

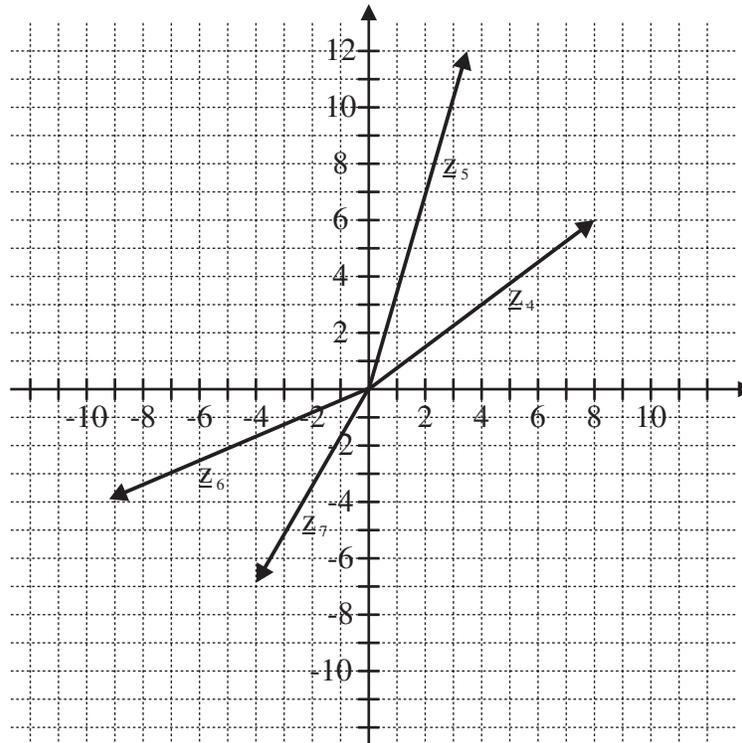
Übung Grundlagen der Elektrotechnik B

Themengebiet E: Komplexe Zahlen

Aufgabe 1: Rechnen mit komplexen Zahlen

Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in der arithmetischen Form ($z = x + jy$) und der exponentiellen Form ($z = |z| \cdot e^{j\varphi}$) dar.

1. $z_1 = a(\cos(60^\circ) + j \sin(30^\circ))$, $a > 0$
2. $z_2 = b(\cos(225^\circ) - j \sin(225^\circ))$, $b > 0$
3. $z_3 = \frac{j+1}{j-1}$
4. Gegeben sei folgendes Zeigerdiagramm:



- a) Bestimmen Sie die Summe $z_8 = z_4 + z_5$ rechnerisch und grafisch.
- b) Berechnen Sie die Quotienten $z_9 = \frac{z_4}{z_5}$ und $z_{10} = \frac{z_6}{z_7}$. Was fällt auf?

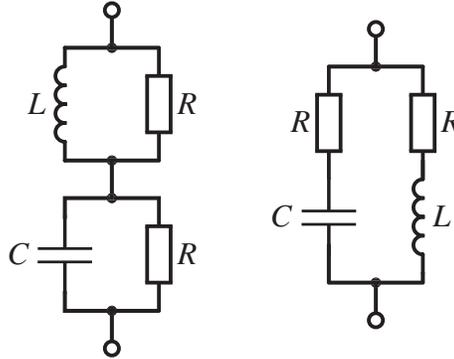
Ergebnisse:

1. $z_1 = 0,5a + j0,5a$; $z_1 = \sqrt{0,5}ae^{j45^\circ}$
2. $z_2 = -\frac{b}{\sqrt{2}} + j\frac{b}{\sqrt{2}}$; $z_2 = be^{j135^\circ}$

3. $\underline{Z}_3 = -j \underline{Z}_3 = e^{j(-90^\circ)} = e^{j270^\circ}$

4. $\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 = 11,5 + j18 = 21,36e^{j57,43^\circ}$; $\frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_5} = 0,8e^{-j36,8^\circ}$; $\frac{\underline{Z}_6}{\underline{Z}_7} = 1,22e^{-j36,3^\circ}$

Aufgabe 2: Widerstandsnetzwerke



Berechnen Sie den komplexen Widerstand \underline{Z} der abgebildeten Netzwerke. Welcher Wert des Widerstandes ergibt sich für den Sonderfall $R^2 = \frac{L}{C}$?

Ergebnisse:

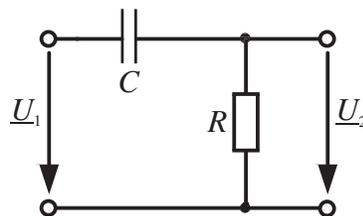
Linke Schaltung: $\underline{Z} = R \left(\frac{j\omega\tau_L}{1+j\omega\tau_L} + \frac{1}{1+j\omega\tau_C} \right)$

Rechte Schaltung: $\underline{Z} = R \left(\frac{\omega\tau_C + \omega\tau_L + j(\omega^2\tau_C\tau_L - 1)}{2\omega\tau_C + j(\omega^2\tau_C\tau_L - 1)} \right)$

jeweils mit: $\tau_L = \frac{L}{R}$ und $\tau_C = RC$

Für beide Netzwerke ergibt sich für den Sonderfall $R^2 = \frac{L}{C}$ die Impedanz zu $\underline{Z} = R$.

Aufgabe 3: RC-Phasenschieber



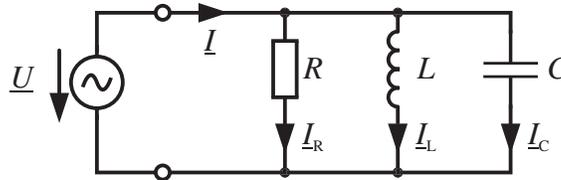
Um eine Phasenverschiebung zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung zu erzielen, kann ein RC-Glied eingesetzt werden.

1. Stellen Sie die Ausgangsspannung \underline{U}_2 in Abhängigkeit von der Eingangsspannung \underline{U}_1 getrennt nach Real- und Imaginärteil dar.
2. Wie muss der Widerstand R gewählt werden, damit eine Phasenverschiebung von 45° resultiert?
3. Welche Phasenverschiebung kann mit der oben dargestellten Schaltung maximal erzielt werden?

Ergebnisse:

1. $\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \left(\frac{(\omega RC)^2}{(\omega RC)^2 + 1} + j \frac{\omega RC}{(\omega RC)^2 + 1} \right)$
2. $R_{45} = \frac{1}{\omega C}$
3. $\varphi_{\max} = \arctan(\infty) = 90^\circ$

Aufgabe 4: Widerstandsnetzwerk



Zahlenwerte:

$$U = 100 \text{ V}, \quad f = 200 \text{ Hz}$$

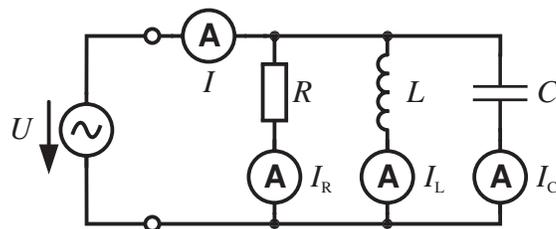
$$R = 50 \Omega, \quad L = 100 \text{ mH}, \quad C = 47 \mu\text{F}.$$

1. Bestimmen Sie allgemein die Gesamtadmittanz \underline{Y} der Schaltung in der Koordinatenform.
2. An die Schaltung wird eine Spannung mit dem Effektivwert $U = 100 \text{ V}$, $f = 200 \text{ Hz}$ angelegt. Berechnen Sie die Ströme \underline{I}_R , \underline{I}_L , \underline{I}_C und den Gesamtstrom \underline{I} für die oben angegebenen Bauteilwerte.
3. Bestimmen Sie den Betrag und die Phase des Stromes \underline{I} . Wie groß ist der Phasenwinkel φ zwischen Spannung \underline{U} und Strom \underline{I} ?
4. Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm der Spannungen und Ströme. Bestimmen Sie \underline{I} grafisch. (Maßstab: $U : 10 \text{ V/cm}$, $I : 0,5 \text{ A/cm}$)

Ergebnisse:

1. $\underline{Y} = \frac{1}{R} - j \left(\frac{1 - \omega^2 LC}{\omega L} \right)$
2. $\underline{I}_R = 2 \text{ A}$, $\underline{I}_L = -j0,8 \text{ A}$, $\underline{I}_C = j \cdot 5,9 \text{ A}$, $\underline{A} \underline{I} = 2, \text{ A} + j5,1 \text{ A}$
3. $\underline{I} = 5,48 \text{ A} \cdot e^{j68,59^\circ}$
4. $\varphi_{UI} = -68,59^\circ \Rightarrow$ negativ, daher kapazitives Verhalten

Aufgabe 5: Effektivwerte



In einem Versuchsaufbau werden mit Multimetern folgende Effektivwerte der Zweigströme gemessen:

$$I_R = 1 \text{ A}, I_L = 1,5 \text{ A}, I_C = 1 \text{ A}$$

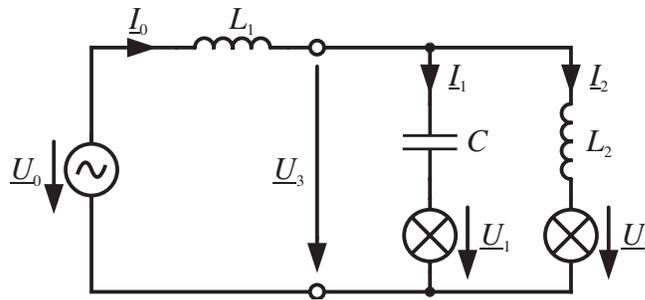
Welcher Strom I wird von dem Multimeter in der Zuleitung angezeigt?

Ergebnisse:

$$I = 1,12 \text{ A}$$

Aufgabe 6: Schaltung zur Minderung des Flackereffektes bei Glühlampen

Folgende Schaltung soll zur Minderung des Flackereffektes bei Glühlampen eingesetzt werden. Dazu sollen die Bauelemente L_1 , L_2 und C so dimensioniert werden, dass die Spannungen \underline{U}_1 und \underline{U}_2 über den Lampen gleich groß, aber um 90° phasenverschoben zueinander sind. Die Lampen werden als ohmsche Widerstände betrachtet, an denen jeweils die Leistung P verbraucht wird. Die Eingangsspannung \underline{U}_0 läuft dem Strom \underline{I}_0 um den Winkel φ_0 voraus.



Zahlenwerte:

$$P = 60 \text{ W} \quad f = 20 \text{ Hz} \quad U_1 = U_2 = 100 \text{ V} \quad \varphi_0 = 60^\circ$$

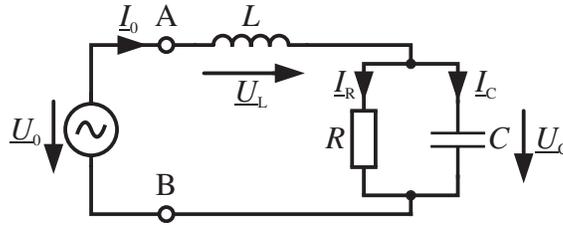
1. Welche der Spannungen \underline{U}_1 , \underline{U}_2 eilt der anderen voraus?
2. Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm aller Spannungen und Ströme (Maßstab: 20 V/cm , $0,05 \text{ A/cm}$).
3. Welche Werte besitzen die Bauteile L_1 , L_2 und C ?

Ergebnisse:

1. \underline{U}_1 eilt \underline{U}_2 voraus
2. $C = 47,7 \mu\text{F}$; $L_1 = 2,3 \text{ H}$; $L_2 = 1,3 \text{ H}$

Aufgabe 7: Widerstandsnetzwerk

Gegeben sei folgendes Widerstandsnetzwerk:



Zahlenwerte: $\underline{U}_0 = 230\text{V}$ $f = 50\text{Hz}$ $R = 300\Omega$ $L = 100\text{mH}$ $C = 50\mu\text{F}$

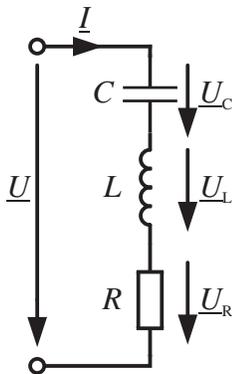
1. Bestimmen Sie die Gesamtimpedanz \underline{Z} an den Klemmen A, B .
2. Bestimmen Sie den Gesamtstrom \underline{I}_0 sowie die Zweigströme \underline{I}_R und \underline{I}_C .
3. Welche Spannungen fallen über der Induktivität L und der Kapazität C ab?

Ergebnisse:

1. $\underline{Z} = 12,93\Omega - j29,5\Omega = 32,21\Omega \cdot e^{-j66,33^\circ}$
2. $\underline{I}_0 = 7,14\text{A}e^{j66,33^\circ}$, $\underline{I}_R = 1,481\text{A}e^{-j11,69^\circ}$, $\underline{I}_C = 6,99\text{A}e^{j78,27^\circ}$
3. $\underline{U}_L = 224,31\text{V} \cdot e^{j156,33^\circ}$, $\underline{U}_C = 444,6\text{V} \cdot e^{-j11,65^\circ}$

Aufgabe 8: Rundfunkantenne

Eine Rundfunkantenne kann durch folgendes Ersatzschaltbild charakterisiert werden:



$\underline{U} = 50\text{V}$
 $f = 800\text{kHz}$
 $R = 50\Omega$
 $L = 16\mu\text{H}$
 $C = 300\text{pF}$

1. Bestimmen Sie die Impedanz \underline{Z} der Gesamtschaltung sowie die Stromstärke \underline{I} und den Phasenwinkel φ .
2. Bestimmen Sie die Spannungen \underline{U}_C , \underline{U}_L und \underline{U}_R .
3. Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm der Spannungen und Ströme. (Maßstab: $U : 5\text{V/cm}$, $I : 20\text{mA/cm}$)
4. Hat die Antenne induktiven oder kapazitiven Charakter?

- Bestimmen Sie die Resonanzfrequenz f_0 . Welche Impedanz \underline{Z} besitzt die Antenne bei dieser Frequenz? Wie groß ist der Strom \underline{I} ? Was fällt auf?
- Durch Vorschalten eines ohmschen Widerstandes R_V soll der Phasenverschiebungswinkel φ bei $f = 800\text{kHz}$ auf -45° geändert werden. Wie groß muss R_V gewählt werden; wie groß ist dann \underline{Z} ?

Ergebnisse:

- $\underline{Z} = 584,86\Omega e^{-j85,1^\circ}$, $\underline{I} = 85,5\text{mA} e^{j85,1^\circ}$
- $\underline{U}_R = 4,28\text{V} \cdot e^{j85,1^\circ}$, $\underline{U}_L = 6,88\text{V} \cdot e^{j175,1^\circ}$, $\underline{U}_C = 56,7\text{V} \cdot e^{-j4,9^\circ}$
-
-
- $f_0 = 2,3\text{MHz}$
- $R_V = 532,7\Omega$, $Z = 824,1\Omega$