Fachgebiet Leistungselektronik und Elektrische Antriebstechnik

Prof. Dr.–Ing. Joachim Böcker

Grundlagen der Elektrotechnik B

26.07.2012

Name:	**Matrikelnummer:**
Vorname:	
Studiengang:	☐ **Fachprüfung** ☐ **Leistungsnachweis**

Aufgabe: (Punkte)	1 (11)	2 (17)	3 (14)	4 (12)	5 (13)	Note Klausur	Note Tests	Note

Bearbeitungszeit: 120 Minuten

Zugelassene Hilfsmittel:

- eine selbsterstellte, handgeschriebene Formelsammlung (1 Blatt DIN A4, beidseitig beschrieben, keine Kopien oder Ausdrucke)
- ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne grafikfähiges Display
- Zeichenmaterialien (Zirkel, Geodreieck, Lineal, Stifte…)

Bitte Studienausweis mit Lichtbild bereitlegen!

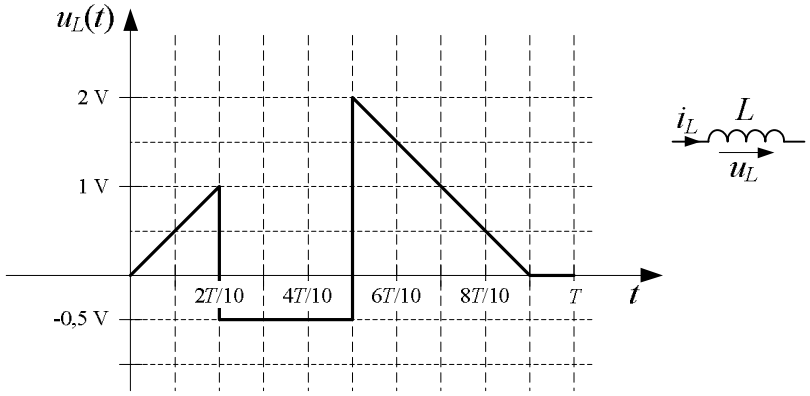
Bitte beschriften Sie jeden Klausurbogen mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer. Benutzen Sie für jede Aufgabe einen neuen Klausurbogen. Verwenden Sie keine Bleistifte und keine roten Stifte.

Alle Lösungswege sind nachvollziehbar zu dokumentieren und zu kommentieren! Die Angabe eines Endergebnisses ohne erkennbaren Lösungsweg wird nicht gewertet.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1: Signalkenngrößen (11 Punkte)

An einer Spule L = 100 mH liege für eine Dauer von T = 10 s die im Bild dargestellte Spannung $u_L(t)$ an. Zum Zeitpunkt t = 0 s fließe durch die Spule kein Strom $i_L(t = 0) = 0$ A.



1.1 Geben Sie den arithmetischen Mittelwert der Spannung im Intervall [0; T] an. (1 Punkte)

Hinweis: Die explizite Berechnung des Integrals ist hierzu nicht erforderlich!

- Einfache Lösung durch Auswerten der gegebenen Spannungszeitflächen!

$$\overline{u_L} = \frac{1}{10\ s}(1\ V * 3\ s + 0{,}5\ V * 1\ s) = \frac{3{,}5\ Vs}{10\ s} = 0{,}35\ V$$

1.2 Berechnen Sie den Effektivwert der Spannung im Intervall [0; T]. (4 Punkte)

$$U_L = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T {u_L}^2(t)dt}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{10s}\left(\int_0^{2s}\left(\frac{1V}{2s} * t\right)^2 dt + \int_0^{3s}(-0{,}5V)^2 dt + \int_0^{4s}\left(-\frac{2V}{4s} * t + 2V\right)^2 dt\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{10s}\left(\int_0^{2s}\frac{1V^2}{4s^2} * t^2 dt + \int_0^{3s} 0{,}25V^2 dt + \int_0^{4s}\left(\frac{4V^2}{16s^2} * t^2 - 2 * \frac{4V^2}{4s} * t + 4V^2\right)dt\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{10s}\left(\left[\frac{1V^2}{4s^2} * \frac{1}{3}t^3\right]_0^{2s} + \left[\frac{1V^2}{4} * t\right]_0^{3s} + \left[\frac{4V^2}{16s^2} * \frac{1}{3}t^3 - 2 * \frac{4V^2}{4s} * \frac{1}{2}t^2 + 4V^2 * t\right]_0^{4s}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{10s}\left(\frac{1V^2}{4s^2} * \frac{1}{3}8s^3 + \frac{1V^2}{4} * 3s + \frac{4V^2}{16s^2} * \frac{1}{3}64s^3 - 2 * \frac{4V^2}{4s} * \frac{1}{2}16s^2 + 4V^2 * 4s\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{10s}\left(\frac{2V^2s}{3} + \frac{3V^2s}{4} + \frac{16V^2s}{3} - 16V^2s + 16V^2s\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2V^2}{30} + \frac{3V^2}{40} + \frac{16V^2}{30}\right)} = \sqrt{\left(\frac{8V^2 + 9V^2 + 64V^2}{120}\right)} = \sqrt{\frac{81V^2}{120}} = 0{,}82V$$

1.3 Bestimmen Sie den Gleichrichtwert der Spannung im Intervall [0; *T*]. (6 Punkte)

$$|\overline{u_L}| = \frac{1}{T}\int_0^T |u_L(t)|\,dt$$

$$= \frac{1}{10s}\left(\int_0^{2s} \frac{1V}{2s} * t\,dt + \int_0^{3s} -0{,}5V\,dt + \int_0^{4s}\left(-\frac{2V}{4s} * t + 2V\right)\,dt\right)$$

$$= \frac{1}{10s}\left(\left[\frac{1V}{2s} * \frac{1}{2}t^2\right]_0^{2s} + [0{,}5V * t\,]_0^{3s} + \left[-\frac{2V}{4s} * \frac{1}{2}t^2 + 2V * t\right]_0^{4s}\right)$$

$$= \frac{1}{10s}\left(\frac{1V}{2s} * \frac{1}{2}4s^2 + 0{,}5V * 3s + -\frac{2V}{4s} * \frac{1}{2}16s^2 + 2V * 4s\right)$$

$$= \frac{1}{10s}\left(1Vs + \frac{3}{2}Vs - 4Vs + 8Vs\right) = 0{,}65V$$

1.4 Wie groß ist die innere Energie W_L der Spule zum Zeitpunkt t_1 = 2 s? (2 Punkte)

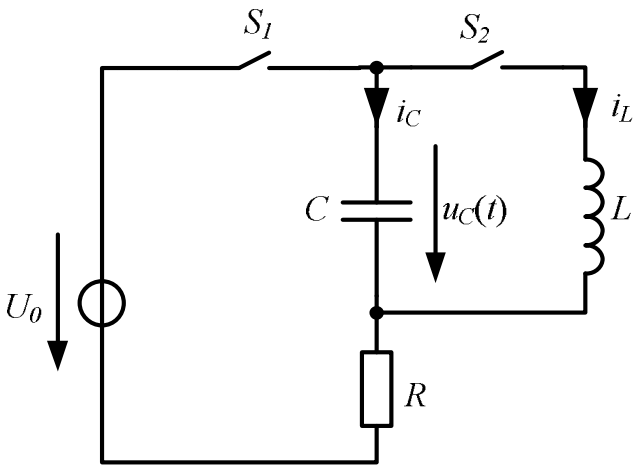
$$i_L(t_1 = 2s) = i_L(t = 0) + \frac{1}{L}\int_0^{2s} u_L(t)dt = \frac{1}{L}\int_0^{2s} \frac{1V}{2s} * t\,dt$$

$$= \frac{1}{L}\left[\frac{1V}{2s} * \frac{1}{2}t^2\right]_0^{2s} = \frac{1}{L}\frac{1V}{2s} * \frac{1}{2}4s^2 = \frac{1Vs}{L} = \frac{1Vs}{100mH} = 10A$$

$$W_L(t_1 = 2s) = \frac{1}{2}L * i^2(t_1 = 2s) = \frac{1}{2} * 100mH * (10A)^2 = 5\text{ J}$$

Aufgabe 2: Ausgleichsvorgang/ Schwingkreis (17 Punkte)

Gegeben sei folgendes Netzwerk mit den Widerstand R, der Spule L, dem Kondensator C und der idealen Spannungsquelle U_0.



Die Schalter S_1 und S_2 sind für $t \leq 0s$ geöffnet und die Spule sowie der Kondensator sind vollständig entladen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter S_1 geschlossen. Der Schalter S_2 bleibt weiterhin geöffnet.

2.1 Geben Sie die Werte der Größen $u_C(t = 0^-)$, $i_L(t = 0^-)$ und $i_C(t = 0^-)$ an und begründen Sie Ihre Antwort. (1,5 Punkte)

$u_C(t = 0^-) = 0$, da laut Aufgabenstellung vollständig entladen

$i_L(t = 0^-) = 0$, da Kondensator und Spule laut Aufgabenstellung vollständig entladen sind

$i_C(t = 0^-) = 0$, da Kondensator und Spule laut Aufgabenstellung vollständig entladen sind

2.2 Geben Sie die Werte der Größen $u_C(t = 0^+)$, $i_L(t = 0^+)$ und $i_C(t = 0^+)$ an und begründen Sie Ihre Antwort. (1,5 Punkte)

$u_C(t = 0^+) = 0$, da sich die Spannung am Kondensator nicht sprungartig ändern kann

$i_L(t = 0^+) = 0$, da sich der Strom durch eine Drossel nicht sprungartig ändern kann

$i_C(t = 0^+) = \frac{U_0}{R}$, da die Gesamtspannung U_0 vollständig an R anliegt (wegen $u_C(t = 0^+) = 0$) und $i_L(t = 0^+) = 0$ gilt.

2.3 Leiten Sie die Differentialgleichung für $u_C(t)$ für $t \geq 0$ her. (3 Punkte)

Bauteilgleichung:

$$u_R(t) = i_C(t)R$$

$$C\,\dot{u}_C(t) = i_C(t)$$

Maschengleichung:

$$U_0 = u_R(t) + u_C(t)$$

$$i_C(t) = \frac{u_R(t)}{R} = \frac{U_0 - u_C(t)}{R}$$

$$C\,\dot{u}_C(t) = \frac{U_0 - u_C(t)}{R}$$

$$RC\,\dot{u}_C(t) + u_C(t) = U_0$$

2.4 Lösen Sie die Differenzialgleichung. Wie groß ist die maßgebliche Zeitkonstante der Schaltung? (5 Punkte)

Lösung des homogenen Teils mit $u_{ch}(t) = U_{ch0}e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$RC\left(-\frac{1}{\tau}\right)U_{ch0}e^{-\frac{t}{\tau}} + U_{ch0}e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$RC\left(-\frac{1}{\tau}\right) = -1$$

$$\tau = RC$$

Lösung des inhomogenen Teils:

$u_{ci}(t) = U_0$ für $t \to \infty$

Daraus folgt für die allgemeine Lösung:

$$u_c(t) = u_{ch}(t) + u_{ci}(t)$$

$$u_c(t) = U_{ch0}e^{-\frac{t}{\tau}} + U_0$$

Einsetzen der Anfangswerte:

$$u_c(t = 0) = 0$$

$$u_c(t) = U_{ch0}e^{-0} + U_0 = 0$$

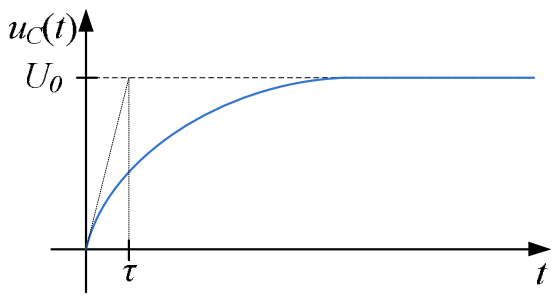
$$U_{ch0} = -U_0$$

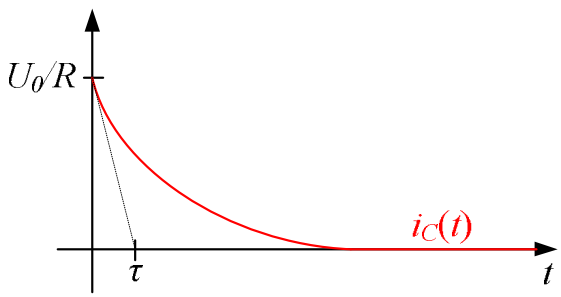
Daraus folgt für die Lösung:

$$u_c(t) = -U_0e^{-\frac{t}{RC}} + U_0 = U_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

2.5 Skizzieren Sie den Spannungsverlauf $u_C(t)$ sowie den Stromverlauf $i_C(t)$ für $t \geq 0$. Kennzeichnen Sie in Ihrer Zeichnung die Zeitkonstante τ. (2 Punkte)

$$i_C(t) = \frac{U_0 - u_c(t)}{R} = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$





Zum Zeitpunkt $\boldsymbol{t = t_1}$ wird der Schalter $\boldsymbol{S_1}$ wieder geöffnet. Der Ausgleichsvorgang sei zu diesem Zeitpunkt vollständig abgeschlossen. Außerdem wird der Schalter $\boldsymbol{S_2}$ geschlossen.

2.6 Geben Sie die Werte der Größen $u_C(t = t_1{}^-)$ und $i_C(t = t_1{}^-)$ sowie von $u_C(t = t_1{}^+)$ und $i_C(t = t_1{}^+)$ an und begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)

$u_C(t = t_1{}^-) = U_0$, da der Kondensator durch den Ausgleichsvorgang vollständig geladen wurde

$i_C(t = t_1{}^-) = 0$, da der Kondensator vollgeladen ist und somit nicht weiter geladen werden kann

$u_C(t = t_1{}^+) = U_0$, da sich die Spannung an einem Kondensator nicht sprungartig ändern kann

$i_C(t = t_1{}^+) = -i_L = 0$, da sich der Spulenstrom nicht sprungartig ändern kann

2.7 Leiten Sie die Differentialgleichung für $u_C(t)$ für $t \geq t_1$ her. (3 Punkte)

Bauteilgleichung:

$$C\,\dot{u}_C(t) = i_C$$

$$L\,\dot{i}_L(t) = u_L$$

Maschen- und Knotengleichung:

$$u_C = u_L$$

$$-i_C = i_L$$

$$C\ddot{u}_C = \dot{i}_C = -\dot{i}_L = -\frac{u_L}{L}$$

$$LC\ddot{u}(t) + u(t) = 0$$

2.8 Ermitteln Sie die Schwingungsgleichung für die Spannung $u_C(t)$ indem Sie die Differentialgleichung lösen und die Anfangswerte einsetzen. (6 Punkte)

Hinweis: Die Zeitachse darf so verschoben werden, dass sich $t_1 = 0$ ergibt.

Lösung durch Exponentialansatz:

$$u(t) = \underline{U}e^{-st}$$

$$CLs^2\underline{U}e^{-st} + \underline{U}e^{-st} = 0$$

$$CLs^2 + 1 = 0$$

$$s_{1,2} = \pm j\frac{1}{\sqrt{CL}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$$

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = Z_0$$

Allgemeine Lösung der Differentialgleichung:

$$u(t) = \underline{U_1}e^{j\omega_0 t} + \underline{U_2}e^{-j\omega_0 t}$$

Nur reelle Lösungen sind sinnvoll, daher $\underline{U_1^*} = \underline{U_2}$

$$u(t) = U_C\cos(\omega_0 t) + U_S\sin(\omega_0 t)$$

Anfangswerte einsetzten:

$$u_C(t = t_1 = 0) = U_0$$

$$u(t = 0) = U_C\cos(\omega_0 0) = U_C = U_{C0}$$

$$\dot{u}(t = 0) = ?$$

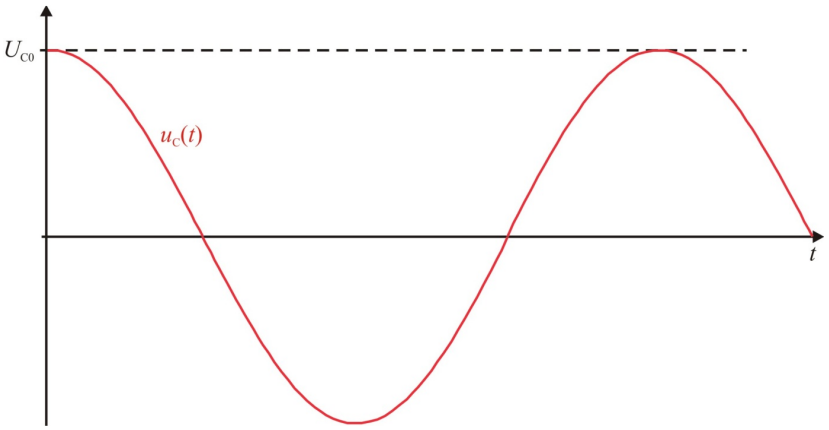
$$\dot{u}(t = 0) = U_C\,\omega_0(-\sin(\omega_0 t)) + U_S\omega_0\cos(\omega_0 t)$$

$$\dot{u}(t = 0) = 0 = U_S\omega_0$$

$$U_S = 0$$

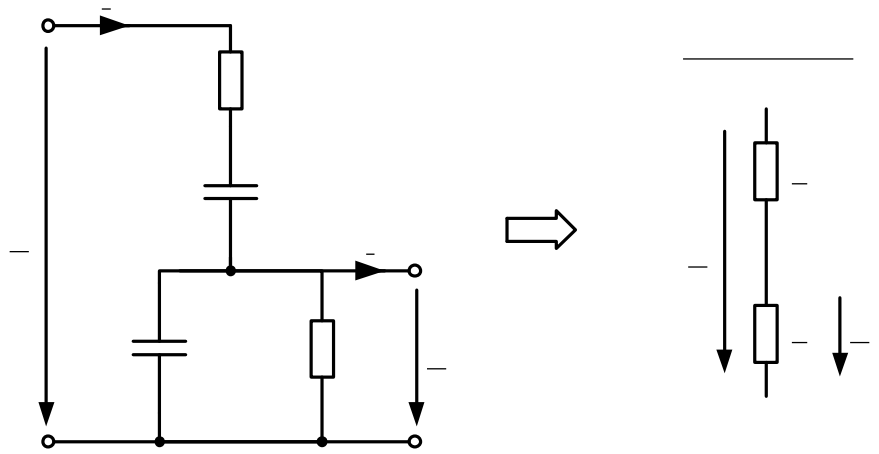
$$u(t) = U_{C0}\cos(\omega_0 t)$$

2.9 Skizzieren Sie den Spannungsverlauf $u_C(t)$ für $t \geq t_1$. (1 Punkt)



Aufgabe 3: Übertragungsfunktion, komplexe Wechselstromrechnung (14 Punkte)

Gegeben sei der abgebildete Zweig einer Wien-Brückenschaltung. Der Brückenzweig lässt auch mit Hilfe des dargestellten Ersatzschaltbildes darstellen.



Der Ausgang des Brückenzweigs sei unbelastet, sodass für den Strom $\underline{I_2} = 0$ gelte. Bekannt seien außerdem folgende Werte:

$\underline{U_1} = 230\ \text{V}\ e^{j\,0°}$
$R_1 = 100\ \Omega$
$R_2 = 40\ \Omega$
$C_1 = 250\ \mu\text{F}$
$C_2 = 50\ \mu\text{F}$
$f = 50\ \text{Hz}$

3.1 Berechnen Sie die Scheinwiderstände $\underline{Z_1}$ und $\underline{Z_2}$. (3 Punkte)

$$\underline{Z_1} = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = R_1 - j\frac{1}{\omega C_1} = 100\ \Omega - \text{j}\ 12{,}73\ \Omega$$

$$\underline{Z_2} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\omega C_2} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}\,\frac{1 - j\omega R_2 C_2}{1 - j\omega R_2 C_2} = \frac{R_2 - j\omega R_2^2 C_2}{1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2} = 28{,}68\ \Omega - j18{,}02\ \Omega$$

3.2 Berechnen Sie die Spannung $\underline{U_2}$. Wie groß ist die Phasenverschiebung zwischen $\underline{U_1}$ und $\underline{U_2}$? (2 Punkte)

$$\underline{U_2} = \frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1} + \underline{Z_2}}\,\underline{U_1} = 55{,}77\ V - j\ 18{,}88\ V = 58{,}88\ V\ e^{-j18{,}7°}$$

Die Spannung $\underline{U_2}$ eilt der Spannung $\underline{U_1}$ um 18,7° nach.

3.3 In welchem Wertebereich kann die Phasenverschiebung zwischen $\underline{U_1}$ und $\underline{U_2}$ bei dieser Schaltung liegen? (1 Punkt)

$$\varphi_{U_1} = 0°$$

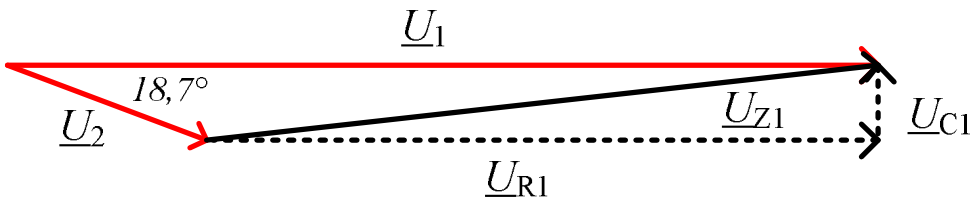
$$\varphi_{U_2} = [-90° \ldots 90°]$$

3.4 Fertigen Sie ein Zeigerdiagramm für die Spannungen in der Schaltung an. Als Maßstab ist hier 5 mm ≙ 10 V zu wählen. Ermitteln Sie anhand des Zeigerdiagramms die Spannungen $\underline{U}_{R1}$, $\underline{U}_{R2}$, $\underline{U}_{C1}$, sowie $\underline{U}_{C2}$ die an den entsprechenden Bauelementen anliegen. Geben Sie die Spannungen hierbei nach Betrag und Phase an. (4 Punkte)

$$\underline{U_{R2}} = \underline{U_{C2}} = \underline{U_2} = 58{,}88V\ e^{-j18{,}7°}$$

$$\underline{U_{R1}} = 87{,}1mm * \frac{10V}{5mm} * e^{j0°} = 174{,}2V\ e^{j0°}$$

$$\underline{U_{C1}} = 9{,}4mm * \frac{10V}{5mm} * e^{j90°} = 18{,}8V\ e^{j90°}$$



3.5 Welche Frequenz ($f > 0$ Hz) ist zu wählen, damit keine Phasenverschiebung mehr zwischen $\underline{U}_1$ und $\underline{U}_2$ auftritt? (4 Punkte)

$$\frac{\underline{U_1}}{\underline{U_2}} = \frac{\underline{Z_1} + \underline{Z_2}}{\underline{Z_2}} = \frac{R_1 - j\frac{1}{\omega C_1} + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}} = \frac{R_1 + j\omega R_1 R_2 C_2 - \frac{j1}{\omega C_1} + \frac{R_2 C_2}{C_1} + R_2}{R_2}$$

$$\frac{\underline{U_1}}{\underline{U_2}} = \frac{R_1}{R_2} + j\omega R_1 C_2 - j\frac{1}{\omega R_2 C_1} + \frac{C_2}{C_1} + 1$$

Hierbei müssen sich die Imaginäranteile dann genau auslöschen:

$$\omega R_1 C_2 = \frac{1}{\omega R_2 C_1}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}$$

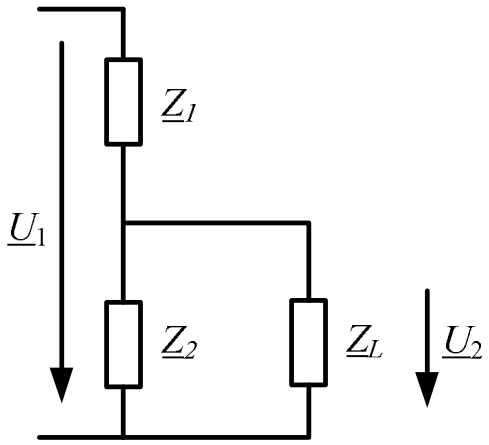
$$\omega = \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

mit $\omega = 2\pi f$ folgt:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}}{2\pi} = 22{,}51\ Hz$$

Der Ausgang des Brückenzweigs werde nun mit einer realen Spule belastet. Diese Spule könne mit einer Ersatzimpedanz $\underline{Z}_L = 5\,\Omega + \mathrm{j}\,10\pi\,\Omega$ nachgebildet werden.

3.6 Geben Sie die Induktivität L sowie den Wicklungswiderstand R_L der realen Spule an. (2 Punkte)



$$\underline{Z_L} = 32{,}97\Omega = R_L + j10\,\pi\,\Omega = R_L + j31{,}42\,\Omega$$

Daraus folgt:

$$R_L = \sqrt{(32{,}97\Omega)^2 - (31{,}42\Omega)^2} = 10\Omega$$

$$L = \frac{10\,\pi\,\Omega}{\omega} = \frac{10\,\pi\,\Omega}{2\,\pi\,f} = 0{,}1\,H$$

3.7 Bestimmen Sie den Strom I_1, den Leistungsfaktor sowie die von der Schaltung aufgenommene Wirk-, Schein- und Blindleistung. (5 Punkte)

$$\underline{Z} = \underline{Z_1} + \frac{\underline{Z_2}\underline{Z_L}}{\underline{Z_2} + \underline{Z_L}} = 125{,}45\,\Omega - j\,2{,}91\,\Omega = 125{,}48\,\Omega\,e^{-j1{,}33°}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{230\,V\,e^{j0°}}{125{,}48\,\Omega\,e^{-j1{,}33°}} = 1{,}833\,A\,e^{j1{,}33°}$$

$$\lambda = \cos(\varphi) = \cos(0{,}37°) = 0{,}99$$

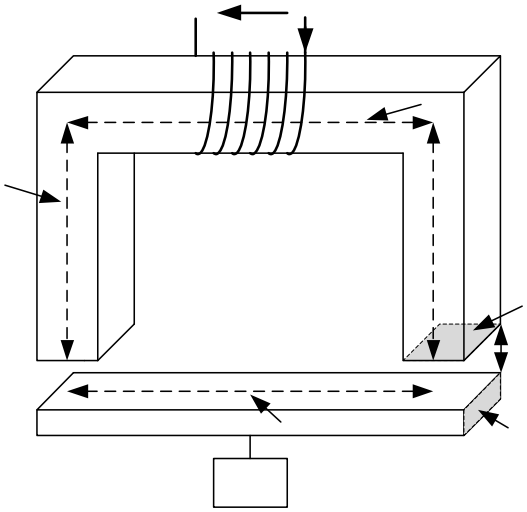
$$S = U\,I = 230\,V * 1{,}833\,A = 421{,}59\,VA$$

$$P = U * I * \cos\varphi = 421{,}48\,W$$

$$Q = U * I * \sin\varphi = 9{,}785\,VA$$

Aufgabe 4: Magnetischer Kreis (12 Punkte)

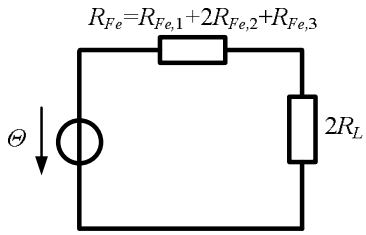
Gegeben sei der dargestellte magnetische Kreis, bestehend aus zwei Eisenkernen mit unterschiedlichen Querschnittsflächen. Die Wicklung auf dem U-Kern habe N = 100 Windungen und werde vom Strom $I = 10$ A durchflossen. An den Stoßstellen entstehe eine Fuge, die sich wie ein Luftspalt verhalte. Für die Eisenkerne gelte ($l_{Fe,1} = 50$cm, $l_{Fe,2} = 30$ cm, $A_{Fe,1} = 150$ cm², $A_{Fe,2} = 60$ cm², $\mu_r = 1000$).



$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$

$g \approx 9{,}81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

4.1 Skizzieren Sie das elektrische Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises und vereinfachen Sie dieses soweit es geht. (2 Punkte)



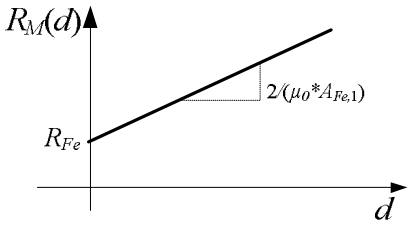
4.2 Geben Sie den magnetischen Gesamtwiderstand $R_M(d)$ als Funktion der Variable d an und skizzieren Sie dessen Verlauf in einem Diagramm. (3 Punkte)

$$R_M(d) = R_{Fe,1} + 2R_{Fe,2} + R_{Fe,3} + 2R_L$$

$$= \frac{1}{\mu_0 \mu_r}\left(\frac{l_{Fe,1} + 2l_{Fe,2}}{A_{Fe,1}} + \frac{l_{Fe,1}}{A_{Fe,2}}\right) + \frac{2}{A_{Fe,1}\mu_0} * d$$

$$= 26{,}526\frac{k\mathrm{A}}{\mathrm{Vs}} + 2 * 15{,}916\ \frac{k\mathrm{A}}{\mathrm{Vs}} + 66{,}315\ \frac{k\mathrm{A}}{\mathrm{Vs}} + 2 * 53{,}052\ \frac{M\mathrm{A}}{\mathrm{Vs}} * \mathrm{d}$$

$$= 124{,}673\ \frac{k\mathrm{A}}{\mathrm{Vs}} + 106{,}104\ \frac{M\mathrm{A}}{\mathrm{Vs}} * d$$



4.3 Geben Sie die Induktivität L der Anordnung in Abhängigkeit der Luftspaltbreite d an und bestimmen Sie: (3 Punkte)

$$L(d) = \frac{N^2}{R_M(d)} = \frac{N^2}{\frac{1}{\mu_0 \mu_r}\left(\frac{l_{Fe,1} + 2l_{Fe,2}}{A_{Fe,1}} + \frac{l_{Fe,1}}{A_{Fe,2}}\right) + \frac{2}{A_{Fe,1}\mu_0} * d}$$

a) die Luftspaltbreite d bei der die Induktivität maximal wird. ➔ $d = 0$
b) den Maximalwert der Induktivität. ➔ $L_{max}(d{=}0) = 80{,}21$ mH

Nehmen Sie für die weiteren Berechnungen eine Luftspaltbreite $d = 2$ mm an!

4.4 Berechnen Sie die magnetische Flussdichte b_L im Luftspalt. (3 Punkte)

$$\phi = b_L * A_{Fe,1} = \frac{N * I}{R_M}$$

$$b_L = \frac{N * I}{R_M * A_{Fe,1}} = \frac{100 * 10\ A}{336{,}881\ \frac{kA}{Vs} * 0{,}015\ m^2} = 0{,}198\ T$$

$$\phi = 2{,}97\ mVs$$

4.5 Geben Sie die magnetische Energie im Luftspalt W_L und im Eisen W_{Fe} an. (2 Punkte)

$$W_L = \frac{1}{2} * \phi_L^2 * 2 * R_L = \phi_L^2 * R_L = 934{,}92\ mJ$$

$$W_{Fe} = \frac{1}{2} * \phi_{Fe}^2 * R_{Fe} = 549{,}27\ mJ$$

4.6 Welche Masse m kann die Anordnung tragen? (4 Punkte)

Hinweis: Verwenden Sie hierfür die Näherung $h_{Fe} \approx 0$

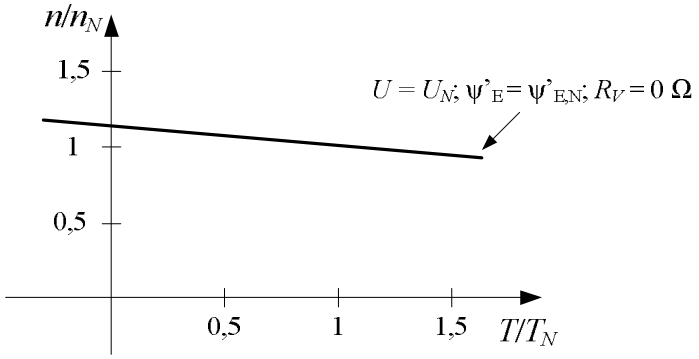
$$F = 2 * A_{Fe,1} * \Delta p$$

$$\Delta p = \frac{1}{2}(b_L * h_L - b_{Fe} * h_{Fe}) \approx \frac{1}{2} * b_L * h_L = \frac{b_L^2}{2\mu_0}$$

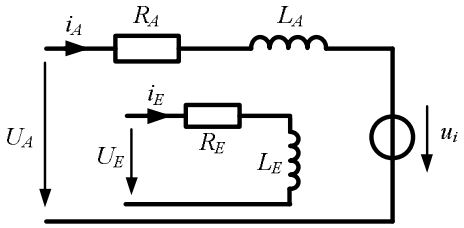
$$F = 2 * A_{Fe,1} * \frac{b_L^2}{2\mu_0} = m * g \implies m = A_{Fe,1} * \frac{b_L^2}{\mu_0 * g} = 47{,}7\ kg$$

Aufgabe 5: Gleichstrommaschine (13 Punkte)

Gegeben sei eine fremderregte Gleichstrommaschine mit der dargestellten Drehmoment-Drehzahl-Charakteristik. Im Nennpunkt liegt sowohl am Anker-, als auch am Erregerkreis die Nennspannung $U_N = 200$ V an. Die dabei aufgenommene elektrische Leistung betrage $P_{el,N} = 10$ kW. Im unbelasteten Zustand stelle sich eine Drehzahl $n_0 = 1100\ \text{min}^{-1}$ ein. der Ankerwiderstand betrage $R_A = 400$ mΩ und der Widerstand im Erregerkreis $R_E = 100$ Ω.



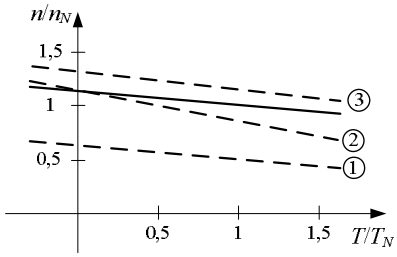
5.1 Zeichnen Sie das dynamische Ersatzschaltbild des Motors und geben Sie die Maschengleichungen für den Anker- und den Erregerkreis für den **in**stationären Fall an. (3 Punkte)



$$U_A = R_A * i_A + L_A * \frac{di_A}{dt} + u_i$$

$$U_E = R_E * i_E + L_E * \frac{di_E}{dt}$$

5.2 Sehen Sie sich die nachfolgenden Drehmoment-Drehzahlverläufe an und ordnen Sie diese entsprechend zu. (3 Punkte)



a) zusätzlicher Vorwiderstand im Ankerkreis ➔ 2

b) Flussschwächung durch zusätzlichen Widerstand im Erregerkreis ➔ 3

c) Änderung der Speisespannung des Ankerkreises ➔ 1

Die Maschine wird im Folgenden stationär im Nennpunkt betrieben:

5.3 Bestimmen Sie den Verkettungsfluss $\boldsymbol{\psi_E'}$ des Motors. (2 Punkte)

$$\Psi_E' = \frac{U_N}{\omega_0} = \frac{200\ V}{2\pi * 1100} * 60 = 1{,}736\ Vs$$

5.4 Welcher Ankerstrom I_{AN} und welches Drehmoment T_N stellen sich ein? (4 Punkte)

$$P_{el,N} = U_E * i_E + U_A * i_A = \frac{U_N^2}{R_E} + U_N * I_{AN}$$

$$I_{AN} = \frac{P_{el,N} - \frac{U_N^2}{R_E}}{U_N} = \frac{10\ kW - \frac{(200\ V)^2}{R_E}}{200\ V} = 48\ A$$

$$T_N = \Psi_E^{'} * I_{AN} = 1{,}736\ Vs * 48\ A = 83{,}328\ Nm$$

5.5 Bestimmen Sie die Nenndrehzahl n_N. (4 Punkte)

$$U_N = R_A * I_{AN} + u_i = R_A * I_{AN} + \omega_N * \Psi_E^{'}$$

$$\omega_N = \frac{U_N - R_A * I_{AN}}{\Psi_E^{'}} = \frac{200\ V - 400\ m\Omega * 48\ A}{1{,}736\ Vs} = 104{,}147\ \mathrm{s}^{-1}$$

$$n_N = \frac{\omega_N}{2\pi} * 60 = 994{,}54\ min^{-1}$$

5.6 Welchen Wirkungsgrad η_N hat der Motor? (3 Punkte)

$$\eta_N = \frac{P_{me}}{P_{el,N}} = \frac{u_i * i_A}{P_{el,N}} = \frac{\Psi_E^{'} * \omega_N * I_{AN}}{P_{el,N}} = \frac{1{,}736\ Vs * 104{,}147\ s^{-1} * 48\ A}{10\ kW} = 0{,}868$$