

Musterlösung Grundlagen der Elektrotechnik B

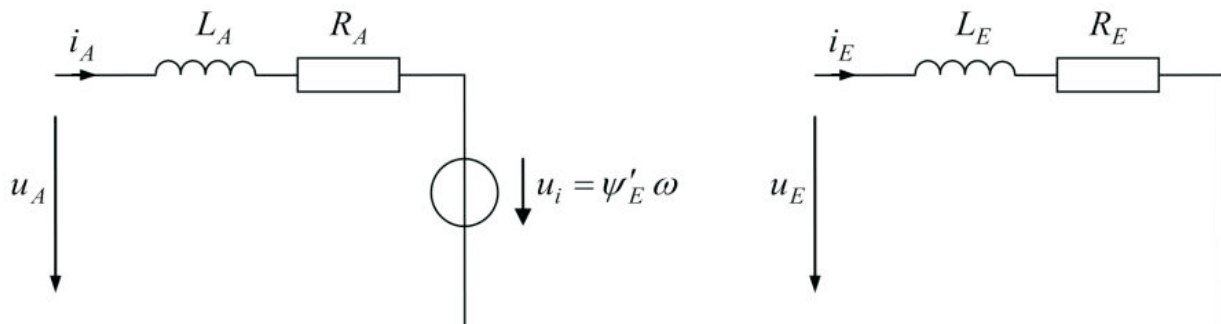
06.10.2016

Aufgabe 1: Gleichstrommaschine
(20 Punkte)

In dieser Aufgabe soll ein fremderregter Gleichstrommotor untersucht werden. Bitte gehen Sie bei allen Aufgabenteilen vom eingeschwungenen Zustand aus. Folgende Parameter seien vorab über den Motor bekannt:

$$L_E = 10 \text{ mH} \quad N_E = 100$$

1. Skizzieren Sie das Ersatzschaltbild des fremderregten Gleichstrommotors.



2. Zunächst sei der Motor blockiert ($\omega = 0$). Eine Messung ergibt folgende Werte:

$$U_A = 6 \text{ V} \quad I_A = 10 \text{ A} \quad I_E = 3 \text{ A} \quad T = 0,024 \text{ Nm}$$

Beachten Sie für diesen Aufgabenteil außerdem den Bürstenspannungsabfall U_B , welcher jeweils 1 V beträgt. Bestimmen Sie den Ankerwiderstand R_A , die Koppelkonstante Ψ'_E und die Maschinenkonstante c_M .

Hinweis: $\Psi'_E = c_M \phi_E$

$$R_A = \frac{U_A - 2U_B}{I_A} = \frac{6 \text{ V} - 2 \text{ V}}{10 \text{ A}} = 0,4 \Omega$$

$$\Psi'_E = \frac{T}{I_A} = \frac{0,024 \text{ VAs}}{10 \text{ A}} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}$$

$$c_M = \frac{T}{\phi_E I_A} = \frac{0,024 \text{ VAs}}{0,003 \text{ Vs} \cdot 10 \text{ A}} = 8$$

$$\phi_E = \frac{L_E}{N_E} I_E = \frac{10 \cdot 10^{-3} \text{ H}}{100} 3 \text{ A} = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}$$

3. Im Folgenden kann sich der Motor drehen und eine mechanische Last wird angeschlossen. Der Spannungsabfall an den Bürsten kann von nun an vernachlässigt werden. Eine Messung ergibt folgende Werte:

$$U_A = 24 \text{ V} \quad I_A = 8 \text{ A} \quad U_E = 20 \text{ V} \quad I_E = 3 \text{ A}$$

Berechnen Sie das Drehmoment und die Drehzahl in diesem Arbeitspunkt.

$$\phi_E = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}$$

$$T = c_M \phi_E I_A = 19,2 \text{ mNm}$$

$$U_A = I_A R_A + U_{iA} = I_A R_A + c_m \phi_E \omega$$

$$\omega = \frac{U_A - I_A R_A}{c_m \phi_E} = \frac{24 \text{ V} - 8 \text{ A} \cdot 0,4 \Omega}{80,3 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}} = 8666,667 \frac{1}{s}$$

$$n = 1379,342 \frac{1}{s}$$

4. Berechnen Sie den Gesamtwirkungsgrad des Motors für diesen Arbeitspunkt.

$$\eta = \frac{T \omega}{U_A I_A + U_E I_E} = 66,03\%$$

5. Bei welchem Ankerstrom ergibt sich der maximale Wirkungsgrad, wenn der Erregerstrom und die Drehzahl als konstant angenommen werden. Leiten Sie den Zusammenhang allgemein her und geben Sie den Ankerstrom für den Punkt des größten Wirkungsgrades an.

Hinweis: Berücksichtigen Sie die Abhängigkeit der Ankerspannung und des Drehmomentes vom Ankerstrom.

$$\eta = \frac{c_M \phi_E I_A \omega}{R_A I_A^2 + U_{iA} I_A + U_E I_E}$$

$$\eta = \frac{C_1 I_A}{C_2 I_A^2 + C_3 I_A + C_4}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial I_A} = \frac{C_1 (C_2 I_A^2 + C_3 I_A + C_4) - C_1 I_A (2C_2 I_A + C_3)}{(C_2 I_A^2 + C_3 I_A + C_4)^2}$$

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial I_A} \right|_{\eta_{\max}} = 0 = -C_2 I_A^2 + C_4$$

$$I_A = \sqrt{\frac{C_4}{C_2}}$$

$$I_A = \sqrt{\frac{U_E I_E}{R_A}} = \sqrt{\frac{20 \text{ V} \cdot 3 \text{ A}}{0,4 \Omega}} = 12,247 \text{ A}$$

Aufgabe 2: Gleichstromsteller**(20 Punkte)**

1. Hochsetzsteller

2.

$$\begin{aligned}
 U_L &= L \frac{\Delta i_L}{\Delta t} \\
 \Delta i_L &= \frac{U_L \cdot \Delta t}{L} \\
 U_L &= U_1 \text{ für } 0 \leq t < DT \\
 U_L &= U_1 - U_2 \text{ für } DT \leq t < T \\
 \Delta i_L &= \frac{U \cdot \Delta t}{L} = \frac{U_1 \cdot DT}{L} = -\frac{(U_1 - U_2) \cdot (1 - D) T}{L} \\
 U_1 \cdot D &= (U_2 - U_1) \cdot (1 - D) \\
 U_1 (D + (1 - D)) &= U_2 \cdot (1 - D) \\
 U_2 &= \frac{1}{1 - D} U_1
 \end{aligned}$$

3. $U_2 = 4 \cdot U_1$, siehe Abbildung 2.14. Funktion $\frac{U_2}{U_1}(D)$, siehe Abbildung 2.25. $U_{2,min} = U_1 = 12 \text{ V}$

6.

$$\begin{aligned}
 U_L &= L \frac{\Delta i_L}{\Delta t} \\
 L &= U_L \frac{\Delta t}{\Delta i_L} \\
 L &= U_1 \frac{DT}{\Delta i_{L,pp,max}} \\
 L &= \frac{DU_1}{f_s \cdot \Delta i_{L,pp,max}} \\
 L &= \frac{0,5 \cdot 12 \text{ V}}{40 \text{ kHz} \cdot 0,5 \text{ A}} \\
 L &= 300 \mu\text{H}
 \end{aligned}$$

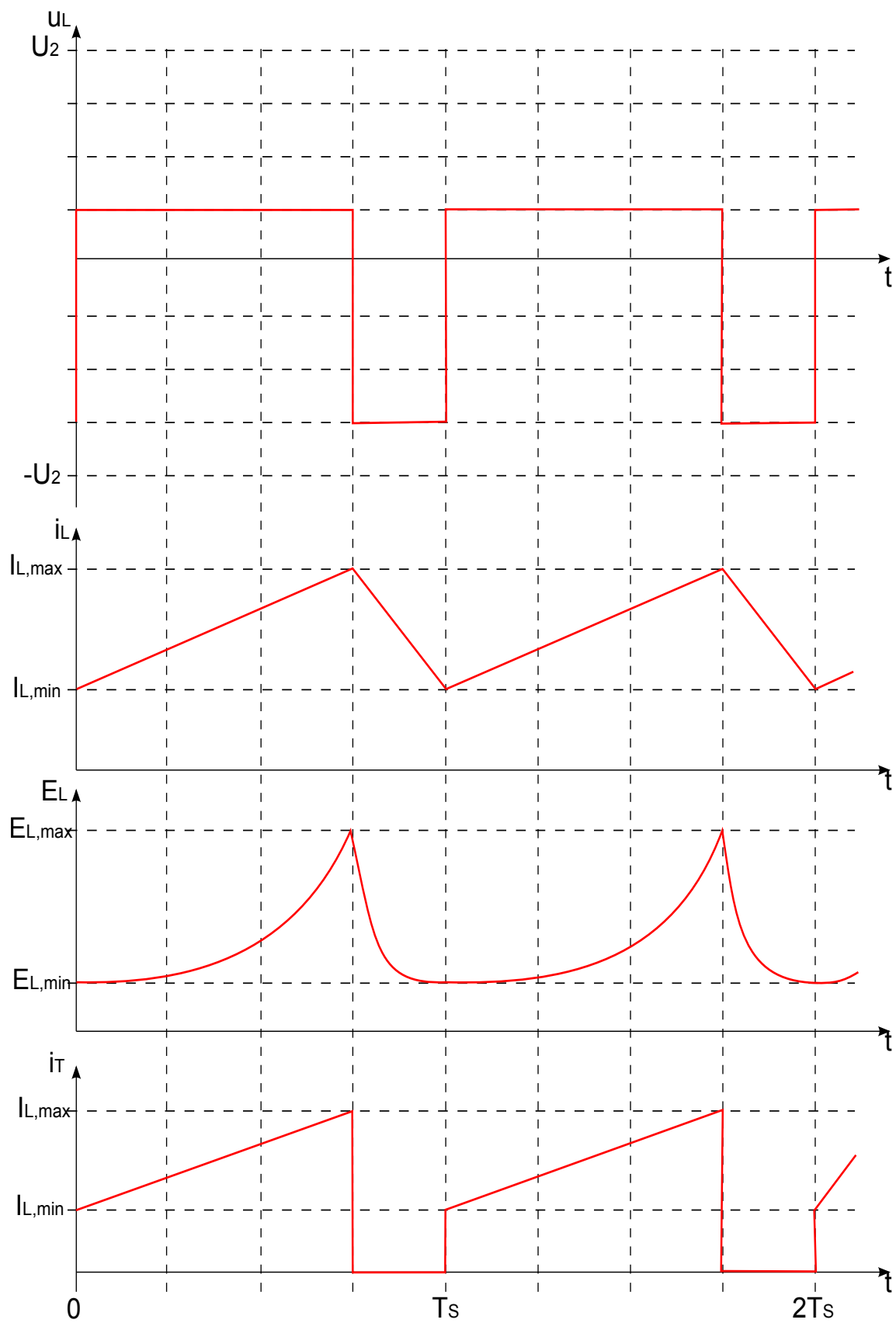


Abbildung 2.1: Lösung zu Teilaufgabe 3

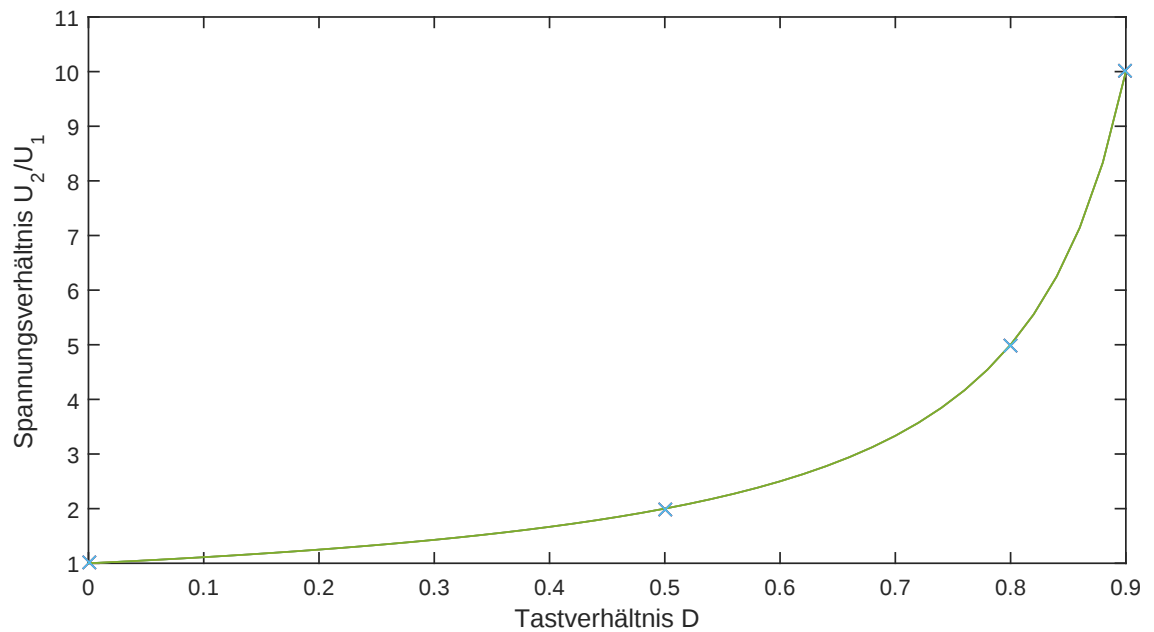


Abbildung 2.2: Lösung zu Teilaufgabe 4

7.

$$U_2 = \frac{1}{1-D} U_1$$

$$U_2 = \frac{1}{1-0,75} 12 \text{ V} = 48 \text{ V}$$

$$I_R = \frac{48 \text{ V}}{480 \Omega} = 100 \text{ mA}$$

$$P_2 = U_2 \cdot I_R = P_1 = U_1 \cdot \bar{i}_L$$

$$\bar{i}_L = \frac{U_2}{U_1} I_R = 4 \cdot I_R = 400 \text{ mA}$$

$$\Delta i_{L,pp} = 2 \cdot \bar{i}_L = 8 \cdot I_R = 800 \text{ mA}$$

$$L = \frac{D U_1}{f_s \cdot \Delta i_{L,pp,max}}$$

$$L = \frac{0,75 \cdot 12 \text{ V}}{40 \text{ kHz} \cdot 0,8 \text{ A}}$$

$$L = 281 \mu\text{H}$$

Aufgabe 3: Komplexe Wechselstromrechnung

(20 Punkte)

Gegeben sei ein System bestehend aus Einspeisung, Erdkabel und Last, welches vereinfacht durch das folgende elektrische Ersatzschaltbild beschrieben werden kann.

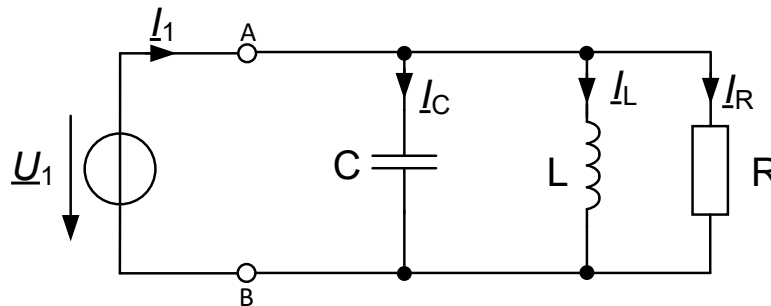


Abbildung 3.1: Ersatzschaltbild mit komplexen Zeigern

Die darin aufgeführten Größen haben folgende Werte:

$$\underline{U}_1 = 230 \text{ V}, C = 12 \text{ mF}, L = 1 \text{ mH}, R = 10 \text{ } \Omega$$

$\underline{U}_1$ repräsentiert eine sinusförmige Spannung mit einer Frequenz von 50 Hz.

1. Leiten Sie die Admittanz (komplexer Leitwert) $\underline{Y}$ der Schaltung zwischen den Klemmen A und B in Abhängigkeit von R , L , C und ω her. Stellen Sie das Ergebnis in arithmetischer Form dar.

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = \frac{1}{R} + j\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega L}\right)$$

2. Berechnen Sie die Admittanz $\underline{Y}$ als Zahlenwert. Geben Sie das Ergebnis in arithmetischer Form und in Exponentialform an.

Arithmetische Form

$$\underline{Y} = \frac{1}{10 \Omega} - j\left(1 - \frac{(2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz})^2 1 \text{ mH} \cdot 12 \text{ mF}}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 1 \text{ mH}}\right) = (0,1 - j - 0,587) \frac{1}{\Omega} = (0,1 + j0,587) \frac{1}{\Omega}$$

Exponentialform

$$\underline{Y} = 0,595 \frac{1}{\Omega} \cdot e^{j80,33^\circ}$$

3. Berechnen Sie den komplexen Leistungszeiger $\underline{S}$, die Wirkleistung P und die Blindleistung Q der Schaltung.

Die Wirkleistung ist rein reel und kann nur durch den ohmschen Widerstand verursacht werden.

$$P = \frac{U}{R} = \frac{(230 \text{ V})^2}{10 \Omega} = 5,29 \text{ kW}$$

Für die Scheinleistung muss der Phasenwinkel berücksichtigt werden, da Sie sich aus Real- und Imaginärteilen zusammensetzt.

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

$$\text{mit } \underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \underline{U} \cdot \underline{Y} \text{ folgt:}$$

$$\underline{S} = \underline{U}^2 \cdot \underline{Y}^* = (230 \text{ V})^2 \cdot 0,595 \frac{1}{\Omega} \cdot e^{-j80,33^\circ} = 31,448 \text{ kVA} \cdot e^{-j80,33^\circ}$$

Die Blindleistung ist:

$$Q = U^2 \cdot \text{Im}\{\underline{Y}^*\} = (230 \text{ V})^2 \cdot (-0,587) \frac{1}{\Omega} = -31,04 \text{ kVA}$$

Anstatt mit der Admittanz kann natürlich auch mit der Impedanz gerechnet werden:

$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} = 1,68 \Omega \cdot e^{-j80,33^\circ}$$

4. Zeichnen Sie den Leistungszeiger $\underline{S}$ in die gaußsche Zahlenebene ein. Verwenden Sie dabei den Maßstab $5 \text{ kVA} \hat{=} 1 \text{ cm}$.

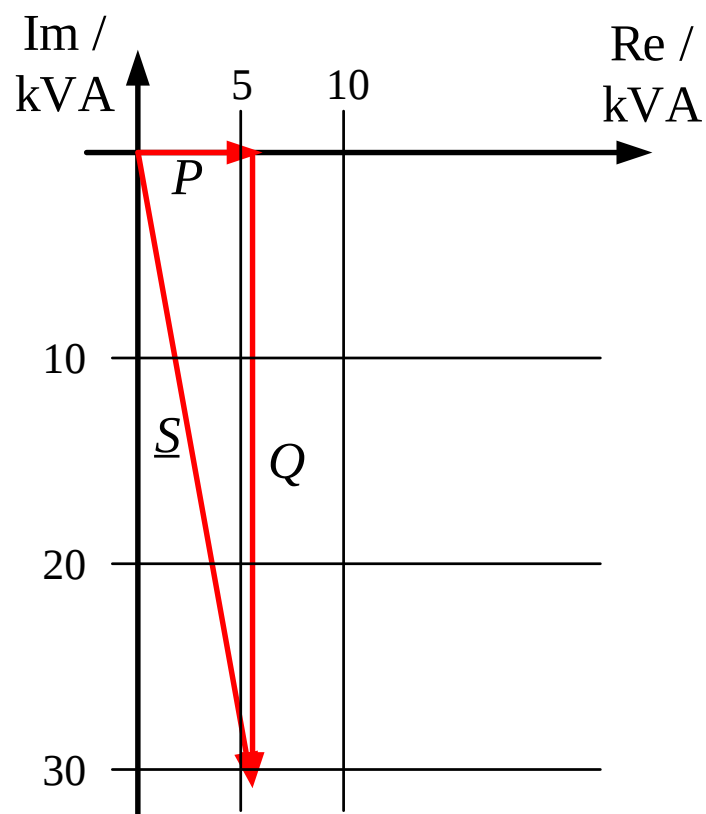


Abbildung 3.2: Leistungszeiger

5. Sie wollen nun die Blindleistungsaufnahme des Netzwerks minimieren, dazu fügen Sie ein Bauteil zwischen den Klemmen A und B ein. Welches Bauteil verwenden Sie und welcher Wert wird für die minimale Blindleistungsaufnahme benötigt?

Die Schaltung verhält sich kapazitiv, da Z einen negativen Winkel aufweist. $\varphi_{UI} < 0$; der Strom ist also voreilend. Es muss also eine Induktivität eingefügt werden. Ziel ist, dass $Q_C = Q_{Lges}$:

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega L_{ges}}$$

$$L_{ges} = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 12 \text{ mF}} = 844 \mu\text{F}$$

Die erforderliche Induktivität der einzusetzenden Kompensationsspule L_{comp} , ergibt sich aus der Parallelschaltung mit der vorhandenen Induktivität L .

$$\frac{1}{L_{ges}} = \frac{1}{L} + \frac{1}{L_{comp}} \Leftrightarrow \frac{1}{L_{comp}} = \frac{1}{L_{ges}} - \frac{1}{L}$$

$$\frac{1}{L_{comp}} = 184,834 \frac{1}{\text{H}} \Leftrightarrow L_{comp} = 5,41 \text{ mH}$$

6. Stellen Sie die komplexe Übertragungsfunktion $\underline{H}(j\omega) = \frac{I_R}{I_1}$ allgemein in Abhängigkeit der Bauteilparameter auf. Geben Sie das Ergebnis nach Real- und Imaginärteil getrennt an. Verwenden Sie für diese Aufgabe nur das Ersatzschaltbild aus Abbildung 3.1, ohne die Kompensation aus Aufgabenteil 5.

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{I_R}{I_1}$$

mit

$$I_R = \frac{U_1}{R} \text{ und } I_1 = \frac{U_1}{Z_{ges}}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{I_R}{I_1} = \frac{Z_{ges}}{R} = \frac{1}{R \cdot \underline{Y}} = \frac{1}{R \cdot (\frac{1}{R} + j(\omega C - \frac{1}{\omega L}))} = \frac{1}{1 + j(\omega RC - \frac{R}{\omega L})}$$

Komplex konjugiert erweitern:

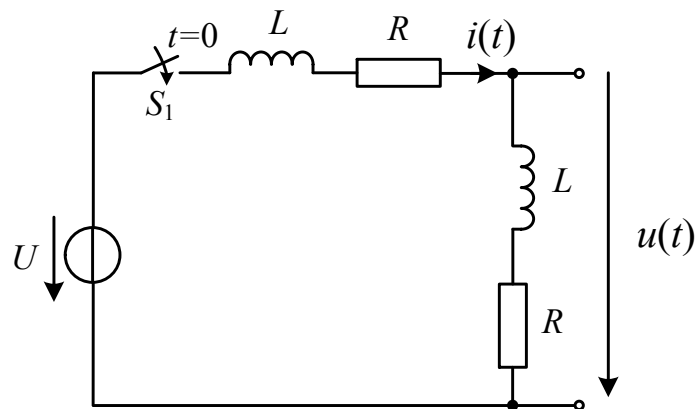
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j(\omega RC - \frac{R}{\omega L})} \cdot \frac{1 - j(\omega RC - \frac{R}{\omega L})}{1 - j(\omega RC - \frac{R}{\omega L})} = \frac{1 - j(\omega RC - \frac{R}{\omega L})}{1 + j(\omega RC - \frac{R}{\omega L})^2} = \frac{1 - jR(\omega C - \frac{1}{\omega L})}{1 + R^2(\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + R^2(\omega C - \frac{1}{\omega L})^2} - j \frac{R(\omega C - \frac{1}{\omega L})}{1 + R^2(\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}$$

Hinweis: Punkt 6 kann unabhängig von den vorherigen Aufgaben gelöst werden.

Aufgabe 4: Ausgleichsvorgang
(20 Punkte)

Gegeben sei die in Abbildung 4.1 dargestellte Schaltung:


Abbildung 4.1: Schaltbild zu Aufgabe 4

 Der Schalter S_1 werde zum Zeitpunkt $t = 0$ geschlossen.

- Wie groß ist der Strom $i(t)$ unmittelbar nach Schließen des Schalters S_1 ? (2 Punkte)

Nach Stetigkeitsbedingung: $i(t = 0) = 0$

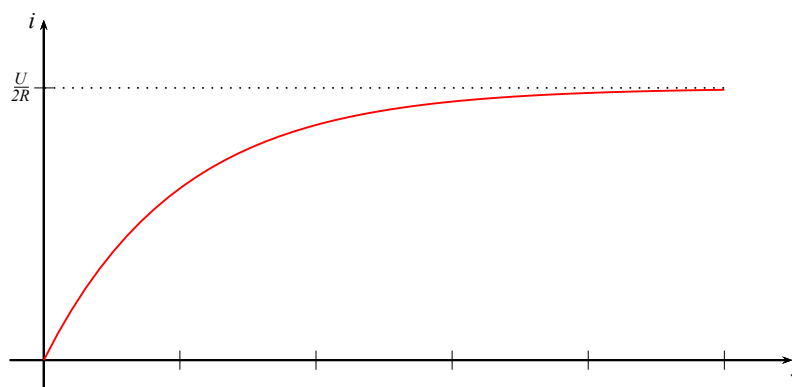
- Stellen Sie die Differentialgleichung für den Strom $i(t)$ auf! (4 Punkte)

$$U = 2L \frac{di}{dt} + 2R i(t) \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i(t) - \frac{U}{2L} = 0$$

- Lösen Sie die Differentialgleichung für den Strom $i(t)$! (6 Punkte)

$$i(t) = \frac{U}{2R} \left(1 - e^{-t/\tau} \right) \text{ mit } \tau = \frac{L}{R}$$

- Skizzieren Sie den Stromverlauf $i(t)$ (4 Punkte)!


Abbildung 4.2: Stromverlauf $i(t)$

- Berechnen Sie den Spannungsverlauf $u(t)$! (4 Punkte)

$$u(t) = \frac{U}{2}$$

Aufgabe 5: Magnetischer Kreis
(20 Punkte)

Gegeben sei das in Abbildung 5.1 dargestellte Magnetlager bestehend aus einem Eisenkern und einem Joch, welcher ebenfalls aus Eisen besteht ($\mu_{r,Fe} = 4000$). Die Abmessungen der Anordnung können der Grafik entnommen werden. Die Anzahl der Windungen betrage $N_1 = 250$ und durch die Wicklung fließe ein Gleichstrom von $I_1 = 2,5\text{ A}$. Die Länge des Luftspaltes d betrage 2 mm .

Hinweis: Achten Sie auf den Wicklungssinn! $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$; $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

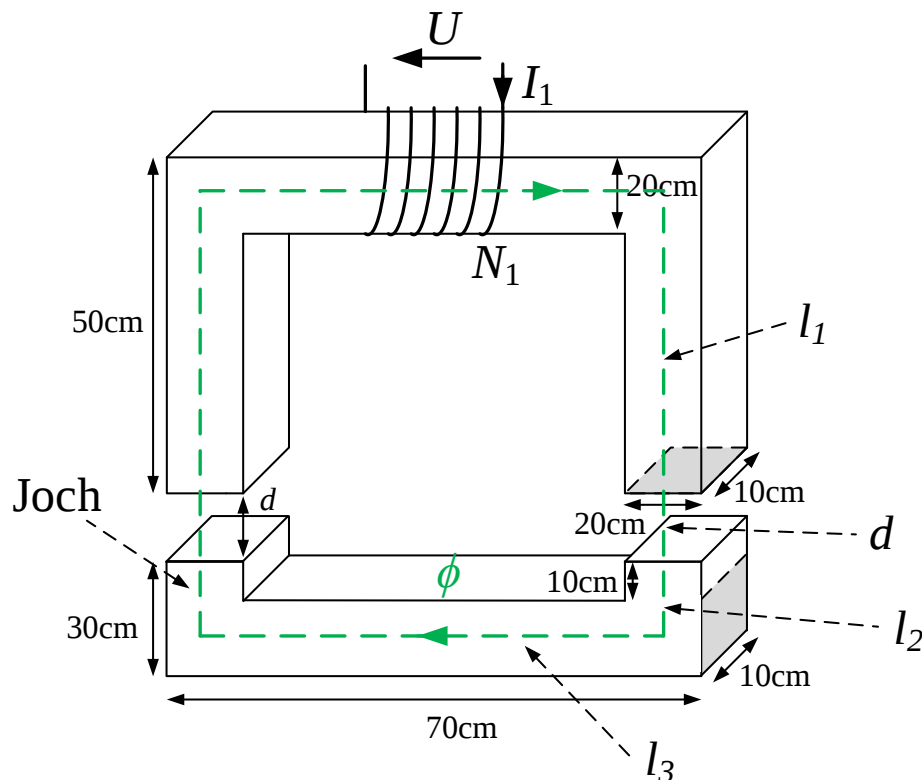


Abbildung 5.1: Magnetischer Kreis 1

1. Zeichnen Sie in Abbildung 5.1 den Verlauf des magnetischen Flusses ϕ (mit Flussrichtung) ein und berechnen Sie die effektive Magnetfeldlinienlänge durch das Eisen.

$$l_1 = 40\text{ cm}$$

$$l_2 = 20\text{ cm}$$

$$l_3 = 50\text{ cm}$$

2. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises.

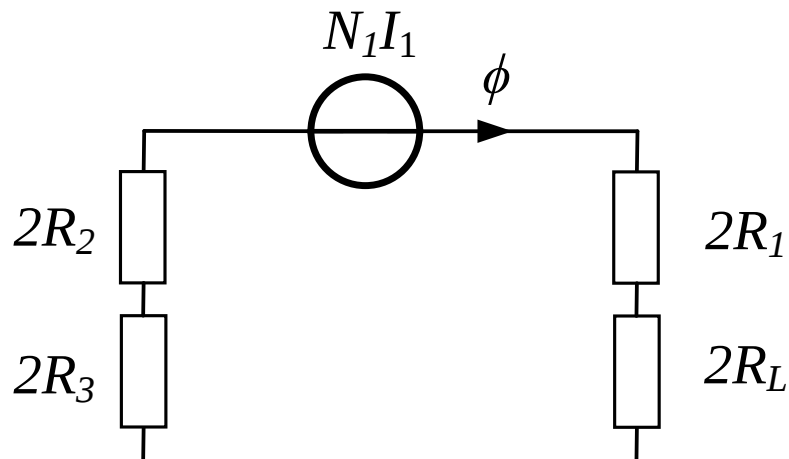


Abbildung 5.2: Magnetischer Kreis ESB

3. Bestimmen Sie den magnetischen Widerstand der Anordnung sowie die Induktivität.

$$\begin{aligned}
 A &= 0,2 \cdot 0,1 \, \text{m}^2 = 0,02 \, \text{m}^2 \\
 R_1 &= \frac{l_1}{\mu_{r,\text{Fe}} \mu_0 A} = 3,9789 \frac{\text{kA}}{\text{Vs}} \\
 R_2 &= \frac{l_2}{\mu_{r,\text{Fe}} \mu_0 A} = 1,9894 \frac{\text{kA}}{\text{Vs}} \\
 R_3 &= \frac{l_3}{\mu_{r,\text{Fe}} \mu_0 A} = 4,9736 \frac{\text{kA}}{\text{Vs}} \\
 R_L &= \frac{d}{\mu_0 A} = 79,577 \frac{\text{kA}}{\text{Vs}}
 \end{aligned}$$

$$R_{\text{ges}} = 2R_1 + 2R_2 + 2R_3 + 2R_L = 181\,038,7478 \frac{\text{A}}{\text{Vs}}$$

$$L = \frac{N_1^2}{R_{\text{ges}}} = 0,34523 \, \text{H}$$

4. Berechnen Sie den magnetischen Fluss ϕ_L sowie die magnetische Flussdichte B_L im Luftspalt.

$$\begin{aligned}
 \phi_L &= \frac{\Theta}{R_{\text{ges}}} = \frac{N_1 I_1}{R_{\text{ges}}} = 3,4523 \, \text{mVs} \\
 B_L &= \frac{\phi_L}{A_L} = 0,17261 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}
 \end{aligned}$$

Nehmen Sie ab jetzt an $\mu_r \rightarrow \infty$

5. Berechnen Sie nun den magnetischen Fluss ϕ_L sowie die magnetische Flussdichte B_L im Luftspalt.

$$\phi_{L,2} = \frac{\Theta}{2R_L} = \frac{N_1 I_1}{R_L} = 3,927 \text{ mVs}$$

$$B_{L,2} = \frac{\phi_{L,\text{neu}}}{A_L} = 0,19635 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$$

6. Welche Masse m kann das maximal Joch besitzen, damit es bei gegebenen Bedingungen von dem Eisenkern getragen werden kann?

$$F_1 = 2A_L \frac{1}{2} B_{L,2} H_{L,2} = A_L \frac{B_{L,2}^2}{\mu_0} = 613,5923 \text{ N}$$

$$F_1 = F_g = mg$$

$$m = \frac{F_1}{g} = 62,5476 \text{ kg}$$