not only *one* mutual inductance but each pair of windings may show a different mutual inductance. However, in approximation, all these mutual inductances are determined mainly by the reluctance of the core,

$$R_{Fe} = 2R_{Fe1} + 2R_{Fe2} \quad (11.60)$$

sodass alle Gegeninduktivitäten durch

so that all mutual inductances can be approximated by

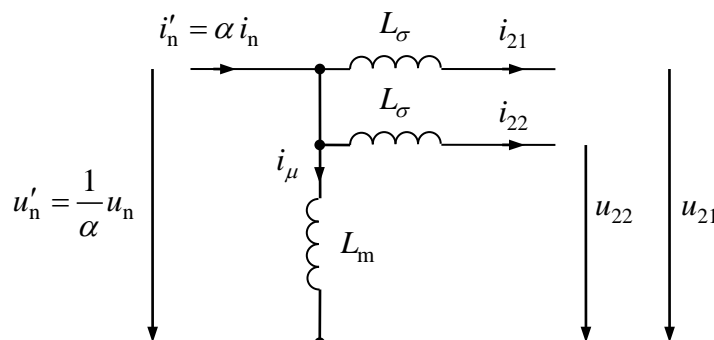
$$L_m = \frac{N_2^2}{R_{Fe}} \quad (11.61)$$

genähert werden können. Man spricht dann nur von der Hauptinduktivität. Die Erkenntnisse über Streu- und Hauptinduktivität können nun in einem gemeinsamen Ersatzschaltbild

Then, we speak of only one mutual or main inductance. The results of leakage and mutual inductances can now be combined in a common electrical equivalent circuit

zusammengeführt werden. Dieses ist aber wegen der eingeflossenen Näherungen ebenfalls nur als Näherung zu verstehen. Insbesondere die Anbindung der Hauptinduktivität direkt an die Primärseite ist willkürlich. Wegen  $L_\sigma \ll L_m$  ist es aber nicht von großer Bedeutung, wo genau die Hauptinduktivität angeknüpft wird. Falls ein genaueres Modell notwendig ist, sollte der oben angedeutete Weg über die vollständige Induktivitätsmatrix beschrieben werden.

diagram which is to be understood as approximate circuit due to the used approximations. In particular, the connection of the mutual inductance to the primary input is arbitrary. As it holds  $L_\sigma \ll L_m$ , it is, however, not very important where the main inductance is connected. If a more accurate model is required, the above-mentioned way considering the complete inductance matrix should be taken.



**Fig. 11-31:**  
Elektrisches Ersatzschaltbild des Mehrwicklungs-Transformators mit Berücksichtigung der Hauptinduktivität

Electrical equivalent circuit diagram of the multi-winding transformer regarding also the mutual inductance

**Genäherte Berechnung der Streuinduktivität**

**Approximative quantitative calculation of the leakage inductance**

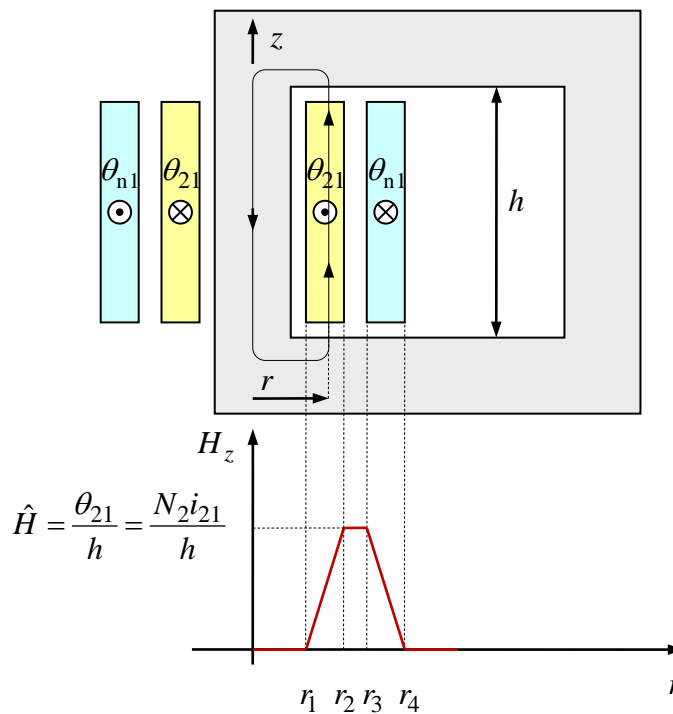
Entsprechend Fig. 11-28 gilt

According to Fig. 11-28, it holds

$$\theta_{21} \approx \theta_{n1} \tag{11.62}$$

wenn die Reluktanz des Kerns als null angenommen wird. Anders ausgedrückt: die magnetische Feldstärke innerhalb des Kerns ist fast null. Die Anwendung des Oersted'schen Gesetzes auf einen Pfad wie im folgenden Bild gezeigt liefert den dargestellten rampenförmigen Verlauf der magnetischen Feldstärke im Wicklungsfenster, sofern von einer homogenen Stromdichte ausgegangen wird.

if the reluctance of the core is assumed zero, in other words, the magnetic field strength within the core is nearly zero. Oersted's law applied to a path depicted in the following figure yields the ramp-like shape of the magnetic field within the winding window under the assumption of homogenous current distributions.



**Fig. 11-32:**  
Berechnung des Streufeldes und  
der Streuinduktivität

Calculation of the leakage field  
and inductance

Die Flussdichte im Wicklungsfenster resultiert direkt proportional zur Feldstärke. Für die Berechnung des gesamten Flusses wird eine Rotationssymmetrie bezüglich des betrachteten Schenkels angenommen, obwohl dies die wirkliche Geometrie nur grob beschreibt. Die Streuinduktivität kann dann über die magnetische Energie wie folgt bestimmt werden:

The flux density in the winding window results directly proportional to the field strength. For the calculation of the total flux, a rotational symmetry around the considered core leg is assumed though that is only a rough approximation of the detailed geometry. The leakage inductance can be calculated via the magnetic energy as follows

$$W = \frac{1}{2} L_{\sigma} i_{21}^2 = \frac{1}{2} \int_V BH \, dV = \frac{\mu_0 h}{2} \int_{\text{winding window}} 2\pi r H_z^2(r) \, dr \quad (11.63)$$

Statt nun das Integral mühsam stückweise zu lösen, kann Guldins Regel zur Volumenberechnung von Rotationskörpern die Arbeit erleichtern: Das Volumen eines Rotationskörpers wird durch das Produkt der Querschnittsfläche mit der Umfangslänge des Flächenschwerpunkts berechnet. Statt eines wirklichen geometrischen Volumens bestimmen wir hier das „Rotationsvolumen“ der „Fläche“ von  $H_z^2(r)$ , welche stückweise parabolische Form aufweist oder konstant ist.

Instead of solving laboriously the integral piecewise in the three sub-intervals, Guldin's theorem for the volume calculation of rotational bodies can facilitate the work: The volume of a rotational body can be determined by multiplying the cross-section area with the circumference defined by the center of the area. Instead of a real geometric volume we calculate the "rotation" of the area of  $H_z^2(r)$  which is piecewise of parabolic or constant

Mit der Kenntnis, dass die Fläche unter einem Parabelast 1/3 der umschriebenen Rechteckfläche ist und der Flächenschwerpunkt die Basislinie im Verhältnis von 3/4 zu 1/4 teilt, finden wir mit der Guldinschen Regel

shape. With the knowledge that the area below a parabola is 1/3 of the spanned rectangle and the center of the area divides the baseline at a ratio of 3/4 vs. 1/4 we find thanks to Guldin's formula:

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{\mu_0 h}{2} \left[ \int_{r_1}^{r_2} 2\pi r H_z^2(r) dr + \int_{r_2}^{r_3} 2\pi r H_z^2(r) dr + \int_{r_3}^{r_4} 2\pi r H_z^2(r) dr \right] \\
 &= \frac{\mu_0 h}{2} \left[ 2\pi \left( r_2 - \frac{r_2 - r_1}{4} \right) \frac{\hat{H}^2(r_2 - r_1)}{3} + 2\pi \left( \frac{r_2 + r_3}{2} \right) \hat{H}^2(r_3 - r_2) + 2\pi \left( r_3 + \frac{r_4 - r_3}{4} \right) \frac{\hat{H}^2(r_4 - r_3)}{3} \right] \\
 &= \frac{\mu_0 \pi N_2^2 i_{21}^2}{h} \left[ \frac{(r_1 + 3r_2)(r_2 - r_1)}{12} + \frac{r_3^2 - r_2^2}{2} + \frac{(3r_3 + r_4)(r_4 - r_3)}{12} \right] \\
 L_\sigma &= \frac{2W}{i_{21}^2} = \frac{\mu_0 \pi N_2^2}{h} \left[ \frac{(r_1 + 3r_2)(r_2 - r_1)}{6} + r_3^2 - r_2^2 + \frac{(3r_3 + r_4)(r_4 - r_3)}{6} \right] \\
 &= \frac{\mu_0 \pi N_2^2}{6h} \left[ -r_1^2 - 3r_2^2 - 2r_1 r_2 + 3r_3^2 + r_4^2 + 2r_3 r_4 \right]
 \end{aligned} \tag{11.64}$$

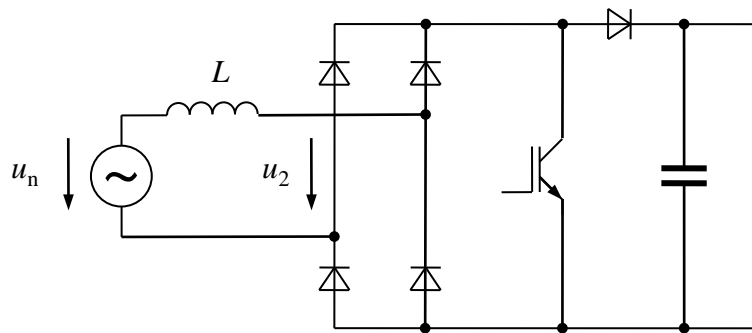
Trotz der geometrischen Vereinfachung zeigt die Formel den grundsätzlichen Zusammenhang zwischen den geometrischen Parametern und der Streuinduktivität auf. Insbesondere resultiert aus größeren geometrischen Abmessungen eine größere Streuinduktivität. Eine Verringerung der geometrischen Abmaße ist durch die maximale mögliche Stromdichte der Wicklung und den notwendigen Isolationsabstand zwischen den Wicklungen begrenzt.

Despite the geometric simplification, the formula teaches us how the geometric parameters are related with the leakage inductance. Particularly, an increased spatial expansion of the construction will result in a larger leakage inductance. However, a spatial size reduction is limited by the maximum current density of the windings and the required isolation distance between the windings.

## 12 Gleichrichter mit Hochsetzsteller (PFC-Gleichrichter) Rectifier with Boost Converter (PFC Rectifier)

Für Haushalts-, Büro- und Konsumelektronik ist der 4-Quadranten-Steller als Gleichrichter in der Regel zu aufwändig, da insbesondere die Rückspeisefähigkeit nicht benötigt wird. Die ungesteuerte Diodenbrücke ist aber wegen der niederfrequenten Harmonischen im Netzstrom und des ungünstigen Leistungsfaktors auch nicht mehr zulässig, zumindest nicht ohne beträchtlichen Aufwand für ein Netzfilter.

For household, office and consumer electronics, the 4-quadrant converter is usually too expensive to be used as rectifier. Particularly, the regenerative capability is not required. The uncontrolled diode bridge, however, can also no longer be used due to low frequency harmonics in the line current and the poor power factor, at least not without spending much effort for a line filter.



**Fig. 12-1:**  
Diodenbrücke mit zusätzlichem  
Schalter als unidirektionaler  
Gleichrichter

Diode bridge with an additional  
switch as uni-directional power  
rectifier

Wird die Diodenbrücke aber mit einem weiteren Schalter kombiniert wie in Fig. 12-1, kann diese Schaltung ähnlich wie der 4-Quadranten-Steller in einer pulsweitenmodulierten Weise geregelt werden. Wenn Stromlücken ausgenommen wird, nimmt die Spannung  $u_2$  wie beim 4QS einen der drei Werte  $+u_{dc}$ ,  $0$ ,  $-u_{dc}$  an, wobei das Spannungsvorzeichen hier nicht frei gewählt werden kann, sondern durch die Stromflussrichtung vorgegeben wird. Die Schaltung kann also nicht mehr die kurzen Phasen negativer Momentanleistung ermöglichen, die beim Betrieb mit netzseitigem Leistungsfaktor von 1 wie in Fig. 11-11 skizziert auftreten. Das Problem lässt sich aber vermeiden, indem man einen kleinen Phasenwinkel zwischen Netzstrom- und -spannung in Kauf nimmt, s. Fig. 12-2. Auf diese Weise wird

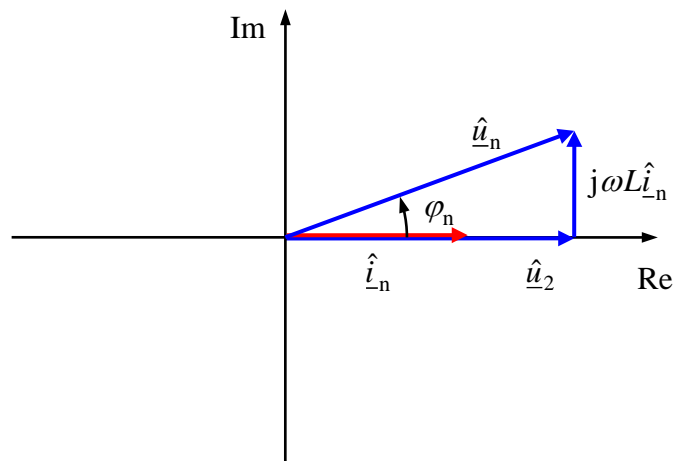
However, if the diode bridge is combined with another switch as shown in Fig. 12-1, this circuit can be controlled in a pulse-width modulated manner similar to the 4-quadrant converter. If discontinuous current mode is excluded, the voltage takes one of the three values  $+u_{dc}$ ,  $0$ ,  $-u_{dc}$  as with the 4QS, whereby the voltage sign cannot be freely selected here, but is determined by the current flow direction. The circuit can therefore no longer enable the short phases of negative instantaneous power that occur during operation with a line power factor of 1 as shown in Fig. 11-11. However, the problem can be avoided by accepting a small phase angle between the line current and voltage, see Fig. 12-2. In this way, the reactive power demand of the inductance is

der Blindleistungsbedarf der Induktivität nicht mehr vom Umrichter, sondern vom Netz gedeckt, so dass nun der Umrichter stets mit gleichen Vorzeichen von Strom und Spannung arbeiten kann. Da die Schaltfrequenz bei diesen Anwendungen typischerweise im Kilohertzbereich liegt, ist ohnehin nur eine kleine Induktivität notwendig, so dass der Phasenwinkel in Fig. 12-2 übertrieben dargestellt ist.

Statt der vier Transistoren benötigt diese Schaltung also nur einen und kann daher sehr kostengünstig realisiert werden.

no longer covered by the inverter but by the line, so that the inverter can now always work with the same current and voltage signs. Since the switching frequency in these applications is typically in the kilohertz range, only a small inductance is required anyway, so that the phase angle in Fig. 12-2 is exaggerated.

Instead of the four transistors, this circuit requires only one and can therefore be implemented very cost-effectively.



**Fig. 12-2:**  
Diodenbrücke mit zusätzlichem  
Schalter als unidirektionaler  
Gleichrichter

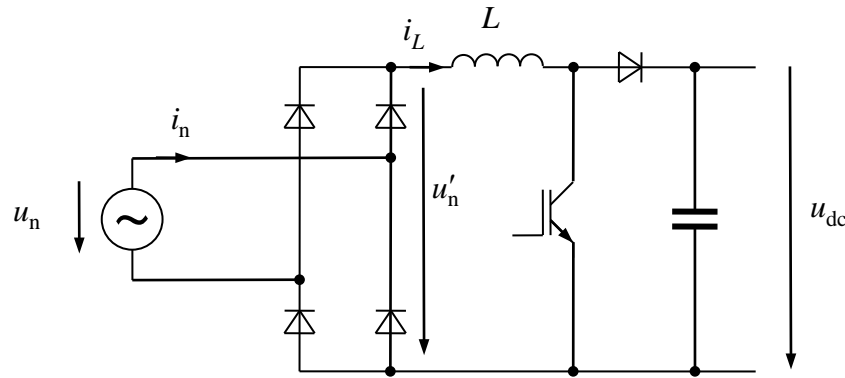
Diode bridge with an additional  
switch as uni-directional power  
rectifier

Nachteil der Struktur Fig. 11-11 ist jedoch, dass der Transistor die Ladungen der sperrenden Dioden im Takt seiner Schaltfrequenz wiederholt umlädt, was mit zusätzlichen Verlusten einher geht ist. Aus diesem Grund wird die Induktivität von der netzseitigen Position zur Ausgangseite der Diodenbrücke verschoben, siehe Fig. 12-3. Da diese Schaltungen in der Regel ohne Netztransformator ausgeführt werden, wird die Stellerinduktivität ohnehin als separate Drossel realisiert, so dass dieses Vorgehen keine zusätzlichen Bauteile erfordert.

However, the disadvantage of the structure Fig. 11-11 is that the transistor repeatedly recharges the charges of the blocking diodes at the rate of its switching frequency, which is accompanied by additional losses. For this reason, the inductance is shifted from the line-side position to the output side of the diode bridge, see Fig. 12-3. Since these circuits are usually implemented without a line transformer, the boost inductance is realized as a separate inductor anyway, so that this procedure does not require any additional components.

In dieser Form kann die Schaltung als Diodenbrücke mit nachgeschaltetem Hochsetzsteller interpretiert werden. Sie wird als *PFC-Gleichrichter (Power Factor Controlled)* bezeichnet, da sich ein günstiger Leistungsfaktor erreichen lässt.

In this form, the circuit can be interpreted as a diode bridge with a subsequent boost converter. It is known as a *PFC rectifier (Power Factor Controlled)* because a favourable power factor can be achieved.



**Fig. 12-3:**  
Gleichrichter mit  
nachgeschaltetem Hochsetzsteller  
für unidirektionalen Leistungsfluss  
(PFC-Gleichrichter)

Rectifier with a subsequent boost  
converter for unidirectional  
power flow  
(PFC rectifier)

Im Folgenden sei die Regelung kurz skizziert. Solange kein Stromlücken auftritt, ist die Ausgangsspannung der Diodenbrücke gleich dem Betrag der Netzspannung, also

An outline of the control is given as follows: As long no discontinuous conduction mode appears, the output voltage of the diode bridge  $u'_n$  is equal to the absolute value of the grid voltage,

$$u'_n = |u_n| . \quad (12.1)$$

Der Verlauf des Drosselstroms  $i_L$  wird nun stets proportional zur Spannung  $u'_n$  geregelt, so dass dieser auch aus sinusförmigen Halbperioden besteht. Der Netzstrom wird dadurch sinusförmig und in Phase zur Netzspannung eingestellt:

The inductor current is controlled in such a way that it behaves always proportionally to the voltage  $u'_n$ . As a result, the current shape consists also of sinusoidal half-periods. So, the line current results as sinusoidal and in phase with the line voltage,

$$i_n = i_L \operatorname{sgn}(u_n) . \quad (12.2)$$

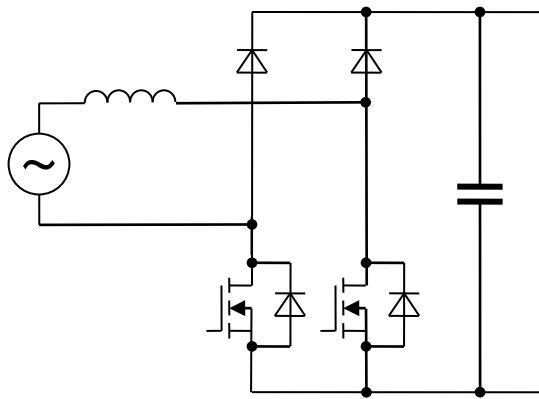
Der Scheitelwert des Stroms  $i_L$  wird wie beim Gleichrichter mit 4-Quadranten-Steller durch die äußere Spannungsregelung vorgegeben.

The peak value of the current  $i_L$  is determined, similarly as with the 4-Quadrant Converter by an outer voltage control.

Die Schaltung nach Fig. 12-3 ist eine relative einfache und damit billige Standardlösung, die

den heutigen Anforderungen an Leistungsfaktor und Oberschwingungen wird. Bezüglich des Wirkungsgrades ist sie aber verbesserungsfähig. Dies liegt daran, dass der Strom bis zu 3 Dioden in Reihe durchfließt, jede mit einem Spannungsabfall in der Größenordnung eines Volts.

Dies lässt sich verbessern, indem statt der Dioden doch wieder Transistoren eingesetzt werden, insbesondere MOSFETs mit kleinem Kanalwiderstand und ihrer Rückwärts-Leitfähigkeit. Statt eines vollständigen 4-Quadranten-Stellers mit MOSFETs eignen sich die folgenden abgewandelten Schaltungen als Kompromisse.



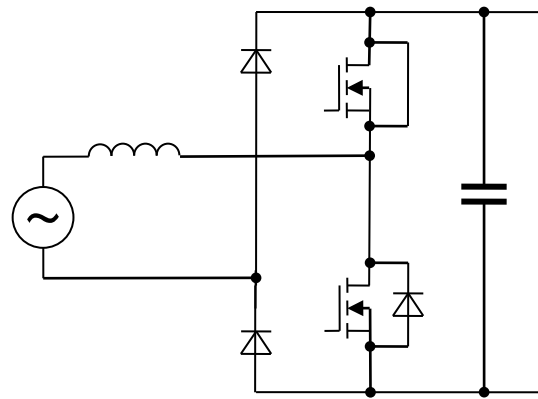
**Fig. 12-4:**  
Varianten von PFC-Gleichrichtern

Die linke Variante in Fig. 12-4 lässt sich als die Kombination zweier Hochsetzsteller verstehen, die abwechselnd für die positive und die negative Netzhalbschwingung aktiviert werden. Der Transistor des jeweils anderen Zweiges wird dauerhaft eingeschaltet, so dass er den Strom rückwärts statt der parallelen Bodydiode leitet. Somit befindet sich höchstens eine Diode im Stromflusspfad.

Die rechte Variante kann als halbgesteuerte Brückenschaltung bezeichnet werden. Auch hier ist höchstens eine Diode im Stromflusspfad, die darüberhinaus nur einmal je Netzhalbschwingung schalten muss.

The circuit according to Fig. 12-3 is a relatively simple and therefore cheap standard solution that meets today's standards of power factor and harmonics. In terms of efficiency, however, it can be improved. This is because the current flows through up to 3 diodes in series, each with a voltage drop of the order of one volt.

This can be improved by using again transistors instead of diodes, especially MOSFETs with low channel resistance and their reverse conductivity. Instead of a complete 4-quadrant converter with MOSFETs, the following modified circuits are suitable as compromises.



Variants of PFC rectifiers

The left variant in Fig. 12-4 can be understood as the combination of two step-up converters which are activated alternately for the positive and the negative line half periods. The transistor of the other branch is permanently turned on so that it conducts the current reversely instead of the parallel bodydiode. Thus there is at most only one diode in the current flow path.

The right variant can be called a semi-controlled bridge. Also here, there is at most one diode in the current flow path, which, in addition, only has to switch once per line half-period.





## 13 Dreisträngiger spannungsgespeister Wechselrichter Three-Phase Voltage-Source Inverter

Der dreisträngige spannungsgespeiste Steller (auch Pulswechselrichter genannt) wird ähnlich wie der 4QS aus dem bidirektionalen Gleichstromsteller abgeleitet.

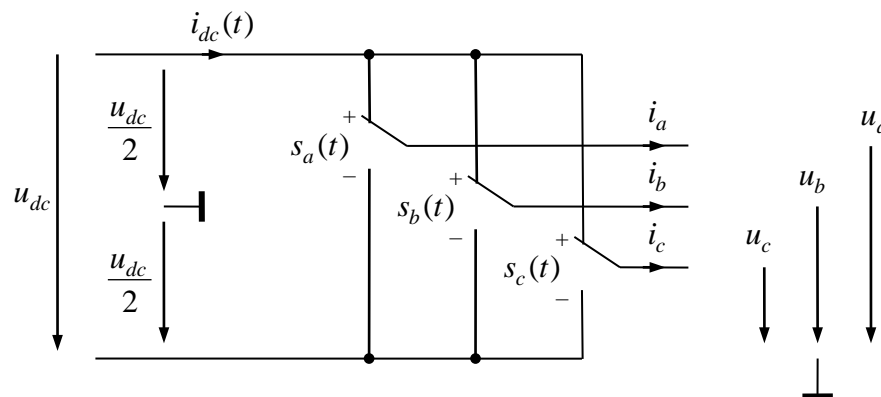
The three-phase voltage-source inverter is, similarly to 4QC, based on the bi-directional DC-DC converter.

Einsatzgebiete:

- Wechselrichter zur Speisung von Drehstrommotoren aus einer Gleichspannungsversorgung
- Gleichrichter für Drehstromnetze
- Umrichter zur Speisung von Magnetlagern

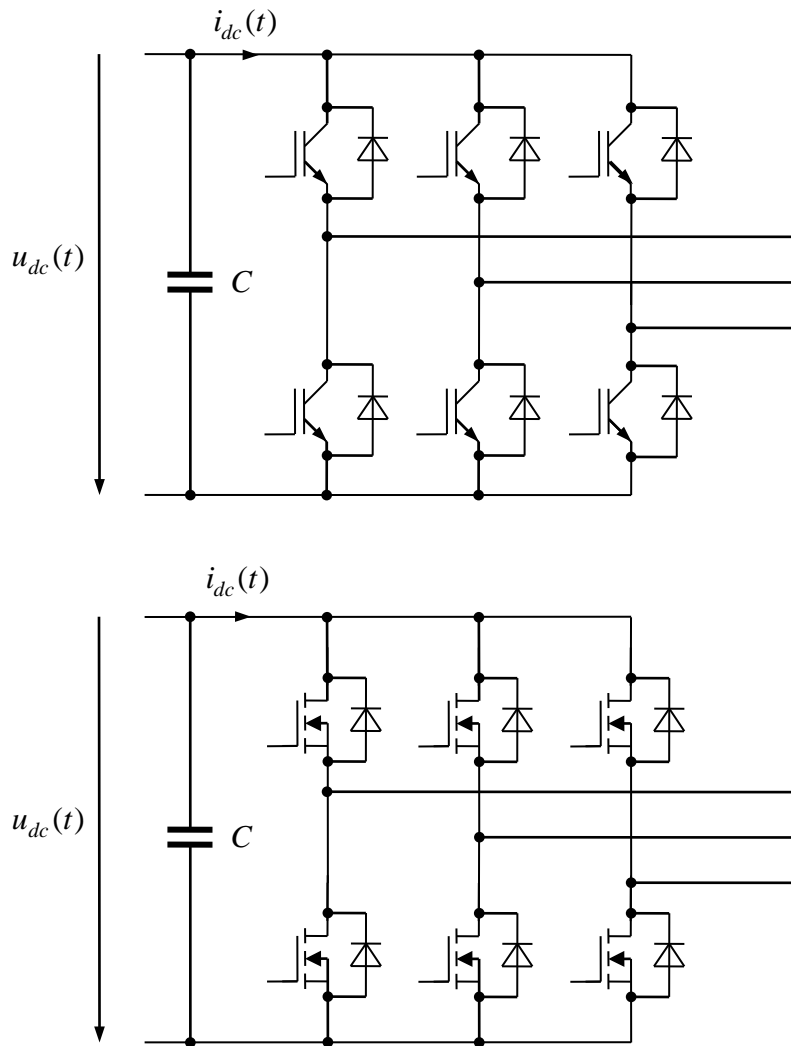
Applications:

- Inverter feeding AC motors from a DC supply
- Rectifier for three-phase grids
- Converter for magnetic bearings



**Fig. 13-1:**  
Idealisierte Darstellung des  
dreisträngigen Stellers

Idealized representation of the  
three-phase voltage-source  
inverter



**Fig. 13-2:**  
Dreisträngiger Umrichter mit  
IGBT (oben) oder MOSFET  
(unten)

Three-phase voltage-source  
inverter with IGBT (above) or  
MOSFET (below)

---

## 14 Fremdgeführte Thyristor-Stromrichter Externally Commutated Thyristor Converters

In den vorangegangenen Kapiteln wurden ausschließlich *selbstgeführte Umrichter* betrachtet. Das sind Umrichter, deren Schalter freizügig sowohl ein- als auch ausgeschaltet werden können. Genauer betrachtet, bezieht sich das Attribut *selbstgeführt* auf die Herkunft der Kommutierungsspannung. Diese wird bei selbstgeführten Stromrichtern vom Stromrichter selbst aufgebracht. Dies ist meist die am abschaltenden Halbleiterelement anliegende Sperrspannung.

Dagegen ist man bei fremdgeführten Stromrichter auf die netz- oder lastseitige Gegenspannung angewiesen, um den Strom zu kommutieren. Man spricht entsprechend von *netzgeführten* oder *lastgeführten* Stromrichtern.

Das typische Bauelement fremdgeführter Umrichter ist der Thyristor. Dieses Bauelement kann aktiv eingeschaltet werden, aber es kann von allein nicht abschalten. Der Einsatz von Thyristoren bedeutet jedoch nicht zwangsläufig, dass es sich um einen fremdgeführten Stromrichter handelt. Siehe dazu Abschnitt 14.8.

In the preceding chapters, only *self-commutated converters* were considered. These are converters with switches that can be turned on and off freely. To be more precise, the attribute *self-commutated* concerns the source of the commutation voltage. This commutation voltage is provided by the self-commutated converter by its own. In most cases this is the blocking voltage of the device being switched off.

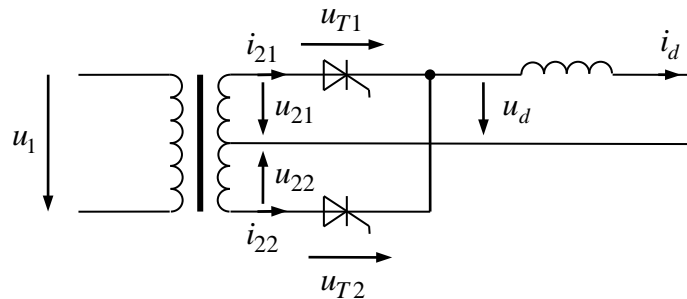
With externally commutated converters, the commutation requires a reverse voltage from the line or the load. In particular, we speak of *line-* or *load-commutated converters*.

The typical device of externally commutated converters is the thyristor. This device can be turned on, but cannot be turned off actively. The employment of thyristors, however, does not automatically mean that the converter is externally commutated. See Section 14.8.

### 14.1 Thyristor-Mittelpunkt und Brückenschaltungen Center-Tapped and Bridge Thyristor Circuits

Ein Thyristor kann in beiden Richtungen Sperrspannung aufnehmen. Durch einen Zündimpuls kann er in einen in Vorwärtsrichtung leitenden Zustand übergehen. Es ist aber nicht möglich, einen Thyristor durch einen Steuerimpuls wieder auszuschalten. Er sperrt erst dann wieder, wenn der Strom aufgrund anderer Umstände erlischt. Solche Umstände werden in Thyristorschaltungen üblicherweise durch das Zünden eines *anderen* Thyristors geschaffen.

A thyristor can take blocking voltage in both directions. By a firing command, it will switch to a forward conducting state. It is not possible to switch off a thyristor by with a command signal. It will block again only when the current expires due to other conditions. Such a condition is usually provoked by firing of *another* thyristor.



**Fig. 14-1:**  
M2-Schaltung

M2-Circuit

Um das Prinzip zu erläutern, betrachten wir die der M2-Schaltung, welche der Gleichrichtung einer einphasigen Wechselspannung dient.

In order to explain the principles, we consider the M2-circuit which serves as a rectifier of a single-phase AC voltage.

Nehmen wir an, Thyristor 1 sei leitend, also  $u_{T1} = 0$ , so dass die Transformator-Sekundärspannung  $u_{21}$  auf den Ausgang durchgeschaltet ist. Nehmen wir außerdem an, dass der Strom  $i_d$  durch eine genügend große Drossel oder aber die angeschlossene Last eingepreßt und in erster Näherung konstant sei,  $i_d = I_d = \text{const.}$  Unter dieser Annahme bliebe der Thyristor 1 beliebig lange leitend, der zum Ausschalten müsste der Strom erlöschen. In diesem Zustand liegt am gesperrten Thyristor 2 dann die Spannung

Suppose Thyristor 1 is conducting, i.e.  $u_{T1} = 0$  so that the transformer secondary voltage  $u_{21}$  is connected with the output. Furthermore, the current  $i_d$  is assumed to be impressed by a sufficiently large inductor or the connected load so that it can be considered as constant in a first approximation,  $i_d = I_d = \text{const.}$  Under this assumption, Thyristor 1 would stay in the conduction state for an infinite amount of time since the current had to expire in order to reach again the blocking state. During that conduction state, the voltage across the blocking Thyristor 2 is

$$u_{T2} = u_{22} - u_{21} \quad (14.1)$$

Erhält nun der Thyristor 2 einen Zündbefehl, geht er nur dann in einen leitenden Zustand über, wenn die Sperrspannung zuvor positiv war, also in Vorwärtsrichtung anliegt, da der Thyristor nur in dieser Richtung, nicht aber in Rückwärtsrichtung leiten kann. Solange  $u_{21} > u_{22}$  ist, hat also ein Zündbefehl keine Auswirkung. Nur im Fall  $u_{22} > u_{21}$  wird Thyristor 2 leitend. Als Resultat übernimmt dieser dann den Strom des Thyristors 1. Der Strom durch Thyristor 1 erlischt und der Thyristor wechselt in den sperrenden Zustand. (An dieser Stelle möge diese einfache Erklärung genügen. Der genauere zeitliche Ablauf dieser Kommutierung wird in Abschnitt 14.2 erläutert.) Der frühest mögliche Kommutierungszeitpunkt ist also dann erreicht, wenn  $u_{22}$  erstmals kleiner als  $u_{21}$  ist. Von

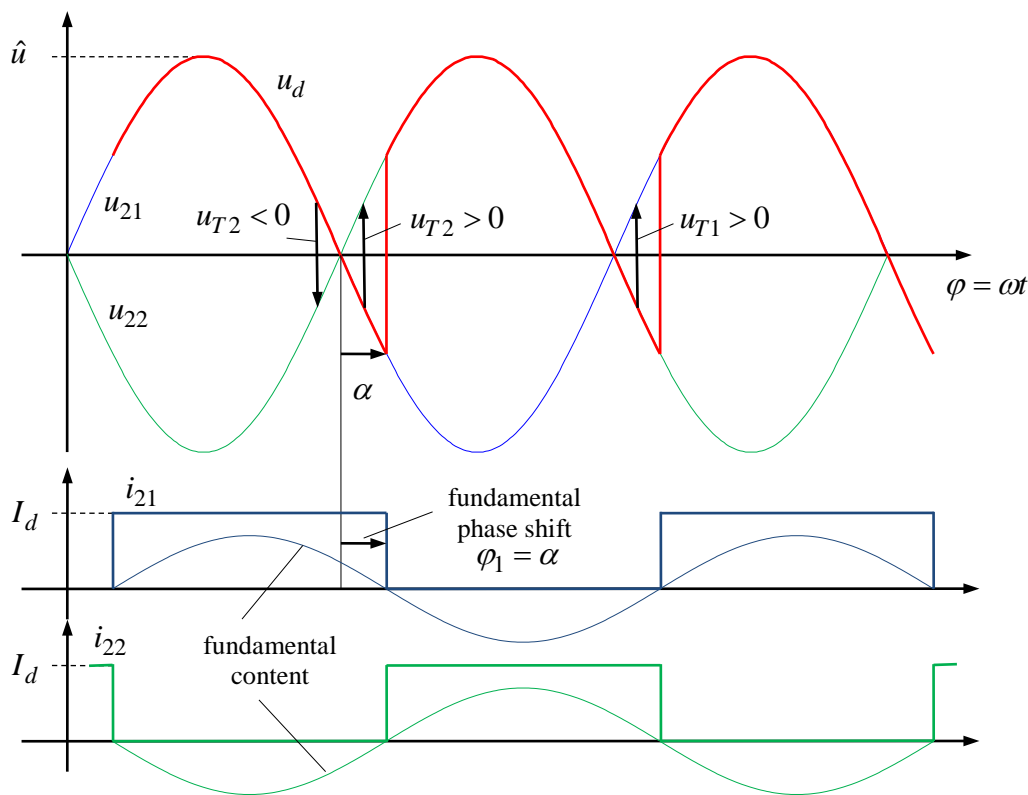
If Thyristor 2 receives now a firing command, it changes to the conducting state only if the blocking voltage before was positive, i.e. in forward direction, as the thyristor is only able to conduct in forward, but not in reverse direction. As long as it holds  $u_{21} > u_{22}$ , the firing command has no effect. Only in case of  $u_{22} > u_{21}$  Thyristor 2 starts to conduct. As a result, Thyristor 2 overtakes the current of the Thyristor 1. The current through Thyristor 1 expires and the thyristor changes to the blocking state. (At this point, this simple explanation may suffice. The more detailed timing of this commutation is explained in Section 14.2) The earliest possible commutation is therefore reached, when  $u_{22}$  is getting first time less than  $u_{21}$ . From this point, the so-

diesem Punkt wird der sogenannte Steuerwinkel  $\alpha$  gezählt. Für  $\alpha = 0^\circ$  wird die mittlere Ausgangsspannung maximal. Ersetze man die Thyristoren durch Dioden, würden diese genau zu diesem Zeitpunkt kommutierten.

Mit steigendem Steuerwinkel nimmt die mittlere Ausgangsspannung ab. Für  $\alpha > 90^\circ$  wird die Ausgangsspannung sogar negativ. Bei weiterhin positivem Strom bedeutet das, dass Leistung von der Gleichspannungsseite zur Drehstromseite fließt, was als Wechselrichterbetrieb bezeichnet wird. Der Steuerwinkel  $\alpha = 180^\circ$ , bei dem die kleinste Spannung erreicht wird, ist die sogenannte *Wechselrichterendlage*. Wird der Steuerwinkel noch weiter vergrößert, kehrt sich das Vorzeichenverhältnis der Spannungen abermals um, so dass dann keine Kommutierung mehr möglich ist. Weiter unten werden wir aber sehen, dass der Steuerwinkel nicht ganz bis  $180^\circ$  gestellt werden darf.

called *control angle*  $\alpha$  is counted. For  $\alpha = 0^\circ$  the average output voltage is maximum. If we replace the thyristors by diodes, the commutation will take place just at this point.

With increasing control angle, the mean output voltage will decrease. For  $\alpha > 90^\circ$ , the output voltage will be even negative. With continued positive current, this means that power flows from the DC to the AC side, which means the converter is now operating as an inverter. The minimum voltage is generated with a control angle of  $\alpha = 180^\circ$ , which is the *inverter end position*. If the control angle would be increased even more, the required relation of voltages is getting lost so that a commutation is no longer possible. Below we will see, however, that the control angle may even not be set to  $180^\circ$ .



**Fig. 14-2:**  
Spannungsverlauf einer  
zweipulsigen Schaltung

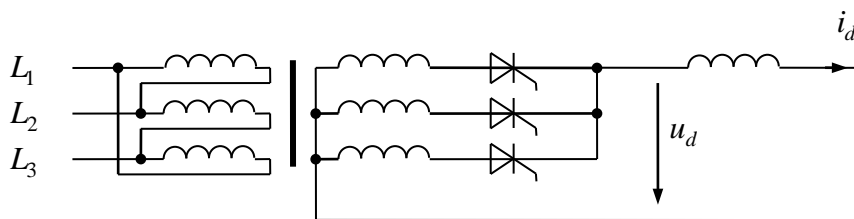
Voltage shape of a two-pulse  
circuit

Eine halbe Schwindungsperiode später wird wiederum Thyristor 1 gezündet. Auf diese Weise entsteht keine ideale Gleichspannung. Vielmehr ist der Gleichspannungsmittelwert von starken Pulsationen überlagert. Da zwei solcher Pulse je Netzperiode auftreten, sprechen wir von einer *zweipulsigen Schaltung*.

Half of a fundamental period later, Thyristor 1 is again fired. In such a way, no ideal DC voltage is generated. However, a DC mean value is superimposed by strong pulsations. As two of such pulses occur in one fundamental period, we speak of a *two-pulse topology*.

Ganz ähnlich wird die 3-pulsige M3-Mittelpunkt-Schaltung betrieben, die von Drehstrom gespeist und über einen Drehstromtransformator an das Netz angeschlossen wird

The center-tapped M3 topology is operated quite similarly. It produces three pulses and is connected to a three-phase grid via a three-phase transformer.



**Fig. 14-3:**  
M3-Schaltung

M3-Circuit

Die Mittelpunktschaltungen werden nicht mehr in großem Umfang eingesetzt. Ein Nachteil dieser Schaltungen ist, dass die Sekundärwicklungen nicht mit Wechselströmen, sondern mit pulsierenden Strömen stets gleicher Polarität belastet werden (s. Fig. 14-2), welche also einen Gleichstromanteil enthalten, was zu einer ungünstigen asymmetrischen Magnetisierung des Transformator-kerns führt. Dies erläutert auch, warum ein Transformator notwendig ist, denn dieser verhindert, dass das Drehstromnetz durch Gleichstrom belastet wird.

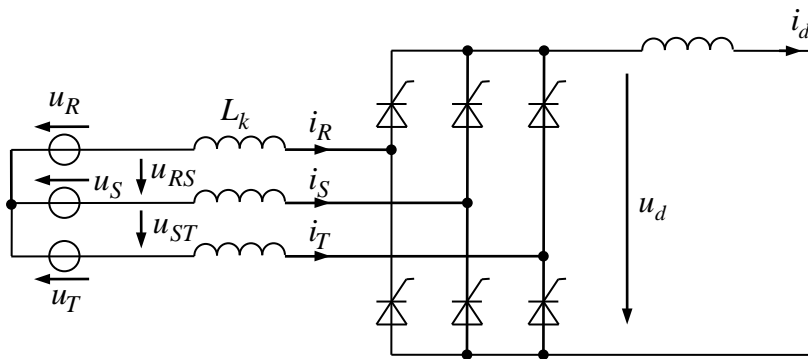
Today, the center-tapped circuits are only rarely used. A disadvantage of these circuits is that the secondary windings are not operated with pure alternating currents, but with pulsating currents always of the same polarity (see Fig. 14-2), which, therefore, contain a large DC component, which leads to an unfavorable asymmetric magnetization of the transformer core. This explains also why a transformer is mandatory because it prevents the AC grid from a DC current.

Stärker verbreitet sind dagegen die Thyristorbrückenschaltungen. Fig. 14-2 zeigt eine 6-pulsige Brückenschaltung. Diese Brückenschaltung kann im Gegensatz zur Mittelpunktschaltung auch ohne Transformator direkt am Netz betrieben werden. Allerdings ist dann eine Netzdrossel  $L_k$  erforderlich. Wird die Schaltung über einen Transformator an das Netz angeschlossen, stellt dieser in der Regel über seine Streuinduktivität diese Induktivität bereit.

More common, however, are the thyristor bridge circuits. Fig. 14-4 shows a 6-pulse bridge circuit. Unlike the center-tapped topologies, the bridge circuit can be connected to the grid also without transformer. In that case, however, a line choke  $L_k$  is required. If the converter is operated with a transformer, then this inductance is usually provided by the transformer's leakage inductance.

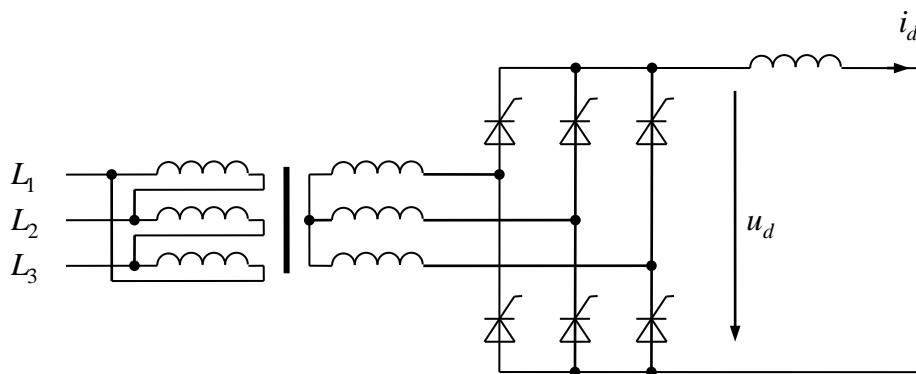
Für eine erste idealisierte Betrachtung wird diese Induktivität aber zunächst vernachlässigt.

For an idealized consideration, however, the choke or the inductance of the transformer is neglected first.



**Fig. 14-4:**  
B6-Schaltung, Netzanschluss über  
Netzdrossel

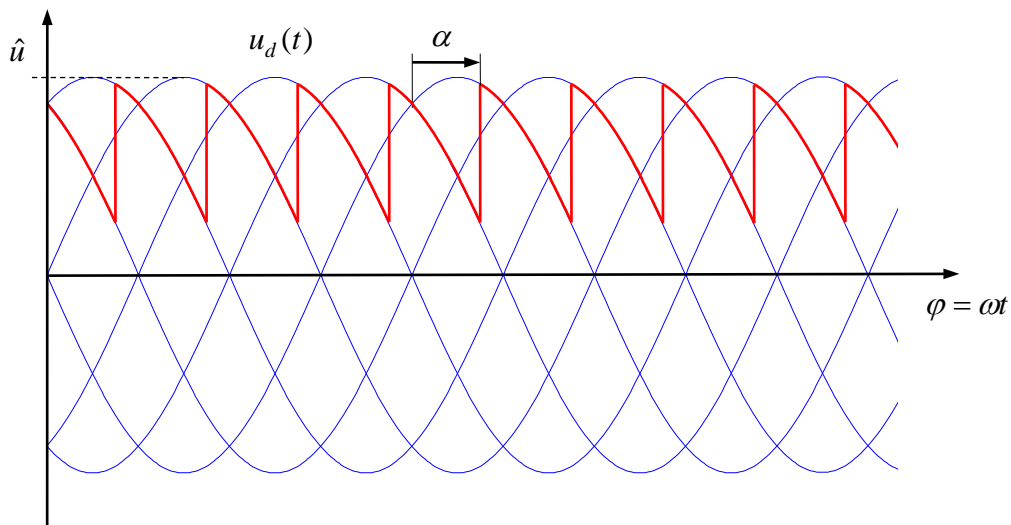
B6-circuit, connection to the grid  
via line chokes



**Fig. 14-5:**  
B6-Schaltung, Netzanschluss über  
Dy-Transformator

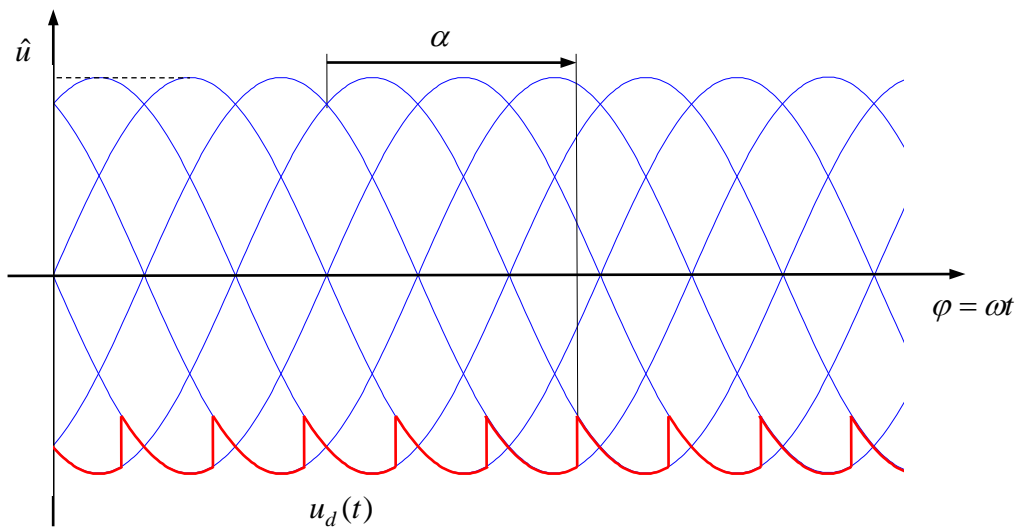
B6-circuit, connected to the grid  
via Dy-transformer





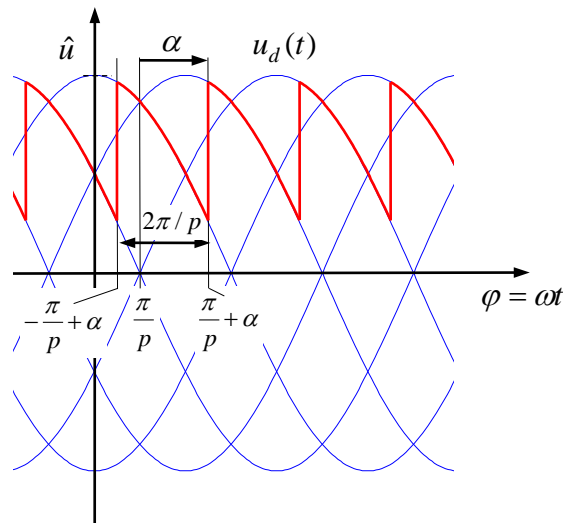
**Fig. 14-6:**  
Spannungsverlauf einer  
sechspulsigen Schaltung  
hier: Steuerwinkel  $\alpha = 45^\circ$   
(Gleichrichterbetrieb)

Voltage characteristic of a six-  
pulse circuit  
here: control angle  $\alpha = 45^\circ$   
(rectifier operation)



**Fig. 14-7:**  
Spannungsverlauf einer  
sechspulsigen Schaltung  
hier: Steuerwinkel  $\alpha = 165^\circ$   
(Wechselrichterbetrieb)

Voltage characteristic of a six-  
pulse circuit  
here: control angle  $\alpha = 165^\circ$   
(inverter operation)



**Fig. 14-8:**  
Zur Bestimmung des Mittelwerts  
der Ausgangsspannung

For determination of the  
averaged output voltage

Bestimmung der mittleren Ausgangsspannung einer  $p$ -pulsigen Schaltung: Hierbei braucht nur über ein Intervall der Länge  $2\pi/p$  gemittelt werden. Die Intervallgrenzen ergeben sich aus Fig. 14-8:

Determination of the averaged output voltage of a  $p$ -pulse circuit: It is sufficient, to apply the averaging only over an interval of length  $2\pi/p$ . The interval limits can be seen from Fig. 14-8:

$$U_d = \bar{u}_d = \frac{p}{2\pi} \int_{\alpha - \frac{\pi}{p}}^{\alpha + \frac{\pi}{p}} \hat{u} \cos \varphi d\varphi = \hat{u} \frac{p}{2\pi} \left[ \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{p}\right) - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{p}\right) \right] = \hat{u} \frac{p}{\pi} \sin \frac{\pi}{p} \cos \alpha \quad (14.2)$$

$$U_d = U_{d\max} \cos \alpha \quad (14.3)$$

Die maximale mittlere Ausgangsspannung wird beim Steuerwinkel  $\alpha = 0$  erreicht. Sie beträgt

The maximum average output voltage is reached at the control angle  $\alpha = 0$ . It results as

$$U_{d\max} = \hat{u} \frac{p}{\pi} \sin \frac{\pi}{p} = U \sqrt{2} \frac{p}{\pi} \sin \frac{\pi}{p} \quad (14.4)$$

Je größer die Pulszahl, desto größer ist bei gleicher Wechselspannungsamplitude die erreichbare Ausgangsspannung.

The greater the number of pulses, the larger the attainable output voltage at the same AC input voltage.

Der Steuerwinkel kann im Bereich von 0 bis  $180^\circ$  gewählt werden. Dies gilt aber nur, wenn die Kommutierung als unverzögert (hart) angenommen wird.

The control angle may be chosen in the range 0 to  $180^\circ$ . This applies only if the commutation is assumed as instantaneous (hard).

Allen vorgestellten Thyristorschaltungen ist unabhängig von der Pulszahl gemeinsam, dass die Ausgangsspannung über den Kosinus des Steuerwinkels verstellt wird. Diesen Zusammenhang bezeichnet man als *Steuerkennlinie*.

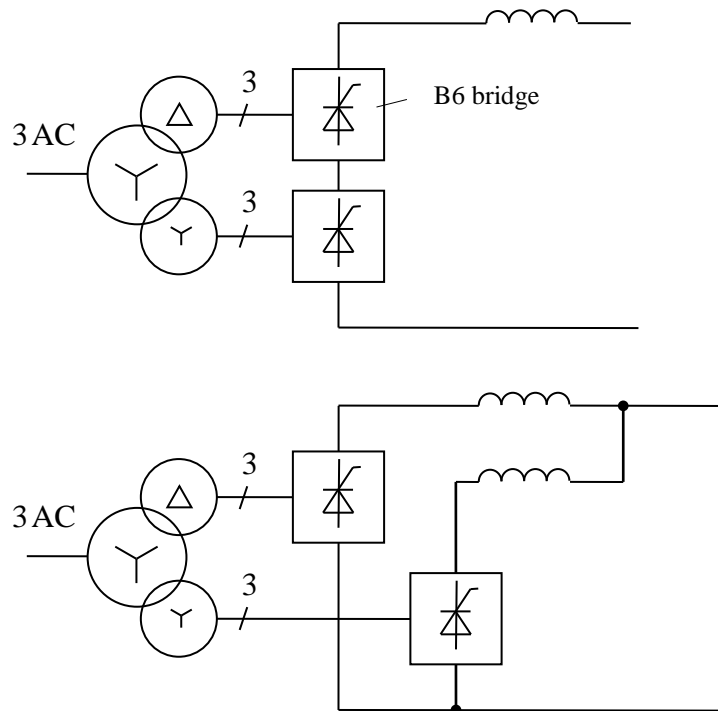
Thyristorschaltungen mit mehr als 6 Pulsen könnten durch Mehrphasen-Systeme und Thyristorbrücken mit entsprechender Strangzahl realisiert werden. Dies hätte aber zur Folge, dass der Stromflusswinkel des einzelnen Thyristors in einer solchen Brücke mit steigender Pulszahl immer kleiner wird, so dass dieser - technisch-wirtschaftlich gesehen - schlecht ausgenutzt wird. In der Praxis werden Stromrichter mit 12 oder mehr Pulsen daher in aller Regel durch Parallel- oder Reihenschaltung 6-pulsiger Module realisiert. Die einzelnen Module werden dann durch Drehspannungen verschobener Phasenlage gespeist, so dass sich in der Überlagerung die Pulszahl entsprechend vervielfacht.

Allgemein kommen sowohl Reihen- als auch Parallelschaltungen in Betracht. Die Reihenschaltung zweier 6-pulsiger Brücken kommt allerdings mit einer einzigen Glättungsdrossel auf, während für die Parallelschaltung zwei einzelne Drosseln benötigt werden.

Common characteristic of all presented thyristor topologies is the fact that the output voltage depends on the cosine of the control angle. This relationship is called *control characteristics*.

Thyristor topologies with more than 6 pulses can be realized by multiphase systems and thyristor bridges with a corresponding number of legs. Such a concept, however, would have the consequence that the conduction angle of each single thyristor of such a bridge would be reduced with increasing number of pulses so that the utilization is getting poor from a technical-economical viewpoint. In practice, converters with 12 or more pulses are usually realized by parallel or series connection of several 6-pulse modules. The individual modules are then fed by three-phase voltages of shifted phase angles. As a result, the effective number of pulses is multiplied correspondingly in the superposition.

In general, both series and parallel connections are possible. The series connection of two 6-pulse bridges, however, needs only a single smoothing choke, while the parallel connection of requires two of them.



**Fig. 14-9:**  
12-pulsige Schaltung als Reihen-  
bzw. Parallelschaltung zweier B6-  
Brücken

12-pulse circuit as series or  
parallel connection of two B6-  
bridges

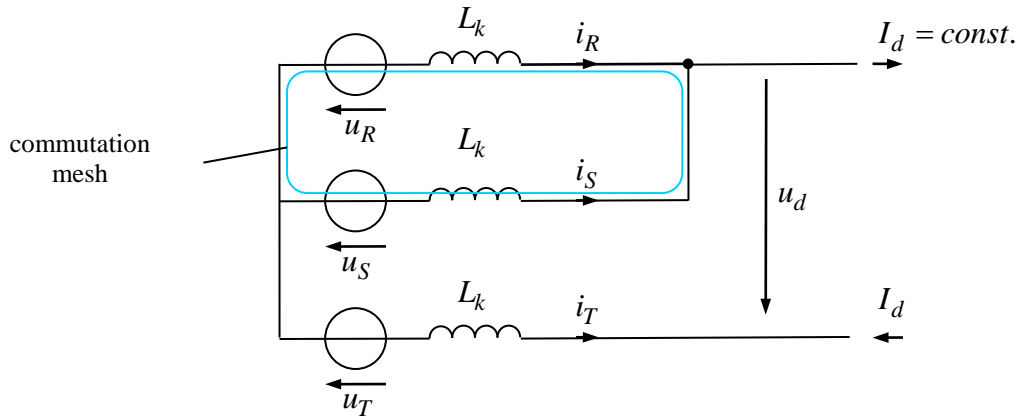
## 14.2 Kommutierung Commutation

Bislang wurde die Kommutierung idealisiert als instantan angenommen. Eine solche harte Kommutierung ist jedoch gar nicht erwünscht: Zum einen hat der Thyristor die Eigenart, dass sich die stromführenden Bereiche im Halbleitermaterial nur mit endlicher Geschwindigkeit über die Halbleiterfläche ausbreiten, so dass ein zu starker Stromanstieg die zuerst stromführenden Bereiche überlasten könnte. Daher darf die im Datenblatt spezifizierte Stromanstiegsrate nicht überschritten werden. Zu diesem Zweck werden üblicherweise eingangsseitig Kommutierungs-drosseln vorgesehen. Anders als bei selbstgeführten Stromrichtern (vgl. Abschnitt 4) stellt eine Induktivität im Kommutierungs-zweig keine Bedrohung für das abschaltende Halbleiterelement dar, weil die Thyristoren nicht selbstgeführt abschalten. Zur Untersuchung der Kommutierung dient das

So far, the commutation was idealized and considered as instantaneous. Such a hard commutation is, however, not desired: Firstly, the thyristor has the peculiarity that the current-carrying regions of the semiconductor material are propagating only at finite speed over the semiconductor disk, so that a strong current increase may overload the first small current-carrying regions. Therefore, the current rate specified in the data sheet must not be exceeded. For this purpose, the line-side chokes are required. Unlike self-commutated converters (see Section 4) an inductance in the commutation mesh is not a threat for the semiconductor device, because the thyristors do not actively turn off. Switch-off occurs naturally at the end of the commutation through extinction of the current. In order to investigate the

folgende vereinfachte Ersatzschaltbild der B6-Brückenschaltung.

commutation, the following simplified equivalent circuit of the B6 bridge circuit should be considered. However, the situation with the M3 topology is similar so that the following results are valid even for both circuitries.



**Fig. 14-10:**  
Ersatzschaltbild für den  
Kommutierungsvorgang

Equivalent circuit during the  
commutation

Die Spannung  $u_d$  soll von dem Ausgangszustand  $u_d = u_{RT}$  auf die neue Spannung  $u_d = u_{ST}$  umgeschaltet werden. Dazu wird der betreffende Thyristor gezündet, so dass übergangsweise nun zwei der oberen Thyristoren gleichzeitig leiten. Dieser Zustand ist im Ersatzschaltbild Fig. 14-10 dargestellt. Zu Beginn der Kommutierung wird der als konstant angenommene Ausgangsstrom von der Phase R geführt,  $i_R = I_d$ . Der Strom  $i_S$  ist zu Beginn der Kommutierung noch Null, vgl. Fig. 14-11 In der Kommutierungsmasche treibt nun die Kommutierungsspannung  $u_k = u_S - u_R$  die Stromwendung:

The voltage  $u_d$  is assumed to be switched over from the initial state of  $u_d = u_{RT}$  to the new voltage  $u_d = u_{ST}$ . To do so, the respective thyristor is fired so that transitionally two of the upper thyristors are conducting simultaneously. This state is shown in the equivalent circuit diagram Fig. 14-10. At the beginning of the commutation, the output current, which is assumed to be approximately constant, is provided by phase R, i.e.  $i_R = I_d$ . The current  $i_S$  is still zero at the beginning of the commutation, compare Fig. 14-11. In the commutation mesh, the commutation voltage  $u_k = u_S - u_R$  is driving the commutation of the current,

$$u_k = u_S - u_R = 2L_k \frac{di_S}{dt} = -2L_k \frac{di_R}{dt} \quad (14.5)$$

Damit die Kommutierung wie gewünscht abläuft, also  $i_S$  wächst und  $i_R$  fällt, muss  $u_k > 0$  gelten. Da

As the commutation is progressing as desired, i.e.  $i_S$  raises and  $i_R$  falls, it requires  $u_k > 0$ . Since

$$u_k = u_S - u_R = u_S - u_T - (u_R - u_T) = u_{ST} - u_{RT} \quad (14.6)$$

ist dies genau dann der Fall, wenn

this is exactly the case, if

$$u_{ST} > u_{RT} \quad (14.7)$$

Nehmen wir also an, dass diese Bedingung erfüllt ist (andernfalls wird Kommutierung nicht ausgelöst und der Zündbefehl bleibt ohne Wirkung). Während der Kommutierung ist die Ausgangsspannung  $u_d$  weder  $u_{RT}$  noch  $u_{ST}$ , sondern sie bestimmt sich über den induktiven Spannungsteiler, der durch die beiden Kommutierungs-drosseln gebildet wird. Es stellt sich also genau der Mittelwert dieser beiden Spannungen ein,

Assume that this condition is fulfilled (otherwise the commutation will not start and the firing command would remain without effect). During the commutation, the output voltage  $u_d$  equals neither  $u_{RT}$  nor  $u_{ST}$ , but it is determined by the inductive voltage divider, which is formed by the two commutation chokes. As a result, the mean value of these two voltages will be seen at the output during the commutation,

$$u_d = \frac{1}{2}(u_{ST} + u_{RT}) \quad (14.8)$$

Die Kommutierungszeit  $T_k$  kann durch Integration von (14.5) über die Kommutierungszeitspanne bestimmt werden. Wir nehmen an, dass die Kommutierung zum Zeitpunkt  $t = t_k$  startet und zur Zeit  $t = t_k + T_k$  abgeschlossen ist,

The commutation time  $T_k$  can determined by integration of (14.5) over the commutation period, assuming that the commutation starts at time  $t = t_k$  and ends at  $t = t_k + T_k$ ,

$$\int_{t_k}^{t_k+T_k} u_k(t) dt = 2L_k \int_{t_k}^{t_k+T_k} \dot{i}_S(t) dt = 2L_k [i_S(t_k) - i_S(t_k + T_k)] = 2L_k [I_d - 0] = 2L_k I_d = 2\phi_k \quad (14.9)$$

Um die folgende Rechnung zu vereinfachen, empfiehlt sich der Übergang von der Zeit auf den Phasenwinkel  $\varphi$  als unabhängige Variable und die Wahl des frühest möglichen Kommutierungszeitpunkts  $\alpha = 0$  als Ursprung der  $\varphi$ -Achse wie in Fig. 14-11 gezeigt. So erhalten wir:

To facilitate the further calculation, it is more convenient to change over from time to the phase angle  $\varphi$  as independent variable and to take the point of earliest commutation  $\alpha = 0$  as the origin of  $\varphi$ -axis as it is shown in Fig. 14-11. So we get:

$$\begin{aligned} u_k(\varphi) &= u_S(\varphi) - u_R(\varphi) = u_{ST}(\varphi) - u_{RT}(\varphi) \\ &= \hat{u} \left[ \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{3}\right) \right] = 2\hat{u} \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \sin \varphi \\ &= \hat{u}\sqrt{3} \sin \varphi \end{aligned} \quad (14.10)$$

Hier ist  $\hat{u}$  wieder die Amplitude der Phasenspannungen. Die Kommutierungszeit  $T_k$  wird dann durch den *Überlappungswinkel*

where  $\hat{u}$  is again the magnitude of a phase voltage. The commutation time  $T_k$  is now substituted by the *overlap angle*,

$$\kappa = \omega T_k \quad (14.11)$$

substituiert. Beachtet man  $d\varphi/dt = \omega$ , liest sich (14.9) mit Hilfe von (14.10) nun einfach als

Taking also  $d\varphi/dt = \omega$  into account, now (14.9) reads with help of (14.10) simply as

$$\hat{u}\sqrt{3} \int_{\alpha}^{\alpha+\kappa} \sin \varphi \, d\varphi = 2\omega L_k I_d \quad (14.12)$$

Das liefert

yielding

$$\cos \alpha - \cos(\alpha + \kappa) = \frac{2\omega L_k I_d}{\sqrt{3} \hat{u}} \quad (14.13)$$

$$\kappa = \arccos \left( \cos \alpha - \frac{2\omega L_k I_d}{\sqrt{3} \hat{u}} \right) - \alpha \quad (14.14)$$

Man beachte, dass die für die Kommutierung benötigte Spannungs-Zeit-Fläche, in (14.9) als  $2\phi_k$  bezeichnet, für einen gegebenen Strom  $I_d$  stets gleich ist, siehe Fig. 14-11. Ist also die Kommutierungsspannung klein, dauert die Kommutierung länger und umgekehrt. Die maximale Überlappung ergibt sich demnach bei  $\alpha = 0$  und ebenso hin zur Wechselrichterendlage:

Please mention that the voltage-time-area needed for the commutation, referred to as  $2\phi_k$  in (14.9), is always the same for a given current  $I_d$ , see Fig. 14-11. That means if the commutation voltage is small, the commutation takes longer and vice versa. So, the maximum overlapping is experienced at  $\alpha = 0$  and also towards the inverter end position which results as

$$\kappa_{\max} = \arccos \left( 1 - \frac{2\omega L_k I_d}{\sqrt{3} \hat{u}} \right) \quad (14.15)$$

Als Schlussfolgerung darf der Steuerwinkel nur im Bereich

As a result, the control angle must only be varied in the range

$$0 \leq \alpha < \pi - \kappa_{\max} \quad (14.16)$$

verstellt werden. Vergrößert man den Steuerwinkel über  $\pi - \kappa_{\max}$  hinaus, wird die Kommutierung bis zum Vorzeichenwechsel der Kommutierungsspannung nicht abgeschlossen und es tritt Wechselrichterkippen ein, siehe wiederum Fig. 14-11. Umgekehrt kann man die abgeleitete Beziehung unter Vorgabe einer maximalen Kommutierungszeit auch benutzen, um die Kommutierungsinduktivität passend zu dimensionieren.

If the control angle exceeds  $\pi - \kappa_{\max}$ , the commutation process will not be completed until the commutation voltage will change again its polarity so that a commutation failure will result, see again Fig. 14-11. Vice versa, the derived relationship can be used for appropriate design of the commutation inductance if the maximum allowed commutation time is given.

In der Regel wird man eine zusätzliche Sicherheitsmarge beim Steuerwinkel vorsehen, da z. B. auch Schwankungen der Netzspannung die Kommutierungszeit beeinflussen. Besonders ungünstig ist der Ausfall der

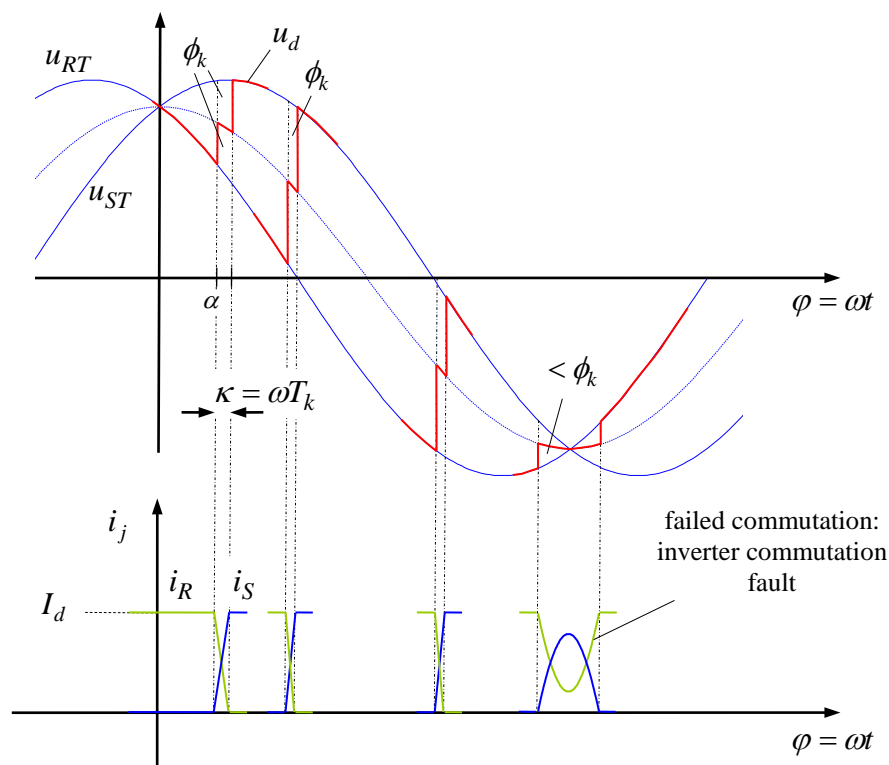
In practice, an additional safety margin of the control angle should be considered, as also variations of the line voltage may influence the commutation time. Particularly awkward is a line voltage droop

Netzspannung im Wechselrichterbetrieb, da dann die Kommutierungsfähigkeit verloren geht. Überströme sind in aller Regel die Folge, die durch geeignete Maßnahmen wie Sicherungen abgefangen werden müssen.

Die sogenannte *Schonzeit* des Thyristors ist ein weiterer Grund der Beschränkung des Steuerwinkels. Nach abgeschlossener Kommutierung nimmt der abgeschaltete Thyristor in Rückwärtsrichtung Sperrspannung auf. In dieser Richtung ist der Thyristor sofort sperrfähig, nicht aber in Vorwärtsrichtung. Um die Sperrfähigkeit in Vorwärtsrichtung wieder zu erlangen, muss eine gewisse Zeit, die *Schonzeit*, verstreichen, damit nach abgeschaltetem Strom die letzten Ladungsträger ausgeräumt werden. Je dichter die Kommutierung vor der Wechselrichterendlage beendet wird, desto kürzer ist die Zeitspanne, in der der Thyristor mit Rückwärtsspannung belastet wird, bevor er wieder in Vorwärts-Richtung Sperrspannung aufnehmen muss. Die Schonzeit ist also ebenfalls bei der Kalkulation der Sicherheitsmarge zu berücksichtigen. Typischerweise wird der Steuerwinkel  $\alpha$  auf Werte von  $150\text{-}160^\circ$  begrenzt.

during inverter operation mode, since then the commutation capability is lost. Overcurrents are usually the result. This case must be absorbed by appropriate measures such as conventional fuses.

The *rest time* of the thyristor is another reason of the limitation of the control angle. After finishing the commutation, the switched-off thyristor takes voltage in reverse direction. While the reverse blocking capability is not a problem, the forward blocking capability, however, is not immediately recovered. In order to obtain a safe forward blocking state, a certain time, the *recovery period*, has to elapse, in order to remove all charge carriers out of the junction. The closer the commutation is completed before the inverter end position, the shorter the time period of reverse blocking state before the thyristor must again withstand forward blocking voltage. The rest time is then also to be considered in the calculation of the safety margin. Typically, the control angle is limited to values of  $150\text{-}160^\circ$ .





**Fig. 14-11:**  
Kommutierungsvorgänge für  
verschiedene Steuerwinkel

Commutation shown for  
different control angles

**Ausgangsspannungsfehler aufgrund der  
Kommutierung**

**Output voltage error due to the  
commutation**

Ähnlich wie bei selbstgeführten Stromrichtern kommt es durch den Kommutierungsvorgang auf der Gleichspannungsseite zu einer Veränderung des Spannungsmittelwerts. Für jede einzelne Kommutierung ergibt sich als Fehler der Spannungs-Zeit-Fläche

Similar to self-commutated converters, the commutation is reason of a drop of the output voltage. For each commutation the error of the voltage-time area is

$$\phi_k = L_k I_d \quad (14.17)$$

Bei  $p$  Pulsen in einer Periode  $T$  ergibt sich als mittlerer Spannungsfehler

For  $p$  pulses during a fundamental  $T$ , an averaged voltage error of

$$\Delta U_d = \frac{p\phi_k}{T} = \frac{p\omega L_k I_d}{2\pi} \quad (14.18)$$

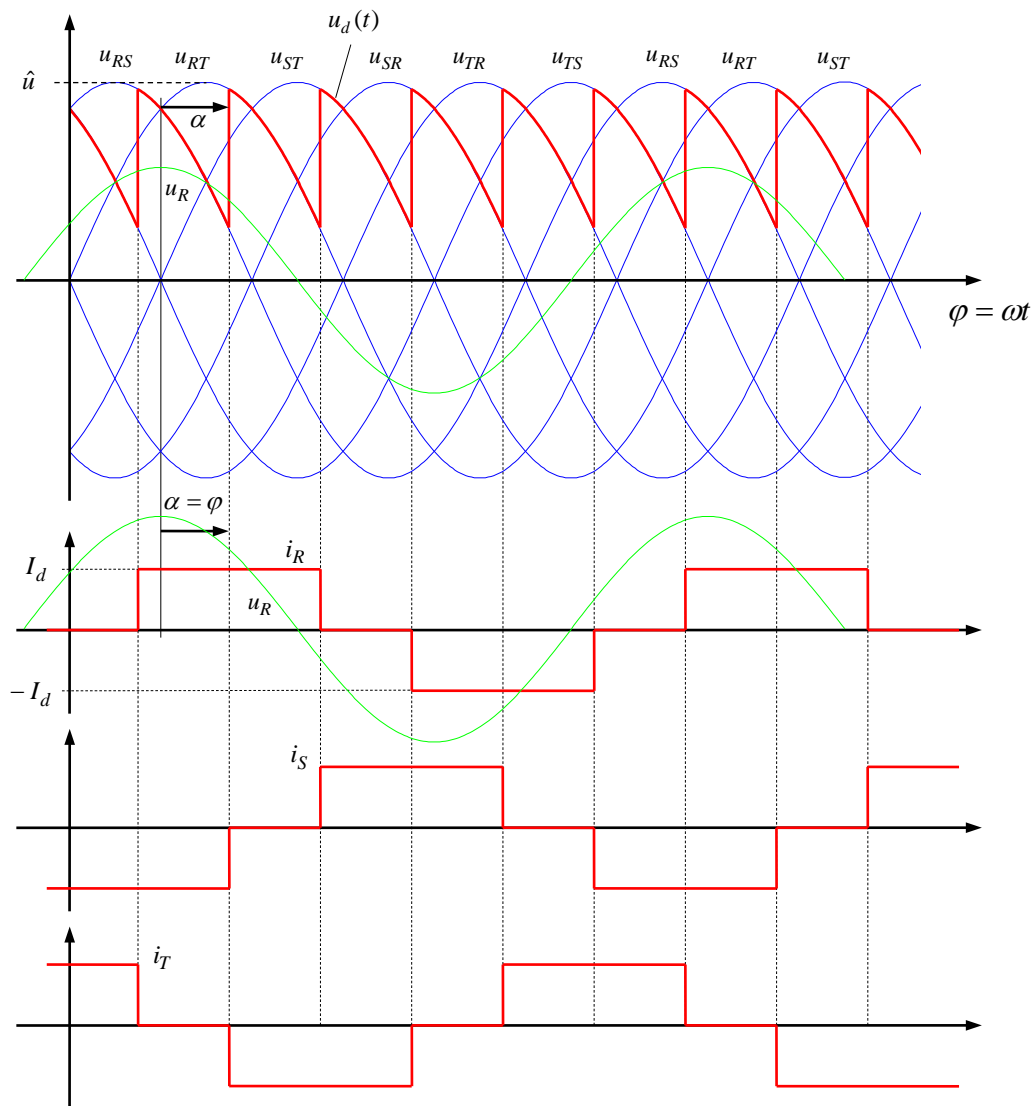
Dieser Spannungsabfall ist proportional zum Strom  $I_d$  und kann daher durch einen Ersatzwiderstand der Größe

results. This voltage drop is proportional to the current  $I_d$ . Therefore, it can be represented by an equivalent resistance of the value

$$R_k = \frac{p\omega L_k}{2\pi} \quad (14.19)$$

beschrieben werden.

### 14.3 Netzurückwirkungen Line-Side Harmonics



**Fig. 14-12:** Netzströme bei der B6 Schaltung      Line currents in the B6 circuit

In Fig. 14-12 Bild sind für die B6-Schaltung die Verläufe der Netzströme unter Vernachlässigung der Kommutierungen konstruiert. Bei konstant angenommenem Ausgangsstrom  $I_d$  zeigen diese blockförmige Verläufe. Die Phasenlage der Stromgrundschiwingung gegenüber der Netzspannung (Verschiebungswinkel) wird unmittelbar durch den Steuerwinkel  $\alpha$  bestimmt, also  $\varphi = \alpha$ . Aus dem Stromflusswinkel des Netzstroms von  $120^\circ$  in einer Halbperiode ergibt sich der Effektivwert des Netzstromes zu

$$I = \sqrt{\frac{2}{3}} I_d = \frac{\sqrt{6}}{3} I_d \quad (14.20)$$

Hierbei beträgt die Grundschiwingungsamplitude (Fourier-Koeffizient 1. Ordnung)

$$\hat{i}_1 = I_d \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \cos \phi \, d\phi = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_d \quad (14.21)$$

bzw. der Grundschiwingungseffektivwert

$$I_1 = \frac{\hat{i}_1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_d \quad (14.22)$$

Die Schaltung nimmt also aus dem Netz die Gesamt-Scheinleistung

$$S = 3UI = U\sqrt{6}I_d \quad (14.23)$$

auf. Die Grundschiwingungsscheinleistung ist dagegen

$$S_1 = 3UI_1 = U \frac{3\sqrt{6}}{\pi} I_d = \frac{3}{\pi} S = 0.95S \quad (14.24)$$

Die Grundschiwingungswirkleistung ist demnach

$$P = P_1 = S_1 \cos \alpha = U \frac{3\sqrt{6}}{\pi} I_d \cos \alpha = \frac{3}{\pi} S \cos \alpha \quad (14.25)$$

Oberschwingungen tragen nicht zur Wirkleistung  $P$  bei, da die Netzspannung

In Fig. 14-12, the line currents of a B6-circuit are plotted assuming idealized commutations. If the output current  $I_d$  is assumed to be constant, the line currents show block-like shapes. The phase angle of the fundamental line current component versus line voltage (displacement angle) is the same as the control angle  $\alpha$ , i.e.  $\varphi = \alpha$ . From the current flow angle of the line current of  $120^\circ$  in a half-fundamental, the RMS value of line current results to

Here, the amplitude of the fundamental content (1st-order Fourier coefficient) is

and the fundamental RMS is

respectively. The circuit thus takes from the grid to the total apparent power

The fundamental apparent power is

The fundamental active power is then

Higher harmonics do not contribute to the active power  $P$  as the voltage is assumed to be sinusoidal. The total power factor is then

sinusförmig angenommen wird. Als Gesamt-Leistungsfaktor resultiert

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{3}{\pi} \cos \alpha \quad (14.26)$$

Grundschwingungs- und Oberschwingungsblindleistungen (Verschiebungs- und Verzerrungsblindleistung) ergeben sich zu

Fundamental and harmonic reactive power (distortion power) result to

$$Q = S_1 \sin \alpha = \frac{3}{\pi} S = 0,95S \quad (14.27)$$

$$D = \sqrt{S^2 - S_1^2} = \sqrt{1 - \frac{9}{\pi^2}} S = 0,30S \quad (14.28)$$

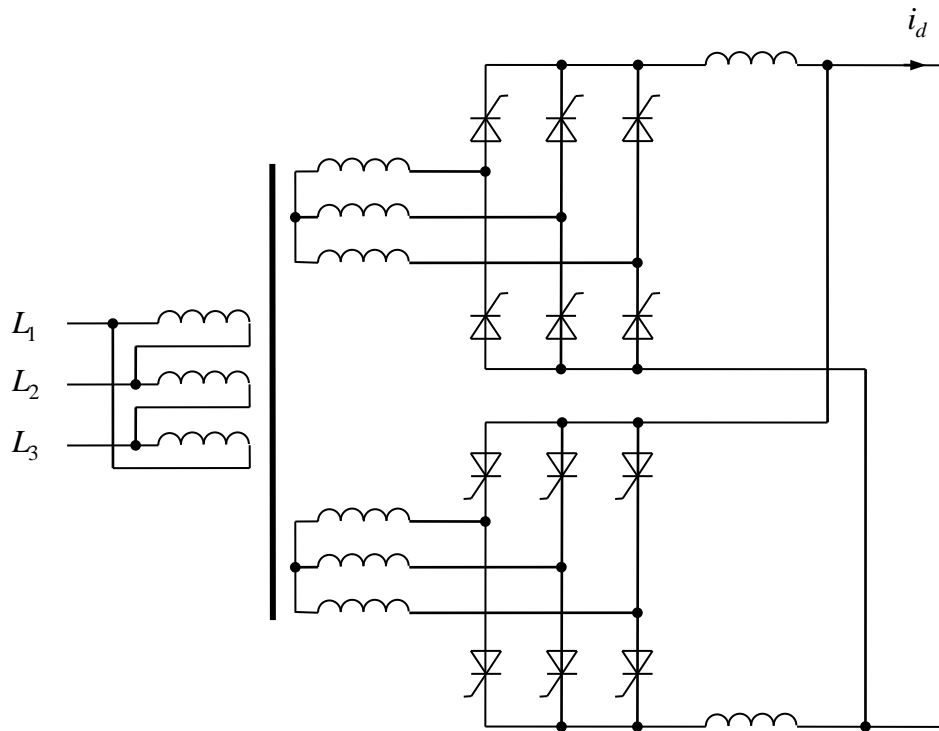
Die Thyristorbrücke hat also einen (abhängig vom Steuerwinkel) mehr oder minder hohen induktiven Blindleistungsbedarf. Das verhindert im Allgemeinen den Einsatz dieser Schaltungen für Büro- und Haushaltsgeräte, die entsprechende Grenzwerte einzuhalten haben. Im Industriebereich, wo nicht so sehr Oberschwingungen und Blindleistung des einzelnen Geräts, sondern die Spezifikationen am jeweiligen Anschlusspunkt des EVU einzuhalten sind, die bei sehr großen Leistungen ggf. auch individuell mit dem EVU ausgehandelt werden können, sind solche Schaltungen durchaus stärker verbreitet.

Thus, the thyristor bridge has a more or less high inductive reactive power demand (depending on the control angle). This generally prevents the use of these circuits for office and household appliances, which have to comply with the standards. In the industrial sector the harmonics and reactive power of each single device are not that important, but the specs of the grid connection point of the whole plant. As these specs can be negotiated individually with the utility in case of large power ratings, thyristor converters are more often met in such industrial applications.

Obwohl selbstgeführte Stromrichter den fremdgeführten bezüglich der Funktionalität in der Regel unterlegen sind, werden jene wegen der Robustheit der Thyristoren, der günstigen Schaltverluste und wegen der Kosten immer noch eingesetzt.

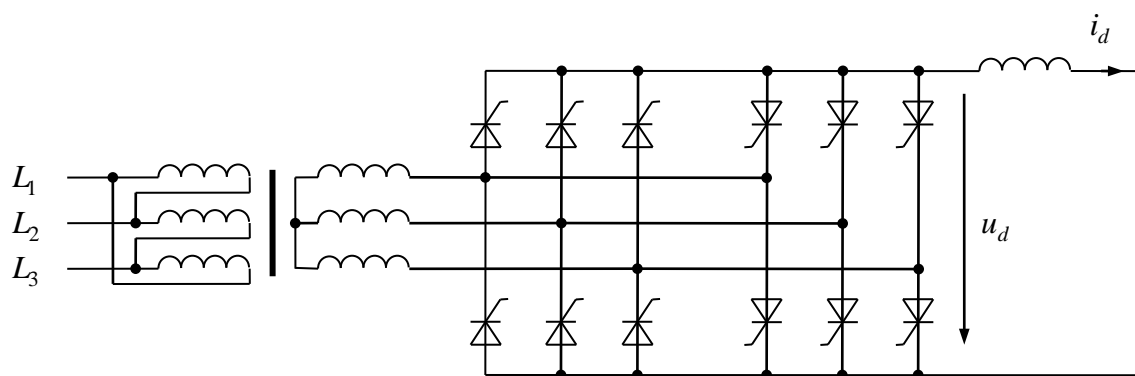
Although externally commutated converters are usually beaten by self-commutated converters in term of functionality, those are still used due to the robustness of the thyristors, their low switching losses and due to cost issues.

### 14.4 Umkehrstromrichter Two-Way Converter



**Fig. 14-13:**  
Kreisstrombehafteter  
Umkehrstromrichter

Two-way converter with circular  
current



**Fig. 14-14:**  
Kreisstromfreier  
Umkehrstromrichter

Two-way converter without  
circular current

Um auf der Ausgangsseite beide Polaritäten nicht nur der Spannung, sondern auch des Stroms zu ermöglichen, werden zwei Thyristorbrücken zu einem *Umkehrstromrichter* anti-parallel geschaltet. Es

In order to provide both polarities not only of the output voltage, but also of the output current, two thyristor bridges can be connected in an anti-parallel way as *two-way converter*. Two basic variants are

gibt die Varianten des *kreisstrombehafteten* und des *kreisstromfreien* Umkehrstromrichters.

Beim *kreisstromfreien* Umkehrstromrichter darf immer nur eine Brücke aktiv sein, da andernfalls ein Kurzschluss entsteht. Jede der beiden Brücken ist für eine Stromrichtung zuständig. Der Wechsel der Brücken, also dann, wenn die Stromrichtung umgekehrt werden soll, erfolgt nach folgendem Schema:

- Steuerwinkel der aktiven Brücke in Wechselrichterendlage stellen (Thyristoren müssen wegen Gefahr des Wechselrichterkippens solange weiter gezündet werden, bis der Strom erloschen ist)
- Abwarten, bis der Strom erloschen ist
- Sperren der bislang aktiven Brücke, d.h. keine weiteren Zündimpulse erzeugen
- Aktivieren der anderen Brücke

Beim *kreisstrombehafteten* Umkehrstromrichter nach Fig. 14-13 sind die beiden Brücken über die ausgangseitigen Induktivitäten entkoppelt. Daher können beide Brücken ohne Kurzschlussgefahr auch simultan betrieben werden. In diesem Fall entsteht ein Kreisstrom, welcher dieser Konvertervariante den Namen gibt. Im Normalbetrieb ist dies zwar wenig sinnvoll. Der Richtungswechsel des Stroms kann jedoch durch frühzeitiges Einschalten der jeweils anderen Brücke sehr viel schneller als beim *kreisstrom-freien* Umrichter vollzogen werden. Außerdem kann durch einen Kreisstrom das Lücken bei kleinen Ausgangsströmen vermieden werden.

Es sei bemerkt, dass der Umkehrstromrichter auf der Ausgangsseite nun nicht nur Gleichströme und Gleichspannungen, sondern durch ständigen Polaritätswechsel auch eine Wechselspannung erzeugen kann. Aus Faustregel gilt jedoch, dass das Verhältnis von Ausgangs- zu Netzfrequenz ein Verhältnis von etwa 1:3 nicht überschreiten sollte.

known as two-way converters *with* and *without circular current*.

With the circular current-free converter, only one bridge can be active at a time, because otherwise a short circuit will result. Each of the two bridges is responsible for one direction of current flow. The change of the bridges, when the current direction shall be reversed, takes place according to the following scheme:

- Set the control angle of the active bridge to inverter end position (thyristors have to be continuously fired due to the risk of commutation failures until the current expires)
- Wait, until the current is surely expired
- Disable the previously active bridge, i.e. do not produce firing pulses any longer
- Activate the other bridge

In two-way converter according to Fig. 14-13, both bridges are decoupled by the inductances at the output side. So both bridges can be operated simultaneously without the danger of a hard short circuit. In such case, a circular current is generated which provides the name for this converter variant. In normal operation that makes only little sense. The reversal of the current direction, however, can be performed much quicker as with the circular current-free variant by early activation the other bridge. Additionally, a circular current can be used in order to avoid the discontinuous-conduction mode at small output currents.

It should be noted that the two-way converter is able not only to provide DC voltages and current at the output, but also AC voltages by permanently changing the polarity. However, as a rule of the thumb, a ratio of output frequency to line frequency of about 1:3 should not be exceeded.

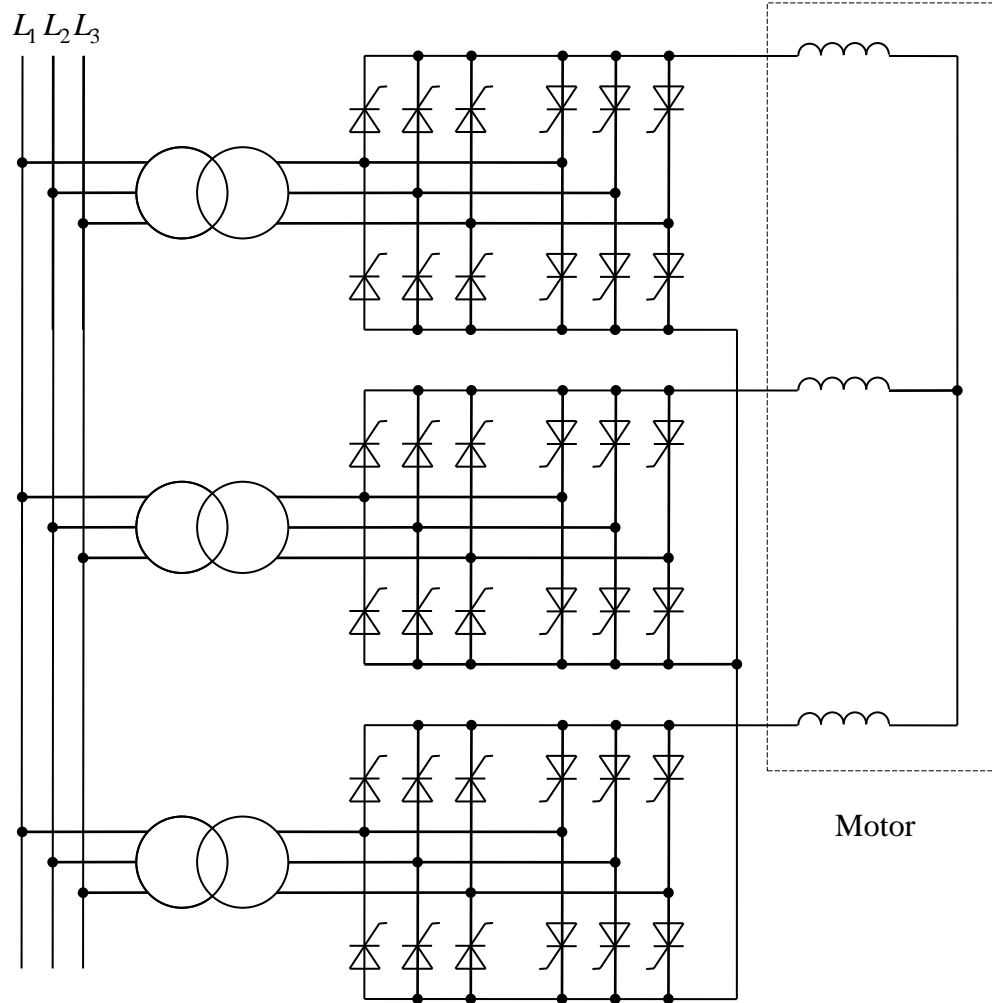
## 14.5 Direktumrichter Cyclo Converter

Der *Direktumrichter* (engl. *cyclo-converter*) besteht aus drei einphasigen Umkehrstromrichtern, die eine dreisträngige Last, häufig einen Drehstrommotor, frequenzvariabel speisen. Die erreichbare maximale ausgangsseitige Frequenz beträgt ungefähr ein Drittel der Netzfrequenz. Bei höheren Frequenzen treten Oberschwingungen bzw. Schwebungen (Subharmonische) zu stark hervor. Der Direktumrichter wird im Bereich sehr großer Leistungen von einigen 10 bis 100 MW eingesetzt. Der Direktumrichter formt Drehspannung direkt in Drehspannung ohne Gleichstrom-Zwischenkreis um, daher die Namensgebung.

Die drei einzelnen Umkehrstromrichter benötigen eine Potenzialtrennung. Dies kann durch Netztransformatoren bewerkstelligt werden. In diesem Fall kann der zu speisende Motor wie gewohnt im Stern oder Dreieck geschaltet werden, siehe Fig. 14-15. Werden die einzelnen Umkehrstromrichter (mit Kommutierungsinduktoren) dagegen direkt am Netz betrieben, muss die Potenzialtrennung motorseitig durch aufgelöste Wicklungen bewerkstelligt werden wie in Fig. 14-15 dargestellt.

The *cyclo converter* is composed of three single-phase two-way converters, which supply a three-phase load, e.g. a three-phase motor with varying frequency. The achievable maximum output-side frequency is about one third of the mains frequency. At higher frequencies, the generated harmonics and beating frequencies (sub-harmonics) would usually exceed reasonable limits. The cyclo converter is used in very large power applications ranging from some 10 to 100 MW. The cyclo converter converts AC to AC without DC link.

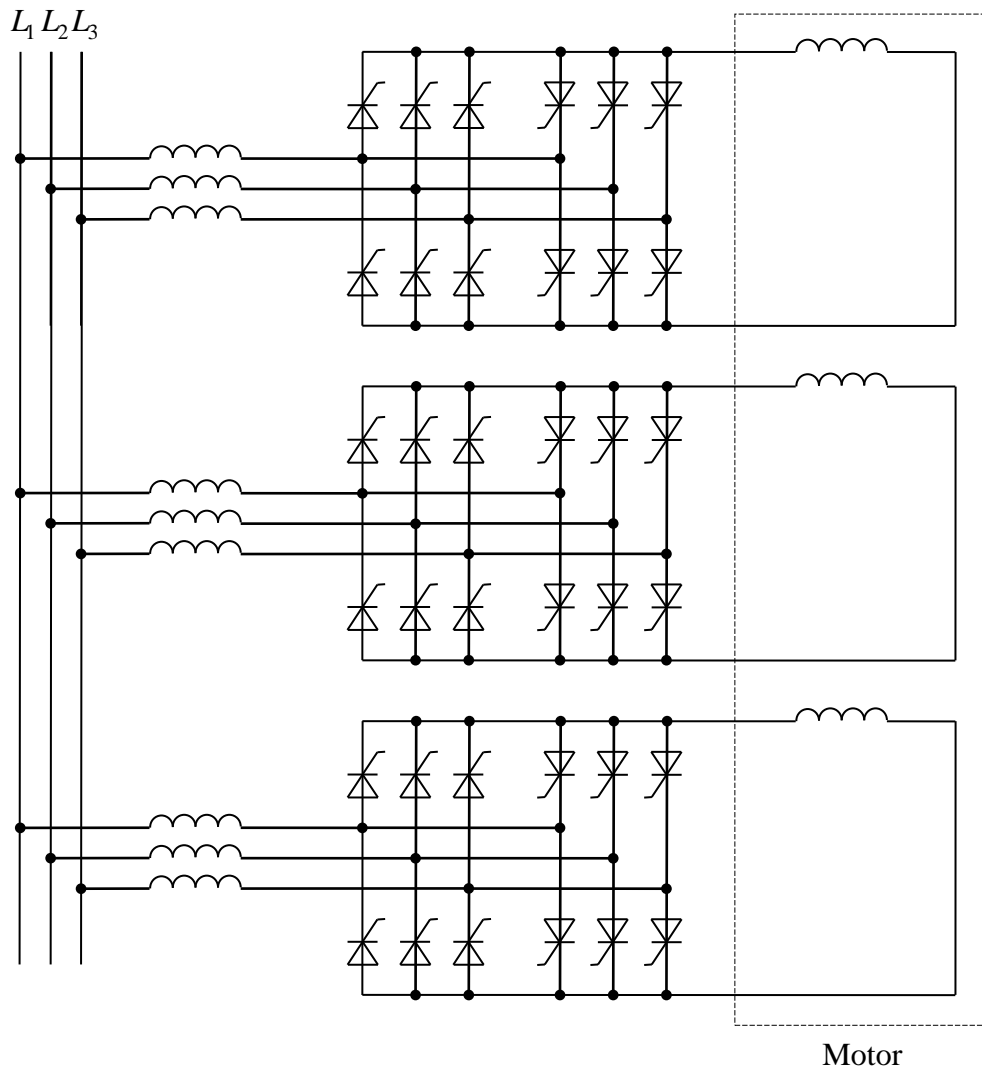
The three two-way converters require an electrical isolation between each other. This can be accomplished by line transformers. In this case, the motor can be connected in star or delta connection as usual, see Fig. 14-15. In case of connecting the two-way converters directly to the grid – via commutation inductors -, the isolation must then be done on the motor side, i.e. the motor must be manufactured with separated windings as depicted in Fig. 14-15.



**Fig. 14-15:**  
Drephasiger Direktumrichter in  
Sternschaltung

Three-phase cyclo converter in  
star connection





**Fig. 14-16:**  
Drephasiger Direktumrichter mit  
aufgelösten Motorwicklungen

Three-phase cyclo converter with  
separated motor windings

---

## 14.6 Hochspannungs-Gleichstromübertragung High-Voltage Direct Current Transmission

Die Übertragung elektrischer Energie mittels hoher Gleichspannung (HGÜ) im Bereich von 500-800 kV hat gegenüber der Hochspannungs-Drehstromübertragung folgende Vorteile:

- Vermeidung der Probleme bezüglich des Blindleistungsmanagements und der Frequenzstabilität
- Direkte Steuerbarkeit des Leistungsflusses durch die speisende Leistungselektronik statt indirekter Steuerung über den Lastwinkel
- Geringerer Aufwand für sowohl bei Freileitungen als auch bei Kabeln bzw. bei gleichem Aufwand größere Übertragungskapazität
- Geringere Übertragungsverluste: Bei 380 kV Drehstrom rechnet man mit 1-2% Verluste/100 km, bei HGÜ 0,5-1%/100 km.

Trotz der zusätzlichen Kosten der Leistungselektronik für Gleich- und Wechselrichtung und der bei der Wandlung anfallenden zusätzlichen Verluste gilt die Hochspannungs-Gleichstromübertragung (HGÜ) bei Freileitungsstrecken ab etwa 400 km als der Drehstromtechnik überlegen. Bei Kabeln ist sie sogar bei deutlich kürzeren Strecken konkurrenzfähig.

Die Nennleistungen solcher Anlagen liegen typischerweise in der Spanne zwischen einigen 100 MW bis hinauf zu etwa 10 GW.

Eine Form der Gleichstromübertragung sind sogenannte *Kurzkupplungen* für den Leistungsausgleich benachbarter Drehstromnetze, die bezüglich Phasenlage oder Frequenz nicht synchron sind.

Ein Beispiel dazu ist die Verbindung zweier regional benachbarter, aber nur über die

The transmission of electrical energy by means of a high DC voltage (HVDC) of about 500-800 kV has some advantages compared with the usual high-voltage AC transmission:

- Avoid problems of reactive power management and frequency stability
- Direct controllability of the power flow by means of the feeding power electronics instead of indirect control via the load phase angle
- Lower effort for overhead lines as well as for cables, or, vice versa, higher transmission capability with equal effort
- Lower transmission losses: With 380 kV AC, losses account for 1-2% per 100 km, with HVTS it is about 0,5-1%/100 km

Despite the additional cost of power electronics for rectifying and inverting the voltage, the HVDC transmission outperforms the HVAC transmission for lines longer than approx. 400 km. With cables, the break-even distance is much shorter.

The power rating of such transmission lines is typically in the range of some 100 MW to about 10 GW.

A special form of DC transmission are so-called *back-to-back converters* that are applied to exchange power between neighboring AC grids which are not synchronous in phase or frequency.

One example is the coupling of two neighboring medium voltage grids that are

Hochspannungsebene gekoppelter Mittelspannungsnetze, die dann zwar gleiche Frequenz, aber eine zueinander undefinierte Phasenlage aufweisen.

Ein anderes Beispiel ist die Speisung des 16,7 Hz-Wechselspannungs-Bahnnetzes aus dem 50 Hz-Landesnetz.

Wenn auch bei neuen HGÜ-Systemen zunehmend selbstgeführte Umrichtertopologien eingesetzt werden, ist die klassische Hochspannungsgleichstromübertragung auf der Basis der Thyristortechnik immer noch von Bedeutung. Hierbei werden sowohl als Gleichrichter als auch als Wechselrichter Thyristorbrückenschaltungen eingesetzt. Durch Reihenschaltung 6-pulsiger Brücken, die durch Transformatoren mit versetzter Phasenlage gespeist werden, werden Schaltungen mit höheren Pulszahlen realisiert.

Da ein einzelner Thyristor die hohen Spannungen von einigen 100 kV als Sperrspannung nicht aufnehmen kann, werden 20-30 Thyristoren in Reihe geschaltet und konstruktiv typischerweise als Stapel angeordnet. Um Probleme mit der Isolation und Potenzialtrennung der Gate-Ansteuerung zu umgehen, können Thyristorentypen verwendet werden, die sich durch Lichtimpulse zünden lassen.

Die Richtung des Stromflusses ist durch die Orientierung der Thyristoren festgelegt und daher unidirektional. Die Richtung der Energieübertragung ist aber trotzdem bidirektional, indem die Spannungspolarität gewechselt, also der Steuerwinkel von Gleichrichterbetrieb zum Wechselrichterbetrieb bzw. umgekehrt umgesteuert wird. Vom Prinzip handelt es sich um ein Umrichtersystem mit *Stromzwischenkreis* (*current-source converter*).

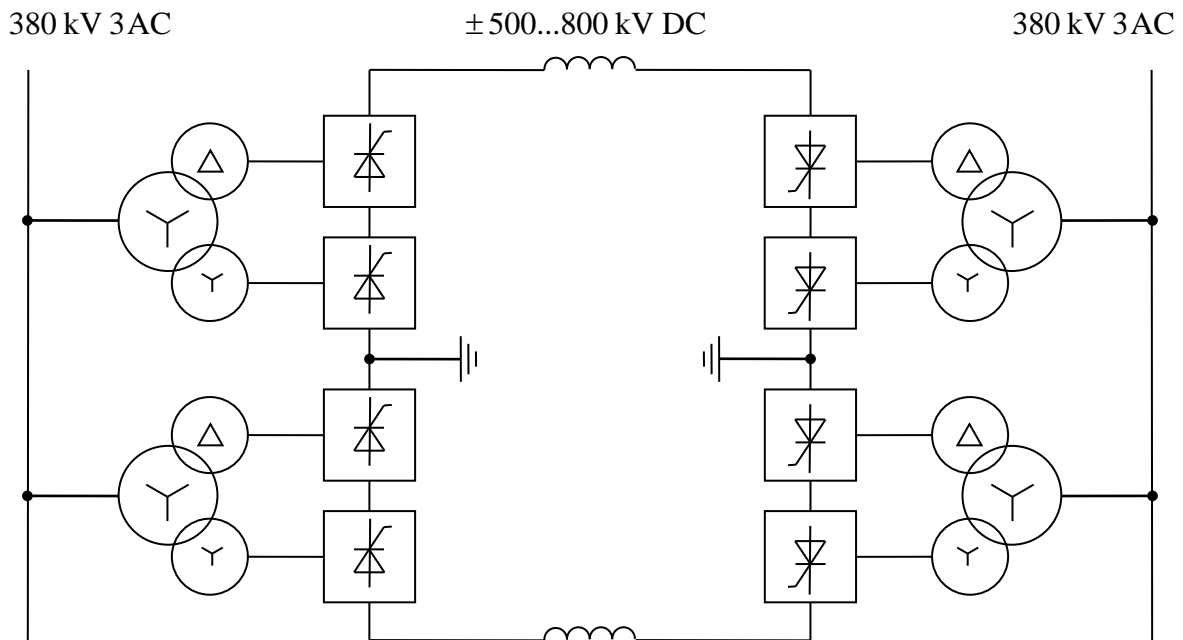
coupled only via the high-voltage rail so that they have the same frequency, but an undefined phase angle between each other.

Another example is the supply of the 16,7 Hz railway AC grid from the 50 Hz grid.

For new HVDC systems, self-commutated converter topologies are applied more and more. However, the classic HVDC transmission based on thyristor technology is still important. Here, thyristor bridge circuits are used as rectifiers as well as inverters. Topologies with high number of pulses can be achieved with series connection of several 6-pulse bridges, each of them connected to a transformer with shifted phase angle.

As the high voltages cannot be blocked by a single thyristor, up to 20 or 30 thyristors are connected in series which are arranged in a construction like a column. To circumvent problems with the isolation and potential separation of the gate drive, special types of thyristors can be employed that can be triggered by light pulses.

The direction of the current flow is unidirectional as it is determined by the orientation of the thyristors. Despite of that, the direction of energy transfer is bidirectional by changing the voltage polarity, i.e. changing the control angle from the rectifier to inverter mode and vice versa. In principle, the converter system is characterized by an intermediate current link (*current-source converter*).



**Fig. 14-17:**

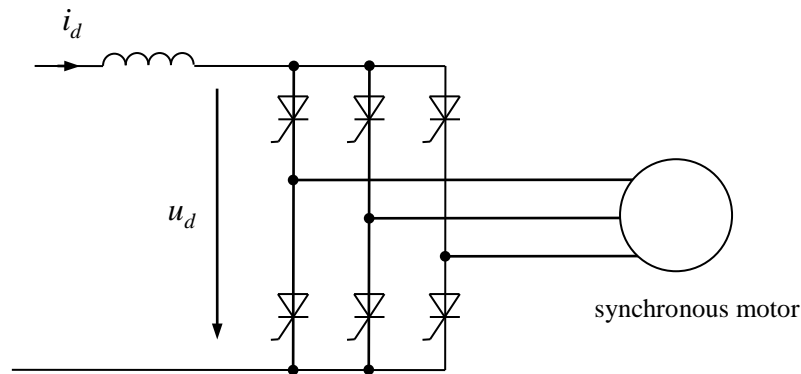
Hochspannungsgleichstromübertragung mit fremdgeführten Thyristorbrückenschaltungen und Strom-Zwischenkreis

High voltage direct current transmission with externally-commutated thyristor bridges and intermediate current link

Such classical HVDC systems are used to transfer energy between only *two* connection points. Theoretically, also an energy *distribution* could be realized with a *current-link* system if all stations are connected in series. As that concept comes with some severe drawbacks, usually systems with voltage-links are used for distribution tasks. First HVDC systems based on intermediate voltage links are already realized.

Solche klassischen HGÜ-Anlagen dienen nur der Energieübertragung zwischen *zwei Anschlusspunkten*. Eine *Energieverteilung* ließe sich theoretisch auch mit dem Prinzip des *Stromzwischenkreises* zwar durch Reihenschaltung der Teilnehmer erreichen, doch ist dies mit einer Reihe von Nachteilen verbunden, so dass für Verteilungsaufgaben Systemen mit Spannungszwischenkreis der Vorzug gegeben wird. Erste HGÜ-Anlagen mit Spannungszwischenkreis wurden bereits realisiert.

## 14.7 Stromgespeicher lastgeführter Wechselrichter Current-Fed Load-Commutated Inverter



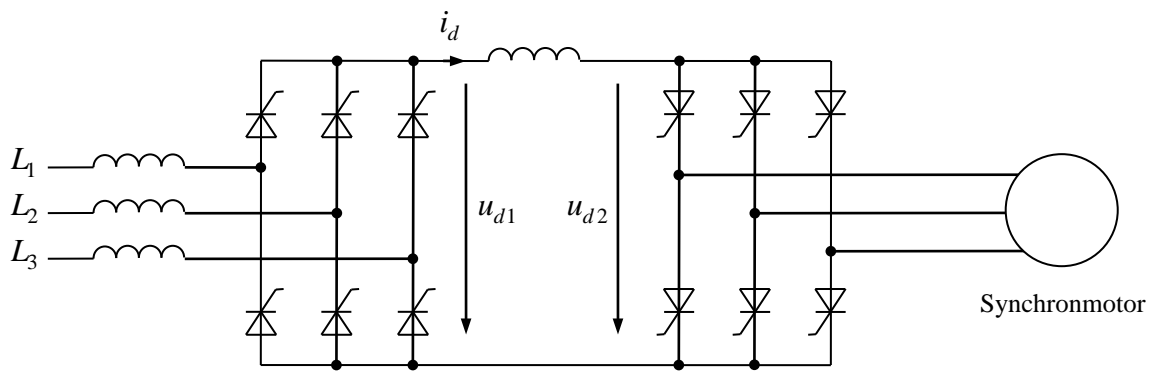
**Fig. 14-18:**

Lastgeführter Wechselrichter am  
Synchronmotor

Load-commutated inverter for  
synchronous motor

Der Einsatz der fremdgeführten Thyristorschaltungen als Laststromrichter ist nur möglich, wenn die Gegenspannung die Kommutierung des Stromrichters unterstützt. Genauer heißt das, die Thyristorbrücke benötigt induktive Blindleistung wie in Abschnitt 14.3 gezeigt wurde. Die Last, hier ein Synchronmotor, muss also die Kommutierungsspannung bzw. die notwendige induktive Blindleistung *bereitstellen*, also selbst *kapazitives* Verhalten besitzen. Dies ist mit einem Synchronmotor möglich, wenn dieser *übererregt* betrieben wird. Wird der Eingangsstrom des Motorumrichters  $i_d$  wiederum durch eine netzgeführte Thyristorbrücke bereit gestellt, ergibt sich die in Fig. 14-9 gezeigte Struktur mit einem *Stromzwischenkreis*. Diese Anordnung wird auch als *Stromrichter motor* bezeichnet.

The use of externally commutated thyristor topologies as load-side converter is only possible if the counter-voltage support the commutation of the converter. In particular that means, the thyristor bridge needs inductive reactive power as outlined in Section 14.3. The load, in this case, a synchronous motor, must *supply* the required commutation voltage or the inductive reactive power. That means, the synchronous motor itself has to show *capacitive* behavior. This is possible with a synchronous motor if it is operated in the *over-excited*. If the input current to the motor converter  $i_d$  is again provided by a line-commutated thyristor bridge, a structure with an *intermediate current link* will result like shown Fig. 14-9. It is known as *inverter motor*.



**Fig. 14-19:**  
Sogenannter Stromrichtermotor      „Motor Converter“

---

## 14.8 Stromgespeicher selbstgeführter Wechselrichter Current-Fed Self-Commutated Inverter

Oft werden Thyristorschaltungen automatisch als fremdgeführte Umrichter betrachtet, was zwar häufig, aber nicht immer korrekt ist. Die nachfolgend beschriebene Schaltung ist ein Beispiel für eine selbstgeführte Thyristorschaltung, die hier erwähnt werden soll, obwohl sie streng genommen nicht zum Titel dieses Hauptkapitel passt.

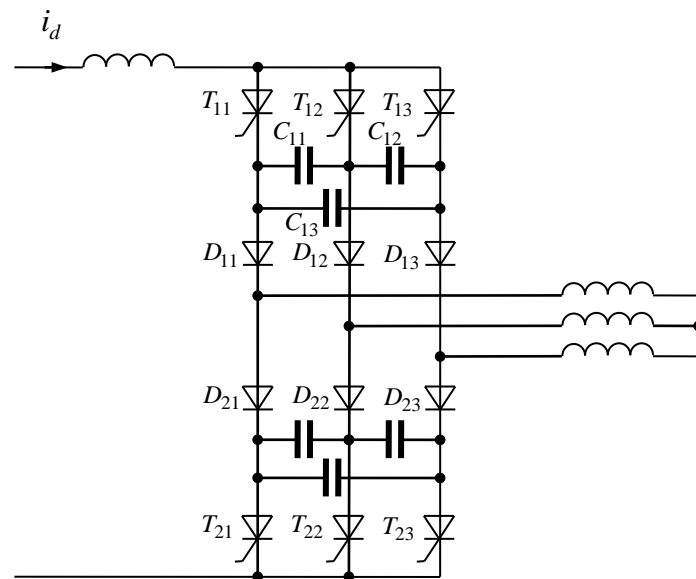
Im vorangegangenen Kapitel wurde gezeigt, dass eine Thyristorbrücke eine Last speisen kann, sofern diese kapazitives Verhalten aufweist wie ein übererregter Synchronmotor. Soll dagegen ein Asynchronmotor betrieben werden, der stets induktives Verhalten zeigt, muss die benötigte kapazitive Blindleistung auf anderem Wege, z.B. einen Kondensatoren aufgebracht werden. Die benötigte Blindleistung führt aber in der Regel zu sehr großen Kondensatoren, so dass dieses Vorgehen nicht attraktiv ist.

Eine Alternative ist, durch zusätzliche Kondensatoren nicht die gesamte Blindleistung zu kompensieren, sondern nur die für die Kommutierung die notwendige Kommutierungsspannung bereit zu stellen. Zusätzliche Dioden sorgen dafür, dass die Kondensatoren nach abgeschlossener Kommutierung nicht wieder umgeladen werden.

Thyristor converters are considered externally commutated. However that is often correct but not in general case. The circuitry described below is an example of a self-commutated thyristor topology which should be mentioned though it does not fit strictly to the title of this main chapter.

In the preceding chapter it was shown that a thyristor bridge can feed a load in case that shows capacitive behavior like an over-excited synchronous motor. In case of an induction motor which exhibits inductive behavior in any operation, the required capacitive reactive power must be generated by other means, e.g. by a capacitors. The required reactive power leads usually to very large capacitors so that this approach is not attractive.

An alternative is not to compensate for the full reactive power by the capacitors, but to provide only the voltage which is required for the commutation by the capacitors. Additional diodes prevent the capacitors from being discharged after the commutation.



**Fig. 14-20:**  
Selbstgeführter stromgespeicherter  
Wechselrichter  
z.B. für die Speisung eines  
Asynchronmotors

Self-commutated current-fed  
inverter  
e.g. for the supply of an  
induction motor

Obwohl die Schaltung weiterhin nicht abschaltbare Thyristoren verwendet, spricht man von einem *selbstgeführten* Stromrichter, weil die Kommutierungsspannung zwar nicht vom Leistungshalbleiter, aber von den Kondensatoren als Bestandteile des Stromrichters bereitgestellt wird. Der Stromrichter wird auch als *selbstgeführter stromgespeicherter Wechselrichter mit Phasenfolge-Löschung* oder als *Phasenfolge-Wechselrichter* bezeichnet.

Although the circuit still employs thyristors which cannot be actively turned off, the circuitry is called a *self-commutated* converter, because the commutation voltage will be provided not by capacitors as components of the converter. This converter is also known as *self-commutated current-fed inverter with phase sequence extinction* or as *phase sequence inverter*.



## Kommutierung

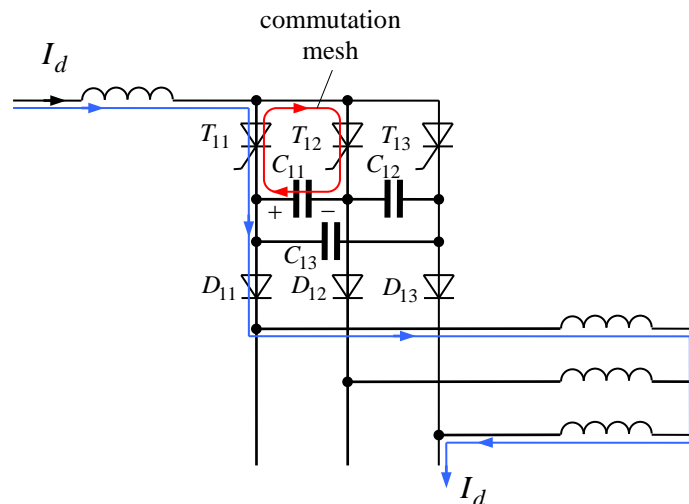
Der Kommutierungsvorgang ist etwas komplizierter als bei der einfachen Thyristorbrücke. Zu beachten ist, dass der abschaltende Thyristor nach Abschluss der Kommutierung nicht in Rückwärtsrichtung sperren muss wie es bei der ursprünglichen Brücke der Fall ist, sondern in Vorwärtsrichtung. Die Kommutierung läuft in drei Phasen ab. Beispielhaft werde die Kommutierung zwischen Ventil  $T_{11}$  und  $T_{12}$  betrachtet:

*1. Phase:* Zunächst wird der als konstant angenommene Strom  $i_d = I_d$  über  $T_{11}$  und auch  $D_{11}$  geführt. Wir nehmen weiterhin an, dass der Kommutierungs-Kondensator  $C_{11}$  am Verbindungspunkt zu  $T_{11}$  positive Spannungspolarität zeige. Wird nun  $T_{12}$  gezündet, löscht die Kondensatorspannung den Strom in  $T_{11}$ . Der Strom kommutiert rasch nach  $T_{12}$ . Dies geht sehr schnell vor sich, da die Masche niederinduktiv ist. Der Kondensator  $C_{11}$  wird dadurch nur wenig entladen. Der Kommutierungsvorgang ist hiermit aber noch nicht abgeschlossen.

## Commutation

The commutation process is more complicated than in the simple thyristor bridge. It should be noted that the turning-off thyristor must block after the completed commutation not in the reverse direction as it is the case in the original thyristor bridge, but in the forward direction. The commutation is done in three phases. As an example, the commutation between valve  $T_{11}$  and  $T_{12}$  is considered:

*1st phase:* Initially, the current  $i_d = I_d$  which is assumed to be constant is conducted over  $T_{11}$  and also  $D_{11}$ . We further assume that the commutation capacitor  $C_{11}$  shows positive voltage polarity at the connection point to  $T_{11}$ . When  $T_{12}$  is now triggered, the capacitor voltage extinguishes the current of  $T_{11}$ . The current commutated quickly to  $T_{12}$  since the mesh is of low inductance. The capacitor  $C_{11}$  is discharged only little by that process. The commutation, however, is hereby not yet completed.



**Fig. 14-21:**  
Phase der Kommutierung

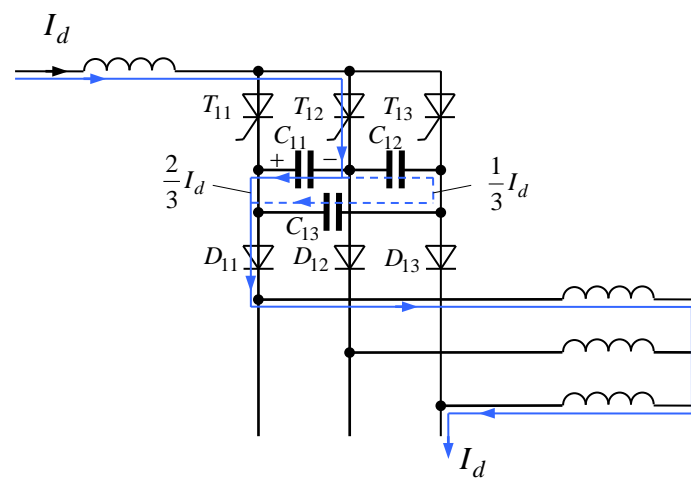
1st phase of commutation

*2. Phase:* Jetzt leitet zwar  $T_{12}$ , weil sich die Spannung am Kommutierungskondensator aber noch nicht wesentlich geändert haben, weiterhin noch  $D_{11}$ . Dadurch fließt der Strom  $I_d$  durch den Kommutierungskondensator  $C_{11}$

*2nd phase:* Now  $T_{12}$  is conducting, but also, as the voltage of the commutation condensor has not significantly changed, also still  $D_{11}$ . Thus, the current  $I_d$  flows now through the commutation capacitor

, welcher dadurch rampenförmig entladen wird. Parallel zu diesem Strompfad wirken aber auch die anderen beiden Kondensatoren  $C_{12}$  und  $C_{13}$ , die also auch teilweise umgeladen werden. Der Strom  $I_d$  teilt sich auf diese beiden Pfade dieses kapazitiven Stromteilers im Verhältnis 1:2 auf. Bis zu diesem Zeitpunkt liegt an dem abgeschalteten Thyristor  $T_{11}$  Sperrspannung in Rückwärtsrichtung an. In der folgenden 3. Kommutierungsphase muss  $T_{11}$  aber in Vorwärtsrichtung sperren. Die Zeitdauer der 2. Phase muss daher länger als die Schonzeit des Thyristors bemessen werden, damit dieser die Vorwärts-Sperrfähigkeit erlangt.

$C_{11}$ , which is discharged ramp-like. In parallel to this current path also the other two capacitors  $C_{12}$  and  $C_{13}$  are acting, which are also partly charged. The current  $I_d$  divides on these two paths of this capacitive current divider in the ratio of 1:2. Until this time, the turned off thyristor  $T_{11}$  is blocking in reverse direction. In the following third commutation phase, however,  $T_{11}$  have to block in forward direction. The duration of the 2nd phase must therefore be longer than recovery period of the thyristor in order to regain the forward-blocking capability.

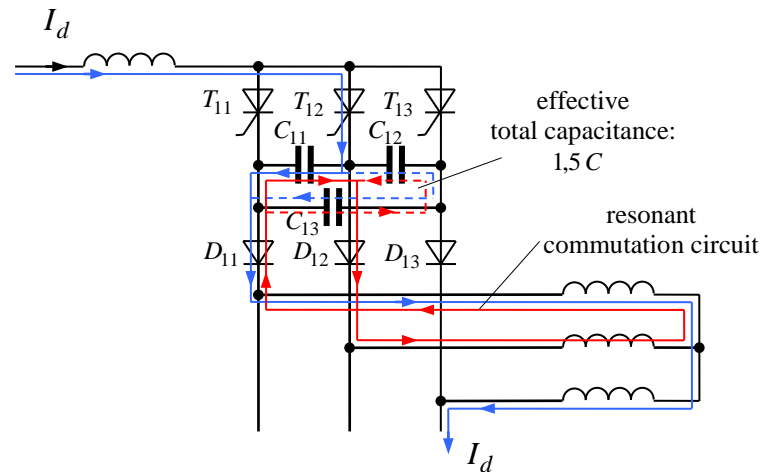


**Fig. 14-22:**  
Phase der Kommutierung

2nd phase of commutation

*3. Phase:* Erreicht die Kondensatorspannung den Wert der Leiter-Leiter-Spannung der angeschlossenen Maschine, wird nun auch Diode  $D_{12}$  leitend, wodurch sich über  $D_{11}$ , die Induktivität der Maschine,  $D_{12}$  und die Parallel-Reihen-Schaltung der Kondensatoren  $C_{11} = C_{12} = C_{13} = C$  mit einer resultierenden Kapazität von  $1,5C$  ein Reihenschwingkreis bildet. Dieser Schwingkreis schwingt jetzt an, kann aber nur eine Viertelschwingung ausführen, weil die Diode  $D_{11}$  abschaltet, sobald der Strom Null erreicht. Damit ist die 3. Phase und damit der gesamte Kommutierungsvorgang abgeschlossen.

*3rd phase:* When the capacitor voltage reaches the value of the phase-to-phase voltage of the connected machine, also diode  $D_{12}$  is getting conducting, whereby a series resonant circuit is built over  $D_{11}$ , the inductance of the machine,  $D_{12}$ , and the parallel-series connection of the capacitors  $C_{11} = C_{12} = C_{13} = C$  with a resulting capacitance of  $1,5C$ . This resonant circuit starts to resonate now, but can complete only one quarter oscillation, because as the current in  $D_{11}$  hits zero, the diode then turns off. At this point, the 3rd phase and also the total commutation process completed.

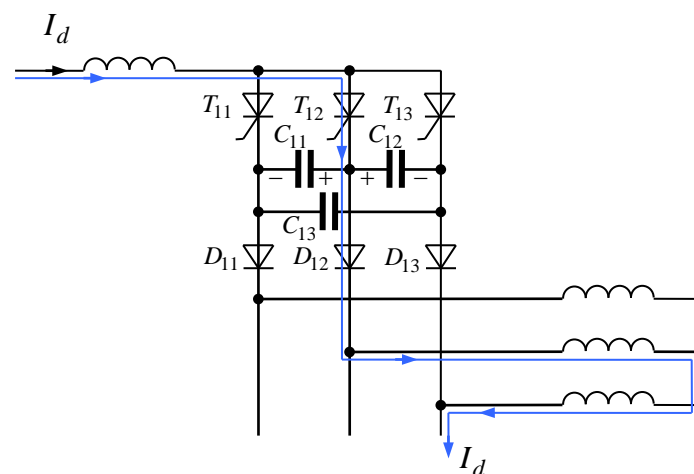


**Fig. 14-23:**  
Phase der Kommutierung

3rd commutation phase

*Endzustand nach der Kommutierung:* Während des Umschwingvorgangs wurde der betreffende Kommutierungskondensator auf eine Spannung mit einer gegenüber dem Ausgangszustand genau umgekehrten Polarität aufgeladen. Da beim Umschwingen ein Teil des Stroms wieder über den parallelen Pfad der anderen beiden Kondensatoren fließt, nehmen auch diese wieder an der Umladung teil. Die Endsituation ist nun derart, dass beide mit dem nun leitenden Thyristor  $T_{12}$  verbundenen Kondensatoren  $C_{11}$  und  $C_{12}$  an diesem Anschluss positive Polarität zeigen. Auf diese Weise ist der Kondensator  $C_{12}$  für die in der Phasenfolge darauf folgende Kommutierung genau passend geladen, wie eingangs für  $C_{11}$  vorausgesetzt wurde.

*Final state after the commutation:* During the resonance swing, the respective commutation capacitor was charged to a voltage having exactly the reversed polarity with respect to the initial state. Since the current divides during that swing also to the other two capacitors, they also take part in that re-charging. The final situation is now that both capacitors  $C_{11}$  and  $C_{12}$  that are connected to the conducting thyristor  $T_{12}$  show positive polarity at this connection point. In this way, the capacitor  $C_{12}$  is suitably charged for next coming commutation, as it was initially assumed to  $C_{11}$ .



**Fig. 14-24:**  
Endzustand nach der  
Kommutierung

Final state after commutation

Die nächste Kommutierung muss aber nicht zwangsläufig in dieser starren Phasenfolge ablaufen. Vielmehr ist es auch möglich, wieder von  $T_{12}$  nach  $T_{11}$  zurück zu kommutieren, denn auch  $C_{11}$  ist passend geladen. Auf diese Weise kann von der Stromblockform abgewichen und der Strom  $I_d$  pulsend zwischen zwei Strängen hin- und hergeschaltet, also pulswidenmoduliert werden, was insbesondere für niedrige Motor-Grundfrequenzen von Vorteil ist.

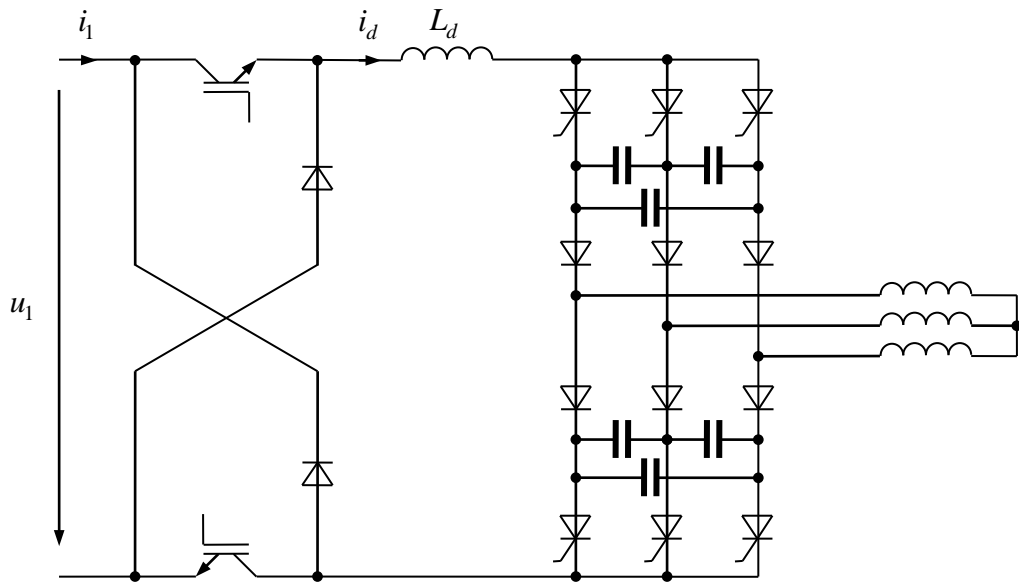
Eine Kombination von Phasenfolge-Wechselrichter und Tiefsetzsteller ist z.B. häufig noch bei Antrieben in Nahverkehrsfahrzeugen (Straßenbahn, U-Bahn, z. T. auch S-Bahn) anzutreffen. Im Nahverkehr ist das speisende Netz ein Gleichspannungsnetz mit Spannungen um 750 V. Der Tiefsetzsteller muss für den nachfolgenden Phasenfolge-Wechselrichter nur eine Stromrichtung, aber beide Spannungspolaritäten bereit stellen. Daher muss die Tiefsetzsteller-Grundschialtung entsprechend modifiziert werden, vgl. Abschnitt 3.3.2.

Über den Tiefsetzsteller wird der Strom im Gleichstromzwischenkreis geregelt. Über den Phasenfolge-Wechselrichter wird durch Einstellung der Phasenlage des Stroms zur inneren Spannung (EMK) das Drehmoment des Motors eingestellt.

The next commutation need not to be done necessarily in the strict phase sequence. Rather, it is also possible, to commutate back again from  $T_{12}$  to  $T_{11}$  as even  $C_{11}$  is appropriately charged. In this way, the current can deviate from block-like shape as the input current  $I_d$  can be applied to two motor phases back and forth, i.e. in a pulse width-modulated manner, which is particularly advantageous at low motor fundamental frequencies.

A combination of current-fed self-commutated inverter and buck converter is, for example, often met in drives for mass transit vehicles (tram, tube, partly also commuter trains). In mass transit is the mains supply is often of DC type with voltages of about 750 V. The buck converter need to provide only one current polarity for the following inverter, but both voltage polarities are required. Therefore, the basic buck converter has to modified accordingly, see Section 3.3.2.

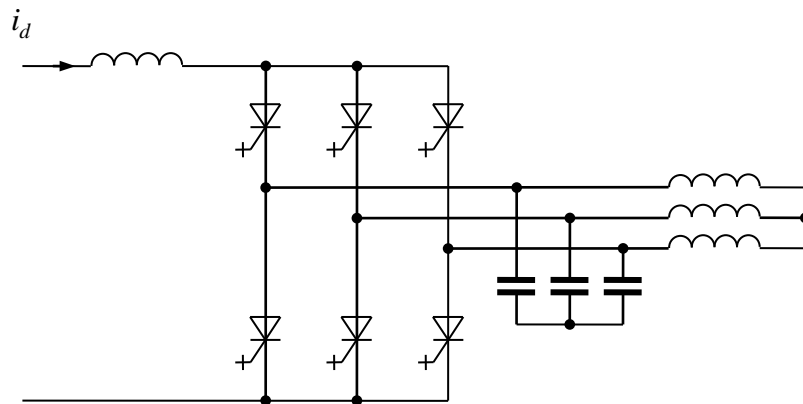
With the buck converter, the current of the DC link circuit is controlled. With the inverter, the torque is being regulated by tuning the phase angle of the current with respect to the induced voltage (EMF).



**Fig. 14-25:**  
Wechselrichter mit  
Stromzwischenkreis und  
eingangsseitigem  
bidirektionalem Tiefsetzsteller

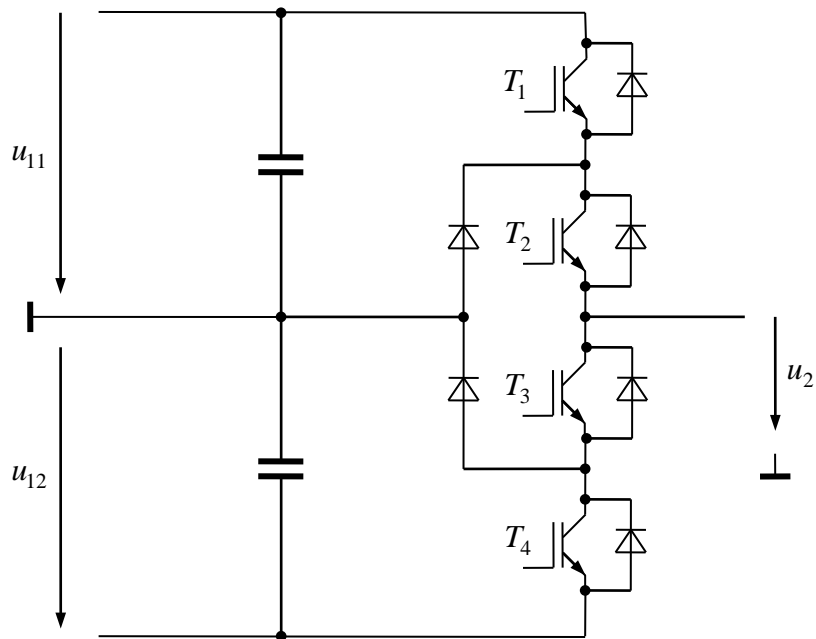
Inverter with DC link current and  
bidirectional line-side buck  
converter

**14.9 Stromgespeicher selbstgeführter Wechselrichter mit abschaltbaren Ventilen**  
**Current-Fed Self-Commutated Inverter with Turn-Off Devices**



## 15 Mehrstufige Umrichter Multi-Level Inverters

### 15.1 Level Umrichter Three-Level Inverter



**Fig. 15-1:**  
Strang eines Drei-Level-  
Umrichters

Leg of a three-level converter

$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$u_2$
1	1	0	0	$u_{11}$
0	1	1	0	0
0	0	1	1	$-u_{12}$

---

## 16 Literatur Literature

R. W. Erickson, D. Maksimović:  
*Fundamentals of Power Electronics*  
Chapman and Hall, 1997

D. Schröder:  
Leistungselektronische Schaltungen  
Springer-Verlag, 2. Auflage, 2008

D. Schröder:  
Elektrische Antriebe – Grundlagen  
Springer-Verlag, 3. Auflage, 2007

M. Michel:  
Leistungselektronik  
Springer-Verlag, 4. Auflage, 2008

D. G. Holmes, T. A. Lipo:  
*Pulse Width Modulation for Power Converters*  
Wiley-Interscience, 2003

M. Meyer:  
Leistungselektronik – Einführung, Grundlagen, Überblick  
Springer-Verlag, 1990