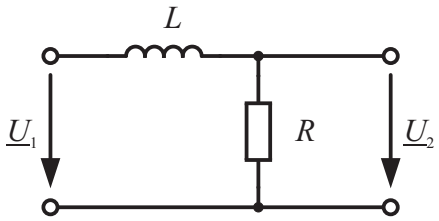
Übung Grundlagen der Elektrotechnik B

1 Übertragungsfunktion, Filter

Gegeben sei die folgende Schaltung:



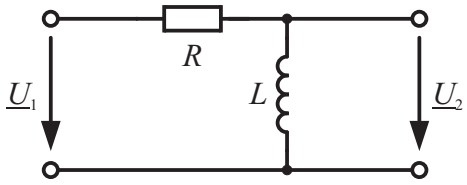
1. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$.
2. Bestimmen Sie die Zeitkonstante .
3. Skizzieren Sie den Amplituden- und Phasengang der Schaltung in Abhängigkeit von $\omega\tau$ (Geradennäherung).
4. Um welchen Filtertyp handelt es sich?
5. Sei $R = 2\,\mathrm{k\Omega}$. Wie groß muss L gewählt werden, damit die Ausgangsspannung bei $f = 10\,\mathrm{kHz}$ um 20 dB gedämpft wird?
6. Zeichnen Sie die komplexe Ortskurve des Filters.

Ergebnisse:

1. $\underline{H}(j\omega) = \frac{R}{R+j\omega L}$
2. $\tau = \frac{L}{R}$
3. $|\underline{H}(j\omega)| = \sqrt{\frac{1+\omega^2\tau^2}{(1+\omega^2\tau^2)^2}}$
   $\varphi(\omega) = -\arctan(\omega\tau)$
4. Dämpfung für Frequenzen oberhalb der Filtereckfrequenz $\Rightarrow$ Tiefpass
5. $L = 318,3\,\mathrm{mH}$

2 Übertragungsfunktion, Ortskurve

Gegeben sei die folgende Schaltung:



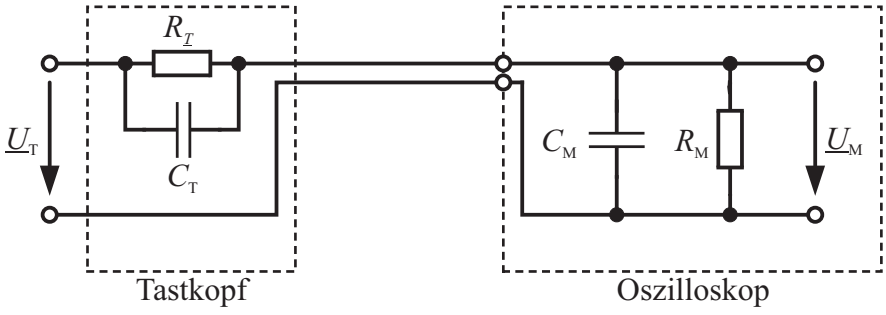
1. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$ und geben Sie die Zeitkonstante τ an.
2. Skizzieren Sie den Amplituden- und Phasengang der Schaltung in Abhängigkeit von $\omega\tau$ (Geradennäherung).
3. Um welchen Filtertyp handelt es sich?
4. Sei $L = 1\,\mathrm{H}$. Wie groß muss R gewählt werden, damit die Ausgangsspannung bei $f = 1\,\mathrm{kHz}$ um $30\,\mathrm{dB}$ gedämpft wird?
5. Zeichnen Sie die komplexe Ortskurve des Filters.

Ergebnisse:

1. $\underline{H}(j\omega) = \frac{j\omega\tau}{1+j\omega\tau}$ mit $\tau = \frac{L}{R}$
2. $|\underline{H}(j\omega)| = \sqrt{\frac{\omega^4\tau^4+\omega^2\tau^2}{(1+\omega^2\tau^2)^2}}$
   $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctan(\omega\tau)$
3. Hochpass
4. $R = 198,7\,\Omega$
5. Es ergibt sich ein Kreisbogen mit der Funktion $\Im\{\underline{H}\} = \sqrt{\Re\{\underline{H}\} - \Re^2\{\underline{H}\}}$.

3 Tastkopf eines Oszilloskops

Folgende Abbildung zeigt den Eingang eines Oszilloskops, an das über eine Leitung ein Tastkopf angeschlossen wird. Mit dem Tastkopf wird ein Spannungssignal $\underline{U}_M$ aufgenommen.



Zahlenwerte: $R_M = 1\,\mathrm{M\Omega}$; $C_M = 20\,\mathrm{pF}$; $R_T = 9\,\mathrm{M\Omega}$.

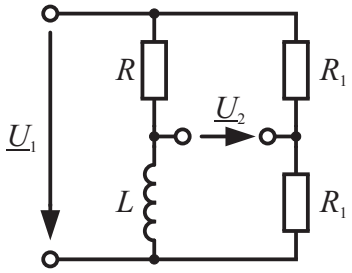
1. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_M}{\underline{U}_T}$ in allgemeiner Form.
2. Wie muss die Kapazität C_T gewählt werden, so dass das Übertragungsverhältnis $\frac{\underline{U}_M}{\underline{U}_T}$ frequenzunabhängig wird? Wie groß ist dieses Verhältnis dann?

Ergebnisse:

1. $\underline{H}(j\omega) = \frac{R_M(1+j\omega\tau_T)}{R_T(1+j\omega\tau_M)+R_M(1+j\omega\tau_T)}$ mit $\tau_T = R_T C_T$ und $\tau_M = R_M C_M$
2. $C_T = 2,22\,\text{pF}; \quad \underline{H} = \frac{1}{10}$

4 Drehglied

Folgende Schaltung stellt ein Drehglied dar:



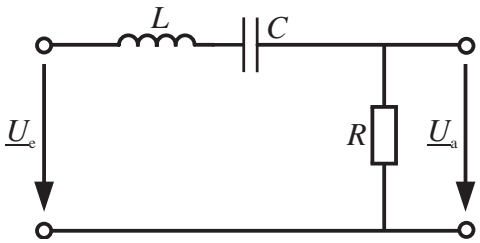
1. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $\underline{G}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$.
2. Zeichnen Sie das zugehörige Bode-Diagramm.
3. Zeichnen Sie die skalierte Frequenzgangsortskurve.
4. Wofür kann diese Schaltung eingesetzt werden?

Ergebnisse:

1. $G(j\omega) = \frac{1}{2} \cdot \frac{j\omega\tau-1}{j\omega\tau+1}$
2. $|G(j\omega)| = \frac{1}{2}\ \varphi(\omega) = \pi - (2 \cdot \arctan(\omega\tau))$

5 Bandpass

Folgende Abbildung stellt einen Reihenschwingkreis als Bandpass dar:



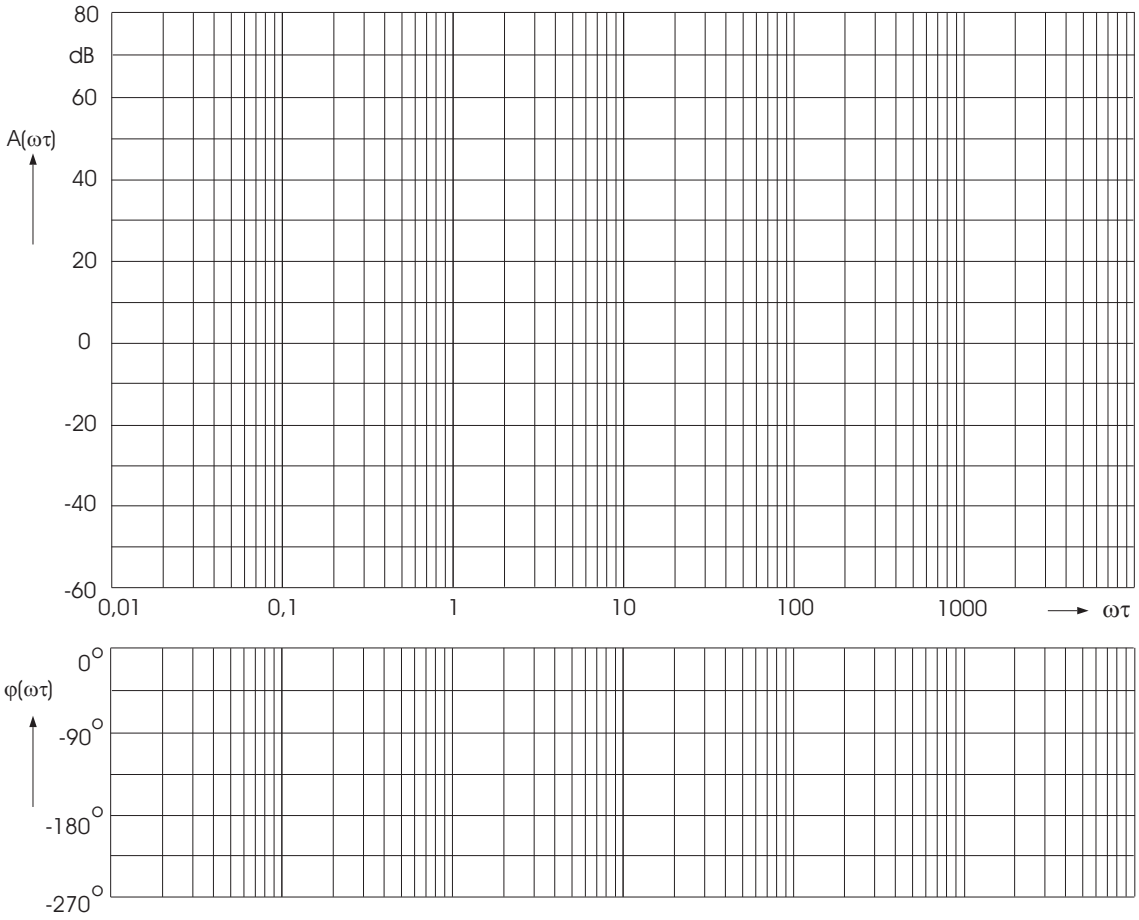
$R = 15\,\Omega; \quad C = 30\,\mu\text{F}; \quad L = 0,2\,\text{H}.$

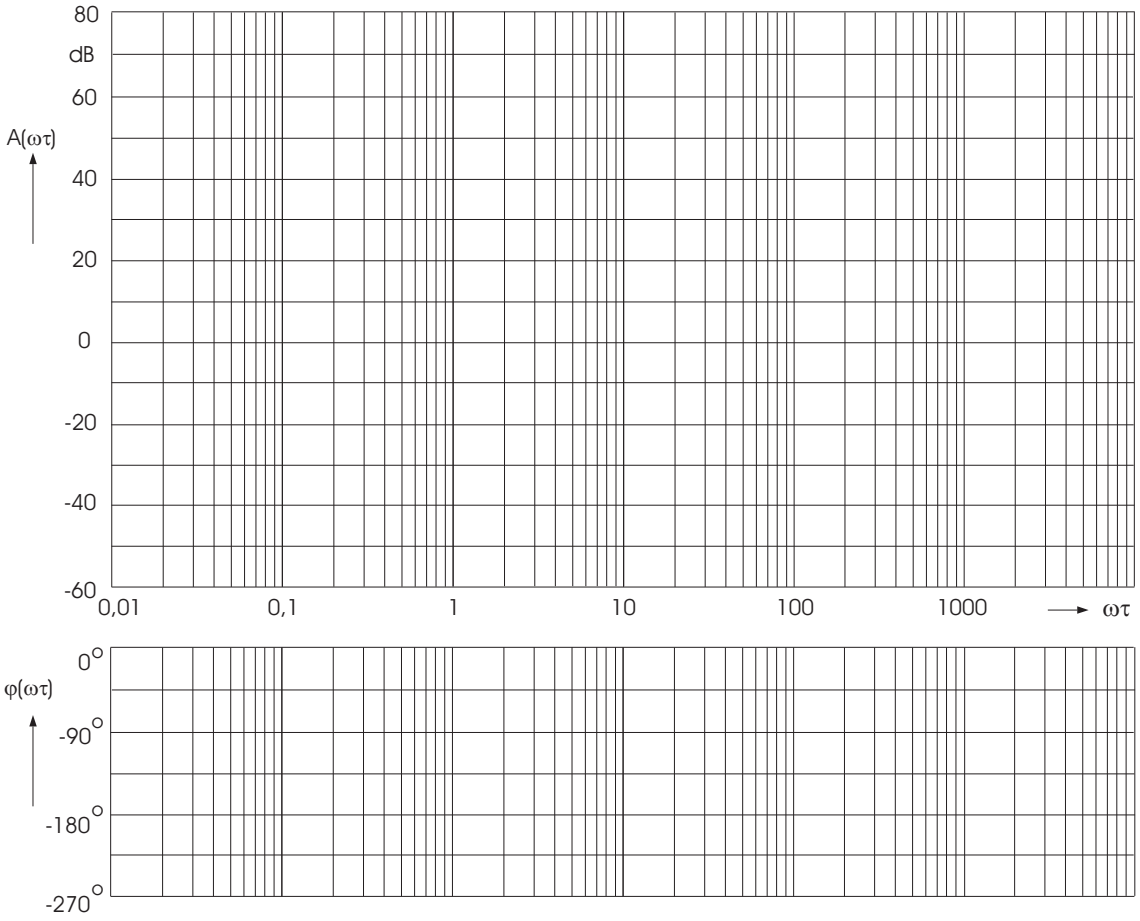
1. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $\underline{G}(j\omega) = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e}$. Stellen Sie die Übertragungsfunktion in Abhängigkeit der normierten Frequenz Ω und des Dämpfungsgrades d dar.

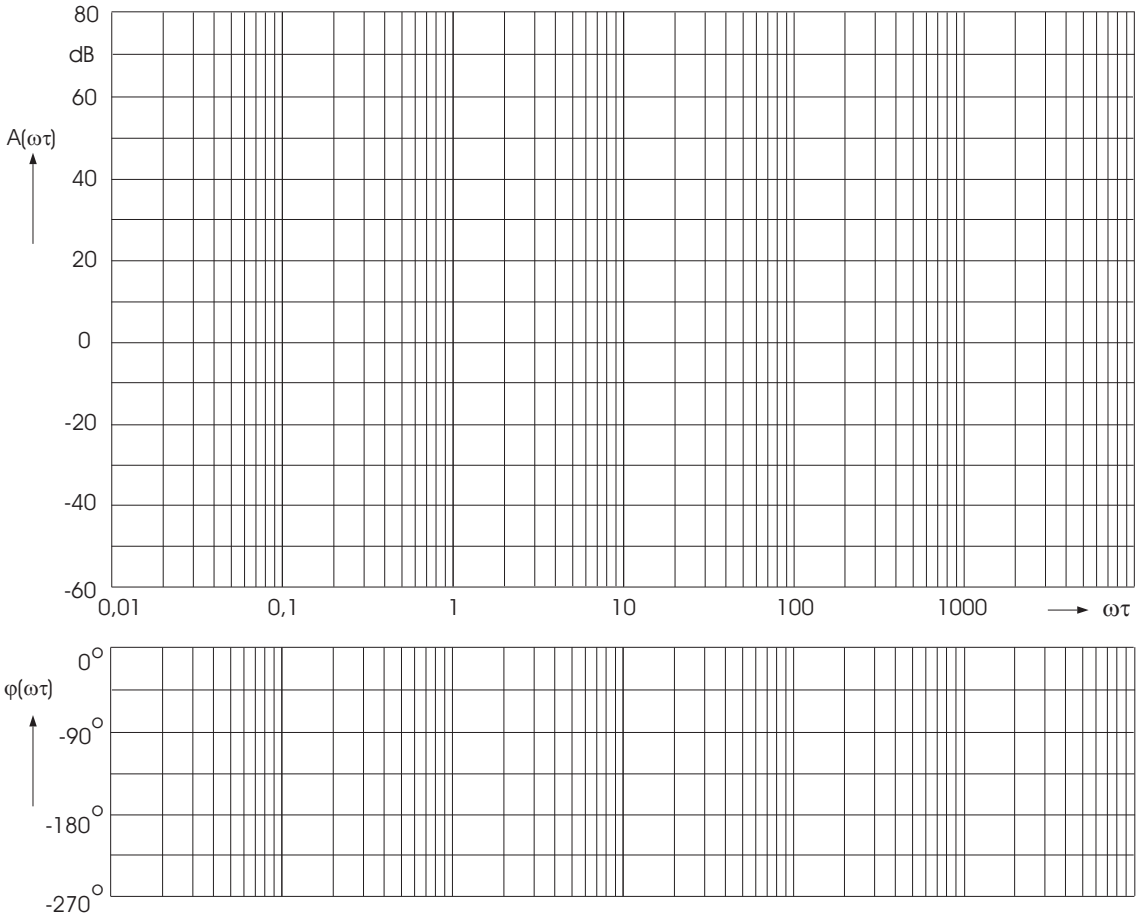
2. Bei der oberen und unteren Grenzfrequenz des Bandpasses ist das Ausgangssignal um 3 dB niedriger als bei der Mittenfrequenz. Bestimmen Sie die Bandbreite des Filters als Differenz zwischen oberer und unterer Grenzfrequenz.

3. Berechnen Sie die obere und untere Grenzfrequenz sowie die Güte für $R = 1\,\Omega$, $R = 15\,\Omega$ und $R = 50\,\Omega$. Wie verändert sich die Bandbreite des Filters in Abhängigkeit des Widerstandes R?

4. Skizzieren Sie die Bodediagramme des Bandpassfilters für $R = 1\,\Omega$, $R = 15\,\Omega$ und $R = 50\,\Omega$.




80
dB
60
A(ωτ)
40
20
0
-20
-40
-60
0,01
0,1
1
10
100
1000
ωτ
0°
φ(ωτ)
-90°
-180°
-270°


80
dB
60
A(ωτ)
40
20
0
-20
-40
-60
0,01
0,1
1
10
100
1000
ωτ
0°
φ(ωτ)
-90°
-180°
-270°

Ergebnisse:

1. $\underline{G}(\Omega) = \frac{2jd\Omega}{2jd\Omega - \Omega^2 + 1}$ mit $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; $d = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$
2. $B = f_o - fu = \frac{1}{2\pi}(\omega_0 - \omega_u) = \frac{R}{2\pi L}$
3.

R	B	Q
1 Ω	0,8	81,7
15 Ω	11,9	5,4
50 Ω	39,8	1,6