Fachgebiet Leistungselektronik und Elektrische Antriebstechnik
Prof. Dr.-Ing. Joachim Böcker

# Musterlösung Grundlagen der Elektrotechnik B

16.09.2014

## Aufgabe 1: Gleichstrommaschine (20 Punkte)

**LÖSUNG** Reihenschlussmotor

Folgende Parameter sind über den Motor bekannt:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $U = 230$ V | $c_M = 40$ | $R_A = 0{,}5\ \Omega$ | $R_E = 1{,}8\ \Omega$ |
| $L_A = 40$ mH | $L_E = 250$ mH | $N_E = 15$ | $I_N = 10$ A |

1. Geben Sie allgemein an, wie der Strom $I$ und das Drehmoment $T$ im **stationären Betriebsfall** bestimmt werden können, wenn von dem Motor nur die oben angegebenen Variablen, der Vorwiderstand $R_{V1}$ und die Drehfrequenz $\omega$ bekannt ist (S1 geschlossen, S2 und S3 offen). Hinweis: $L'_E = c_M \frac{L_E}{N_E}$

$$U = I(R_{V1} + R_E + R_A) + U_i \tag{1.1}$$

$$U_i = c_M \phi_E \omega \tag{1.2}$$

$$\phi_E = \frac{L_E}{N_E} I \tag{1.3}$$

$$U = I\left(R_{V1} + R_E + R_A + c_M \frac{L_E}{N_E}\omega\right) \tag{1.4}$$

$$\boxed{I = U\left(R_{V1} + R_E + R_A + c_M \frac{L_E}{N_E}\omega\right)^{-1}} \tag{1.5}$$

$$T = c_M \phi_E I \tag{1.6}$$

$$\boxed{T = c_M \frac{L_E}{N_E} I^2} \tag{1.7}$$

2. Bestimmen Sie den Wirkungsgrad des Motors, wenn sich im stationärem Betriebsfall eine Drehzahl von $n = 400\ \text{min}^{-1}$ eingestellt hat und S3 dabei geschlossen ist.

$$L'_\text{E} = c_\text{M}\frac{L_\text{E}}{N_\text{E}} = \frac{2}{3}\ \text{H} \tag{1.8}$$

$$I = U\left(R_\text{E} + R_\text{A} + L'_\text{E}\omega\right)^{-1} = 230\text{V}\left(1{,}8\Omega + 0{,}5\Omega + \frac{2}{3}\text{H}\ 2\pi\ \frac{20}{3}\ s^{-1}\right)^{-1} \tag{1.9}$$

$$I = 7{,}61\text{A} \tag{1.10}$$

$$T = L'_\text{E}\ I^2 = \frac{2}{3}\text{H}\ 7{,}61^2\text{A}^2 = 38{,}6\text{Nm} \tag{1.11}$$

$$\eta = \frac{P_{mech}}{P_{el}} = \frac{\omega T}{UI} = \frac{2\pi\ \frac{20}{3}s^{-1}\ 38{,}6\text{Nm}}{230\text{V}\ 7{,}61\text{A}} = \frac{1616{,}87W}{1750{,}3W} \tag{1.12}$$

$$\boxed{\eta = 92{,}4\%} \tag{1.13}$$

3. * Bestimmen Sie den Vorwiderstand $R_\text{V1}$ so, dass nach dem Schließen von S1 der Anlaufstrom $I = 1{,}3\ I_\text{N}$ erreicht (S2 und S3 offen).

$$U \stackrel{!}{=} 1{,}3\ I_N\ (R_\text{V1} + R_\text{E} + R_\text{A}) \tag{1.14}$$

$$R_\text{V1} = \frac{U}{1{,}3\ I_N} - R_\text{E} - R_\text{A} = \frac{250\text{V}}{13\text{A}} - (1{,}8\Omega + 0{,}5\Omega) \tag{1.15}$$

$$\boxed{R_\text{V1} = 15{,}39\Omega} \tag{1.16}$$

4. * Im Anlaufvorgang erhöht sich nun die Drehzahl des Motors. Dabei verringert sich der Strom $I$. Sobald der Strom $I = I_\text{N}$ erreicht, soll ebenfalls S2 geschlossen werden. Wie muss der Widerstand $R_\text{V2}$ gewählt werden, damit der Strom beim Zuschalten von $R_\text{V2}$ erneut auf $I = 1{,}3\ I_\text{N}$ begrenzt wird? (S1 geschlossen, S3 offen).

$$\omega_b = \frac{U - I_N(R_\text{V1} + R_\text{E} + R_\text{A})}{L'_\text{E}\ I_N} = 7{,}965\text{s}^{-1} \tag{1.17}$$

$$1{,}3\ I_N \stackrel{!}{=} \frac{U - U_i}{\widetilde{R}_\text{V} + R_\text{E} + R_\text{A}} \tag{1.18}$$

$$\widetilde{R}_\text{V} = \frac{U - U_i}{1{,}3\ I_N} - R_\text{E} + R_\text{A} = \frac{U - L'_\text{E}\ \omega\ 1{,}3\ I_N}{1{,}3\ I_N} - R_\text{E} + R_\text{A} \tag{1.19}$$

$$\widetilde{R}_\text{V} = 10{,}08\Omega \tag{1.20}$$

$$R_\text{V2} = \frac{R_\text{V1}\ \widetilde{R}_\text{V}}{R_\text{V1} - \widetilde{R}_\text{V}} \tag{1.21}$$

$$\boxed{R_\text{V2} = 29{,}22\Omega} \tag{1.22}$$

**Aufgabe 2: Gleichstromsteller** **(20 Punkte)**

1. Hochsetzsteller

2.
$$
\begin{aligned}
U &= L\frac{\Delta i_L}{\Delta t} \\
\Delta i_L &= \frac{U \cdot \Delta t}{L} \\
U &= U_1 \text{ für } 0 \leq t < DT \\
U &= U_1 - U_2 \text{ für } DT \leq t < T \\
\Delta i_L &= \frac{U \cdot \Delta t}{L} = \frac{U_1 \cdot DT}{L} = -\frac{(U_1 - U_2) \cdot (1-D)\, T}{L} \\
U_1 \cdot D &= (U_2 - U_1) \cdot (1-D) \\
U_1 \left(D + (1-D)\right) &= U_2 \cdot (1-D) \\
U_2 &= \frac{1}{1-D} U_1
\end{aligned}
$$

3. Siehe Abbildung 2.1

4. Siehe Abbildung 2.2

5. $U_{2,min} = U_1 = 24\,\mathrm{V}$

6.
$$
\begin{aligned}
U_L &= L\frac{\Delta i_L}{\Delta t} \\
L &= U_L \frac{\Delta t}{\Delta i_L} \\
L &= U_1 \frac{DT}{\Delta i_{L,pp,max}} \\
L &= \frac{DU_1}{f_s \cdot \Delta i_{L,pp,max}} \\
L &= \frac{0{,}5 \cdot 24\,\mathrm{V}}{20\,\mathrm{kHz} \cdot 0{,}6\,\mathrm{A}} \\
L &= 1\,\mathrm{mH}
\end{aligned}
$$

7. • 1. Ansatz

$$
\begin{aligned}
U_2 &= \frac{1}{1-D} U_1 \\
U_2 &= \frac{1}{1-0{,}25} 24\,\mathrm{V} = 32\,\mathrm{V} \\
\frac{\Delta i_L,pp\,(D)}{D} &= const. \\
\Delta i_L,pp\,(D=0{,}25) &= \Delta i_L,pp\,(D=0{,}5)\,\frac{0{,}25}{0{,}5} = 300\,\mathrm{mA} \\
\text{An der Lückgrenze gilt: } \bar{i_L} &= \frac{\Delta i_{L,pp}}{2} = 150\,\mathrm{mA} \\
I_R &= \bar{i_L}\,(1-D) = 150\,\mathrm{mA} \cdot 0{,}75 = 112{,}5\,\mathrm{mA} \\
R &= \frac{U_2}{I_R} = \frac{32\,\mathrm{V}}{112{,}5\,\mathrm{mA}} = 284\,\Omega
\end{aligned}
$$

- 2. Ansatz

$$
\begin{aligned}
U_L &= L\frac{\Delta i_L}{\Delta t} \\
\text{Während Abkommutierung} & \\
U_L &= U_1 - U_2 \\
(1-D)U_2 &= U_1 \\
U_L &= U_2 - DU_2 - U_2 \\
U_L &= -DU_2 \\
U_2 &= R\overline{i_D} \\
\Delta t &= \frac{1-D}{f_s} \\
\Delta i_L &= \frac{-2I_2}{1-D} \Rightarrow \text{(siehe Lösung Vogt)} \\
U_L &= L\frac{-2I_2 f_s}{(1-D)^2} \\
-DU_2 &= L\frac{-2I_2 f_s}{(1-D)^2} \\
I_2 &= \frac{U_2}{R} \\
-DU_2 &= L\frac{-2U_2 f_s}{R(1-D)^2} \\
D &= L\frac{2f_s}{R(1-D)^2} \\
R &= L\frac{2f_s}{D(1-D)^2} \\
R &= 2\frac{1\mathrm{mH}\cdot 20\mathrm{kHz}}{0{,}25\cdot 0{,}75^2} = 284{,}4\Omega
\end{aligned}
$$

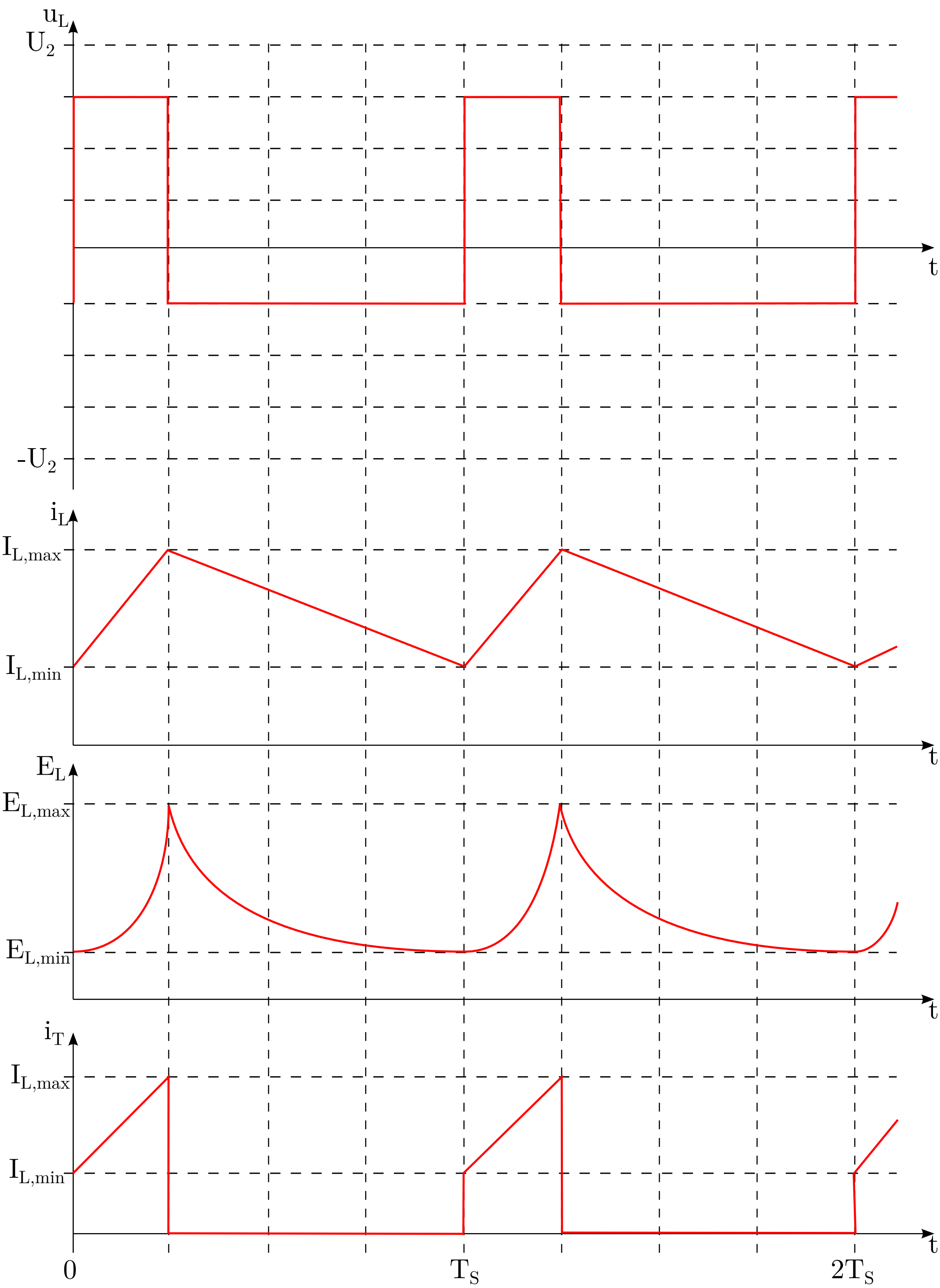


**Abbildung 2.1:** Lösung zu Teilaufgabe 3

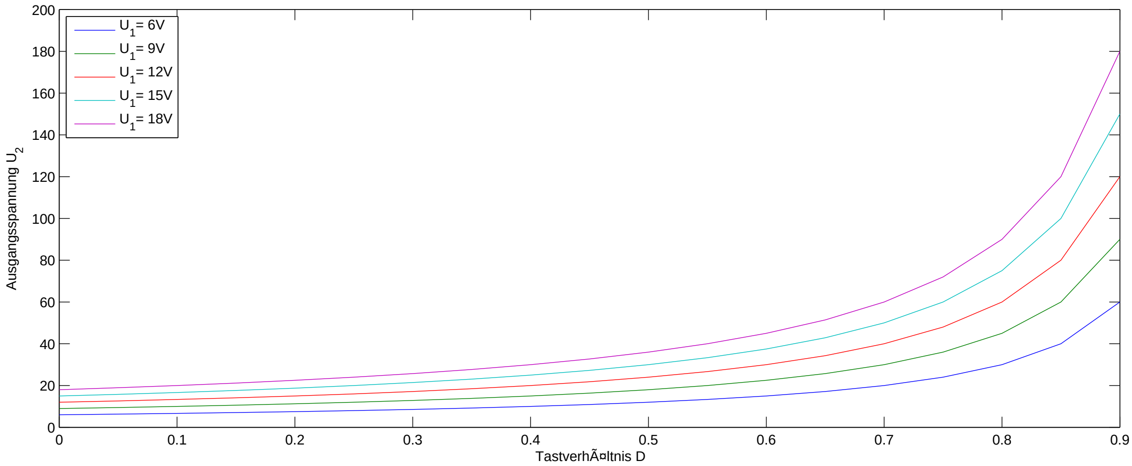


**Abbildung 2.2:** Lösung zu Teilaufgabe 4

**Aufgabe 3: Übertragungsfunktion, komplexe Wechselstromrechnung (20 Punkte)**

1. $\underline{U}_2 = \underline{U}_{\mathrm{C2}} - \underline{U}_{\mathrm{R2}}$ mit zweifacher Spannungsteilerregel $\frac{\underline{U}_{\mathrm{C2}}}{\underline{U}_1} = \frac{-jX}{R-jX}$ und $\frac{\underline{U}_{\mathrm{R2}}}{\underline{U}_1} = \frac{R}{R-jX}$
$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{-j\frac{X}{R}-1}{1-j\frac{X}{R}} = -\left(\frac{1+j\frac{X}{R}}{1-j\frac{X}{R}}\right) = -\left(\frac{\omega\cdot R\cdot C+j}{\omega\cdot R\cdot C-j}\right) = \left(\frac{1-j\omega\cdot R\cdot C}{1+j\omega\cdot R\cdot C}\right)$
2. $\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = -e^{j\arctan\left(\frac{X}{R}\right)-j\arctan\left(-\frac{X}{R}\right)} = -e^{2j\arctan\left(\frac{X}{R}\right)} = e^{j\pi+2j\arctan\left(\frac{X}{R}\right)}$
$180^\circ + 2\arctan\left(\frac{X}{R}\right) = -135^\circ$ im Winkelmaß
$\pi + 2\arctan\left(\frac{X}{R}\right) = -\frac{3}{4}\pi$ im Bogenmaß
$\omega = \frac{1}{R\cdot C\cdot \tan\left(-\frac{7}{8}\pi\right)} = \frac{1}{1\,\Omega\cdot 10^{-3}\,\mathrm{F}\cdot 0{,}414} \approx 2414{,}21\,\mathrm{s}^{-1}$
3. $I_2 = I_3 = \frac{I_1}{2}$
$U_2 = U_1$
$I_2 = \frac{U_2}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega\cdot C}\right)^2}} = \frac{50\,\mathrm{V}}{\Omega\sqrt{1+\left(\frac{1}{2414{,}21\cdot 10^{-3}}\right)^2}} \approx 46{,}195\,\mathrm{A}$
4. Hinweise zur Konstruktion
Kreis mit Radius 2,5 cm = 25 V um den Punkt (2.5,0). $I_2$ und $I_3$ müssen $U_1$ voreilen. $U_{\mathrm{R1}}$ und $U_{\mathrm{R2}}$ in Phase zu $I_2$. $U_{\mathrm{C2}}$ und $U_{\mathrm{C1}}$ eilen 90 Grad nach. $U_2$ muss immer die Gleiche Länge haben wie $U_1$ und geht durch den Kreismittelpunkt. $U_2$ verbindet $U_{\mathrm{R1}}$ und $U_{\mathrm{C1}}$ und muss 45 Grad Winkel mit reeller Achse bilden.

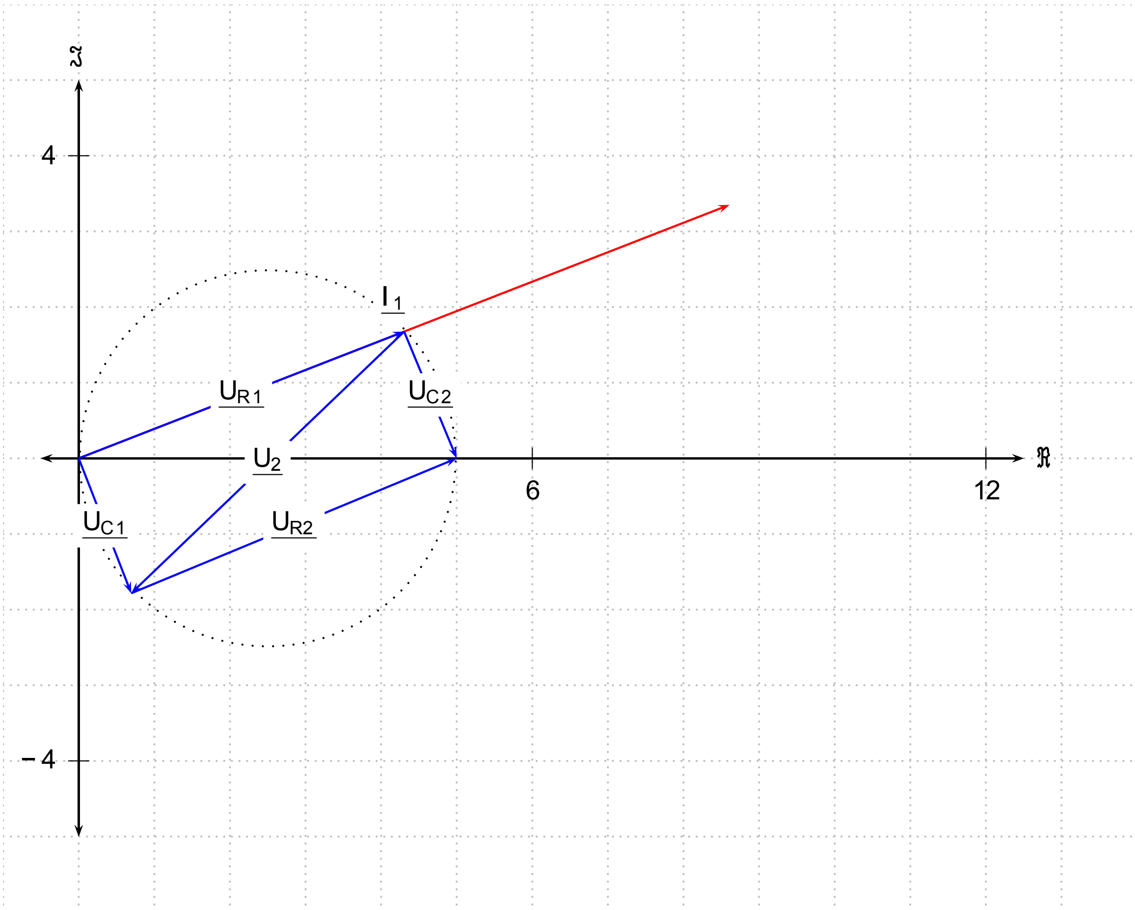


**Abbildung 3.1:** Zeigerdiagramm zur Aufgabe 3.4

5. Schein-, Wirk-, und Blindleistung
   $S = U_1 \cdot I_1 = 50\,\mathrm{V} \cdot 2 \cdot 46{,}195\,\mathrm{A} = 4{,}619\,\mathrm{kVA}$
   $P = S \cdot \frac{U_{\mathrm{R1}}}{U_1} = 4{,}619\,\mathrm{kVA} \cdot \frac{4{,}619\,\mathrm{cm}}{5\,\mathrm{cm}} = 4{,}267\,\mathrm{kW}$
   $Q = -S \cdot \frac{U_{\mathrm{C2}}}{U_1} = -4{,}619\,\mathrm{kVA} \cdot \frac{1{,}914\,\mathrm{cm}}{5\,\mathrm{cm}} = -1{,}768\,\mathrm{kVA}$

6. Abschließende Darstellung des Bode-Diagramms:

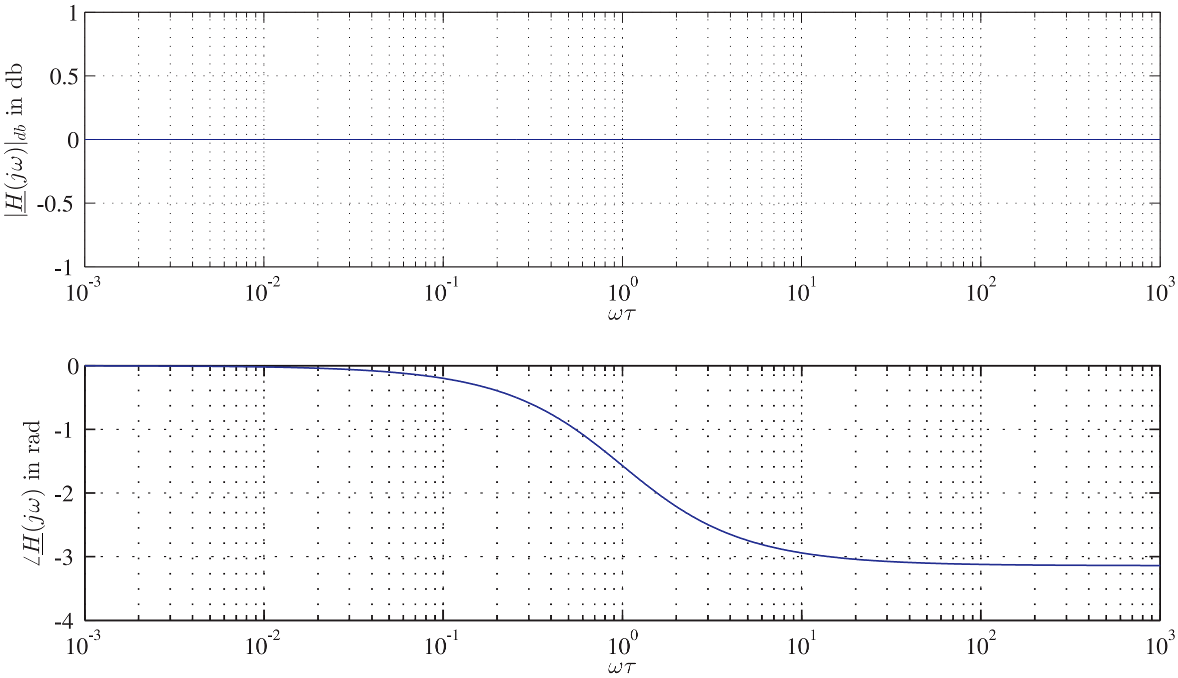


**Abbildung 3.2:** Bodediagramm zur Aufgabe 3.4

**Aufgabe 4: Ausgleichsvorgang, Schwingkreis** **(20 Punkte)**

1. $i_1(t = 0^+) = 0$
   Strom $i_1$ durch die Induktivität $L$ kann sich nicht sprunghaft ändern.

2. $i_2(t = 0^+) = \frac{U}{R}$
   Kondensator stellt im Einschaltmoment $t = 0$ einen Kurzschluss dar. Strom $i_2$ wird dann nur durch den Widerstand $R$ begrenzt.

3. $i_1(t \to \infty) = \frac{U}{R}$
   Stromänderung $\frac{di_1}{dt}$ ist für $t \to \infty$ gleich Null. Daher fällt die Spannung $U$ am Widerstand $R$ ab.

4. $i_2(t \to \infty) = 0$
   Spannungsänderung $\frac{du_C}{dt}$ ist für $t \to \infty$ gleich Null. Daher fällt keine Spannung am Widerstand $R$ ab.

5. $i_1(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right)$

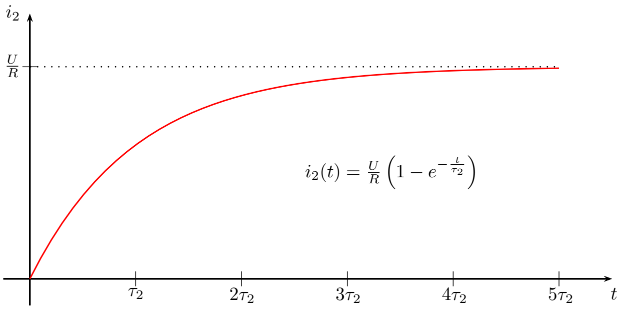


**Abbildung 4.1:** Lösung Aufgabe 4.5

6. $i_2(t) = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau_1}}$

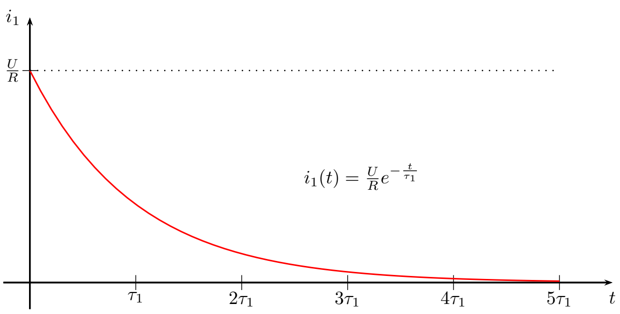


**Abbildung 4.2:** Lösung Aufgabe 4.6

7. Es ändert sich nichts an den Verläufen von $i_1(t)$ und $i_2(t)$, denn die Brückenspannung ist im Einschaltmoment von $S_2$ gleich Null.

**Aufgabe 5: Stromkompensierende Drossel** **(20 Punkte)**

Gegegeben sei der in Abbildung 5.1 dargestellte magnetische Kreis. Die Streuung des magnetischen Flusses kann vernachlässigt werden.

Hinweis: Achten Sie auf den Wicklungssinn!

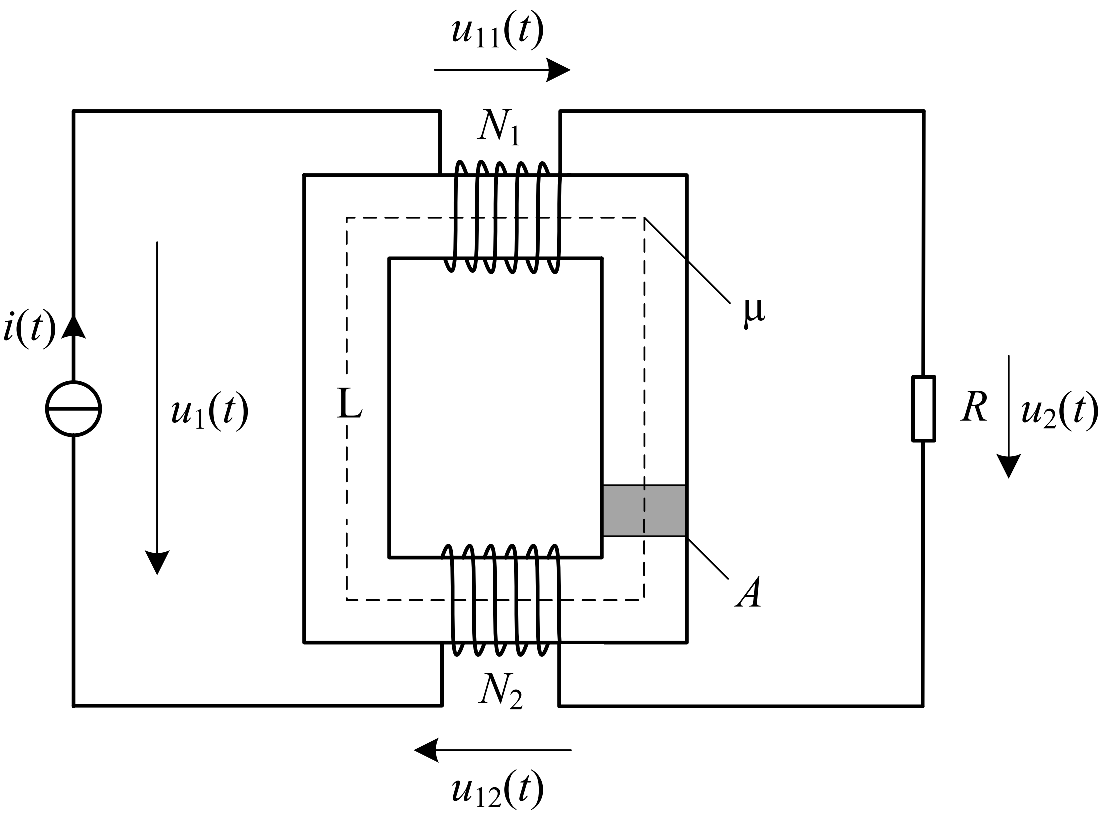


**Abbildung 5.1:** Magnetischer Kreis

Der Eingangsstrom sei gegeben durch folgenden Verlauf.

$$i(t) = I_0 sin(\omega t) \tag{5.1}$$

Bestimmen Sie alle Ausdrücke allgemein, ohne Zahlenwerte einzusetzen.

1. *Bestimmen Sie die Spannung $u_2(t)$.* **(2 Punkte)**

   Aus der Anwendung des ohmschen Gesetzes folgt direkt:

   $$\boxed{u_2(t) = R I_0 \sin(\omega t)} \tag{5.2}$$

2. *Zeichnen Sie das Reluktanzmodell des magnetischen Kreises und bestimmen Sie den magnetischen Widerstand.* **(2 Punkte)**

   Der magnetische Widerstand berechnen sich zu:

   $$\boxed{R_m = \frac{L}{\mu A}} \tag{5.3}$$

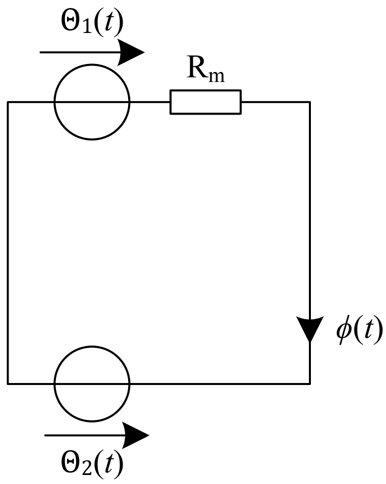


**Abbildung 5.2:** Gefordertes Reluktanzmodell

3. *Bestimmen Sie die magnetischen Fluss durch den Kern.* **(4 Punkte)**

   Die Berechnung des Flusses $\phi$ folgt direkt aus der Anwendung des Maschensatzes:

$$\boxed{\phi(t) = \frac{\Theta_2 - \Theta_1}{R_m} = i(t)\frac{N_2 - N_1}{R_m}} \tag{5.4}$$

4. *Bestimmen Sie die Spannungen $u_{11}(t)$ und $u_{12}(t)$.* **(6 Punkte)**

   Nach Induktionsgesetz kann die Spannung $u_{11}(t)$ wie folgt formuliert werden:

$$u_{11}(t) = -N_1 \frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t} \tag{5.5}$$

   Nach einsetzten von $\phi(t)$ und anschließender Vereinfachung folgt:

$$u_{11}(t) = -\frac{N_2 - N_1}{R_m} N_1 \, \omega I_0 \cos(\omega t) \tag{5.6}$$

   Die Spannung $u_{12}(t)$ kann nach lenzscher Regel wie folgt bestimmt werden:

$$u_{12}(t) = N_2 \frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t} \tag{5.7}$$

   Da der Fluss $\phi(t)$ bereits bestimmt wurde folgt hieraus:

$$\boxed{u_{12}(t) = -\frac{N_2}{N_1} u_{11}(t) = -\frac{N_2 - N_1}{R_m} N_2 \, \omega I_0 \cos(\omega t)} \tag{5.8}$$

5. *Bestimmen Sie die Spannung $u_1(t)$.* **(3 Punkte)**

   Durch Anwendung des Maschensatzes folgt:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= u_{11}(t) + u_2(t) + u_{12}(t) && (5.9)\\ &= \left(1 - \frac{N_2}{N_1}\right) u_{11}(t) + u_2(t) && (5.10)\\ &= \frac{(N_2 - N_1)^2}{R_m} \omega I_0 \cos(\omega t) + R I_0 \sin(\omega t) && (5.11) \end{aligned}$$

6. *Bestimmen Sie die Spannung $u_1(t)$ für $N_1 = N_2$.* **(3 Punkte)**

$$\boxed{\lim_{N_2 \to N_1} u_1(t) = u_2(t)} \tag{5.12}$$

   Hinweis: Das Lernresultat soll sein, dass eine stromkompensierende Drossel nur dann keinen Einfluss auf die Spannungübertragung hat, wenn die Anzahl der Wicklungen gleich ist.