Musterlösung
Klausur Grundlagen der Elektrotechnik B
19.03.2008

Aufgabe 1: Komplexe Wechselstromrechnung, Leistung

1.1

$$R_1 \parallel R_2 = 20\Omega \qquad C_1 \parallel C_2 = 51\mu F$$

$$\underline{Z} = 20\Omega + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\Omega$$
$$= 20\Omega + j\left(314{,}16 \cdot 0{,}1 - \frac{1}{314{,}16 \cdot 51 \cdot 10^{-6}}\right)\Omega$$
$$= 20\Omega + j(31{,}416 - 62{,}414)\Omega$$
$$= 20\Omega + j(-31{,}0)\Omega$$

$$|\underline{Z}| = 36{,}89\Omega \qquad \varphi = \arctan\frac{\mathrm{Im}\{\underline{Z}\}}{\mathrm{Re}\{\underline{Z}\}} = -57{,}17°$$

1.2

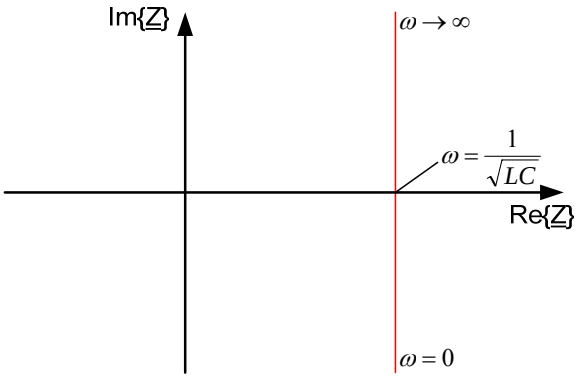
$$\underline{U}_0 = \underline{Z} \cdot \underline{I}_0 \Leftrightarrow \underline{I}_0 = \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}} = 6{,}23A \cdot e^{j57{,}17°}$$

1.3

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0° - 57{,}17° = -57{,}17°$$

$$\cos\varphi = 0{,}54 \text{ (kapazitiv)}$$

1.4



1.5

$\varphi = \arccos(0{,}8) = -36{,}87°$ (negatives Vorzeichen → kapazitiv)

Zur Kompensation muss eine Induktivität in Reihe zu L geschaltet werden.

$$\mathrm{Im}\{\underline{Z}\} = -\mathrm{Re}\{\underline{Z}\} \cdot \tan\varphi = -15\Omega$$

$$314{,}16 \cdot (0{,}1 + x) - 62{,}414 = -15$$
$$\Leftrightarrow 314{,}16x = 47{,}414 - 31{,}416 = 15{,}998$$
$$\Leftrightarrow x = 0{,}0509$$
$$\Rightarrow L_{komp} = 50{,}9mH$$

Aufgabe 2: Schwingkreis

2.1

a) $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

b) $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$

2.2

a) $u_L(t=0^-) = L \cdot \dot{i}_L(t=0^-) = 0V$ (Ausgleichsvorgang ist abgeklungen, daher $\dot{i}_L = 0$)

b) $u_C(t=0^-) = u_L(t=0^-) = 0V$ (Maschenregel)

c) $i_C(t=0^-) = C \cdot \dot{u}_C(t=0^-) = 0A$ (Ausgleichsvorgang ist abgeklungen, daher $\dot{u}_C = 0$)

d) $i_L(t=0^-) = \frac{U_0}{R}$ (da $u_L = 0V$ und $i_C = 0A$)

2.3

a) $u_C(t=0^+) = u_C(t=0^-) = 0V$ (Spannung über Kapazität kann sich nicht sprunghaft ändern)

b) $u_L(t=0^+) = u_C(t=0^+) = 0V$ (Maschenregel)

c) $i_L(t=0^+) = i_L(t=0^-) = \frac{U_0}{R}$ (Strom durch Induktivität kann sich nicht sprunghaft ändern)

d) $i_C(t=0^+) = -i_L(t=0^+) = -\frac{U_0}{R}$ (Knotenregel)

2.4

a) $\overline{u_L} = 0V$ (über Induktivität darf im Mittel keine Spannung anliegen, sonst: $i_L = \frac{1}{L}\int u_L dt \to \pm\infty$)

b) $\overline{u_C} = \overline{u_L} = 0V$ (Maschenregel)

c) $\overline{i_C} = 0A$ (durch Kapazität darf im Mittel kein Strom fließen, sonst: $u_C = \frac{1}{C}\int i_C dt \to \pm\infty$)

d) $\overline{i_L} = 0A$ (Knotenregel)

2.5

Bauteilgleichungen: $u_L(t) = L \cdot \dot{i}_L(t)$ I.

$i_C(t) = C \cdot \dot{u}_C(t)$ II.

Maschengleichung: $u_C(t) = u_L(t)$ III.

Knotengleichung: $i_C(t) = -i_L(t)$ IV.

$\frac{d}{dt}$(IV.): $\Rightarrow \dot{i}_C(t) = -\dot{i}_L(t)$ V.

I. und II. in V.: $C \cdot \ddot{u}_C(t) = -\frac{1}{L} u_L(t)$

mit III.: $C \cdot \ddot{u}_C(t) = -\frac{1}{L} u_L(t) = -\frac{1}{L} u_C(t)$

$$\Leftrightarrow \ddot{u}_C(t) + \frac{1}{LC} u_C(t) = 0$$

2.6

a) $u_C(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t) + B \cdot \sin(\omega_0 t)$

b) $u_C(t = 0^+) = 0V \quad i_C(t = 0^+) = -\frac{U_0}{R}$

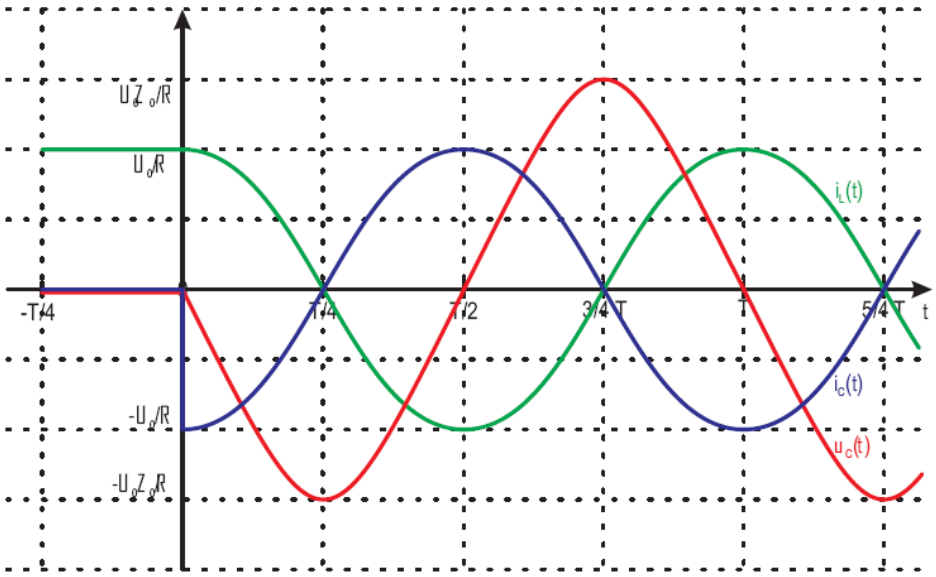
c) $u_C(t = 0^+) = 0V = A \cdot \cos(0) + B \cdot \sin(0) = A \cdot 1 + B \cdot 0 = A \Leftrightarrow A = 0$

$$i_C(t = 0^+) = -\frac{U_0}{R} = C \cdot \dot{u}_C(t = 0^+) = C \cdot B \cdot \omega_0 \cdot \cos(0) = C \cdot B \cdot \omega_0 \cdot 1 = C \cdot B \cdot \omega_0$$

$$\Leftrightarrow B = -\frac{U_0}{R} \cdot \frac{1}{\omega_0 \cdot C} = -\frac{U_0}{R} \cdot Z_0$$

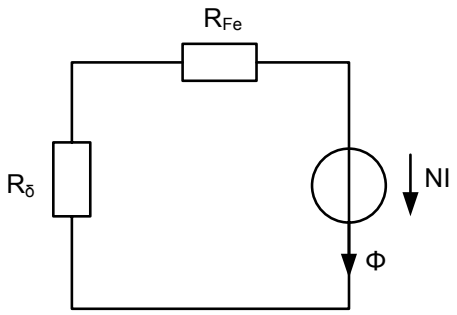
$$\Rightarrow u_C(t) = -\frac{U_0}{R} \cdot Z_0 \cdot \sin(\omega_0 t)$$

2.7



Aufgabe 3: Magnetischer Kreis

3.1



3.2

$$R_m = \frac{l}{\mu_0 \mu_r A}$$

$$R_{Fe} = \frac{20cm \cdot Am}{4\pi \cdot 10^{-7} Vs \cdot 4000 \cdot 1cm^2} = 379{,}89 \cdot 10^3 \frac{A}{Vs}$$

$$R_\delta = \frac{2mm \cdot Am}{4\pi \cdot 10^{-7} Vs \cdot 1cm^2} = 15{,}92 \cdot 10^6 \frac{A}{Vs}$$

3.3

$$\vec{F} = I_L\left(\vec{l} \times \vec{b}\right), \text{ hier } \vec{l} \perp \vec{b} \Rightarrow \left|\vec{F}\right| = I_L \left|l \cdot b\right|$$

$$b = \frac{\phi}{A} \qquad \phi = \frac{\theta}{R_\Sigma} \qquad R_\Sigma = R_{Fe} + R_\delta \qquad \theta = NI_S$$

$$\Rightarrow F = I_L \cdot l \cdot \frac{NI_S}{A\left(R_{Fe} + R_\delta\right)} \Leftrightarrow N = \frac{F \cdot A\left(R_{Fe} + R_\delta\right)}{I_L \cdot I_S \cdot l} = 3262{,}68 \approx 3263$$

Die Kraft F wirkt in negative x- Richtung (bzw. nach links in der Abbildung).

3.4

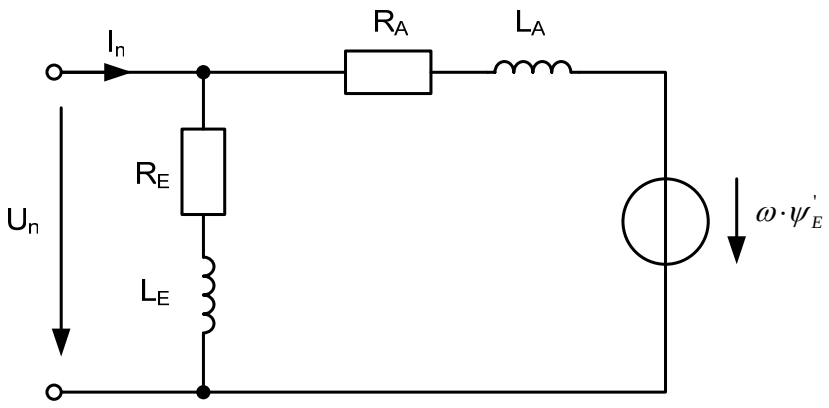
$$u_i = -\int_l \left(\vec{v} \times \vec{b}\right) d\vec{l} \qquad \vec{v} \perp \vec{b} \qquad s_l(t) = 0{,}5cm \cdot \sin \omega t$$

$$v(t) = \dot{s}_l(t) = 0{,}5cm \cdot \omega \cdot \cos \omega t$$

$$\Rightarrow u_i = -0{,}5cm \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) \cdot 2\frac{Vs}{m^2} \cdot 1cm = -31{,}42mVs \cdot \cos\left(2\pi \cdot 50\frac{1}{s} \cdot t\right)$$

Aufgabe 4: Gleichstrommaschine

4.1



4.2

$$R_E = \frac{U_n}{I_E} = 120\Omega$$

$$I_A \cdot \psi_E^{'} = T_n \Rightarrow \psi_E^{'} = \frac{T_n}{I_A} = \frac{50Nm}{55{,}12A} = 0{,}907Vs$$

$$\frac{\psi_E^{'}}{I_E} = L_E^{'} = 0{,}907H$$

$$U_i = \omega \cdot \psi_E^{'} = \frac{2\pi \cdot n \cdot \min}{60s} \cdot \psi_E^{'} = 95V \Rightarrow R_A = \frac{U_n - U_i}{I_A} = 0{,}454\Omega$$

4.3

Im Nennbetrieb liegt der stationäre Fall vor.

4.4

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{\omega_n \cdot T_n}{U_n \cdot I_n} = \frac{2\pi \cdot 1000 \cdot 50Nm}{120V \cdot 60s \cdot 56{,}12A} = 77{,}7\%$$

4.5

$$T_R = T_0 \cdot \omega \qquad T_R = \psi_E^{'} \cdot I$$

$$U_n = R_A \cdot I + \omega \cdot \psi_E^{'} \Rightarrow U_n = R_A \frac{T_R}{\psi_E^{'}} + \frac{T_n}{T_0} \cdot \psi_E^{'}$$

$$\Rightarrow T_R = U_n \cdot \left(\frac{R_A}{\psi_E^{'}} + \frac{\psi_E^{'}}{T_0} \right)^{-1} = 120V \cdot \left(\frac{0{,}454\Omega}{0{,}907Vs} + \frac{0{,}907Vs}{0{,}004Nms} \right)^{-1} = 0{,}528Nm$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{T_n}{T_0} = \frac{0{,}528Nm}{0{,}004Nms} = 132\frac{rad}{s}$$

$$n = \frac{\omega \cdot 60}{2\pi} \cdot \frac{1}{\min} = 1260\frac{1}{\min}$$

Aufgabe 5: Gleichstromsteller, Kenngrößenberechnung

5.1

Es handelt sich um einen Tiefsetzsteller

5.2

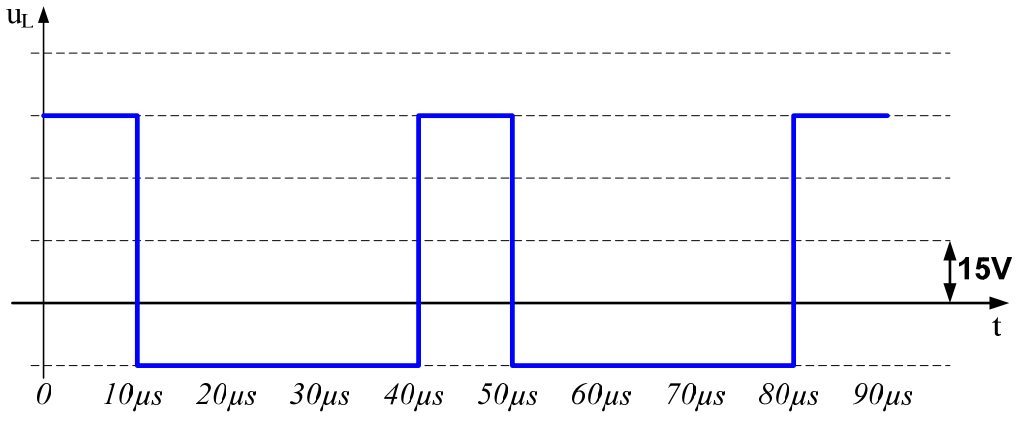
Der Strom i(t) fließt durch die Diode.

5.3

$$D = \frac{T_{ein}}{T} = \frac{10}{40} = 0{,}25$$

$$U_2 = D \cdot U_1 = 15V$$

5.4



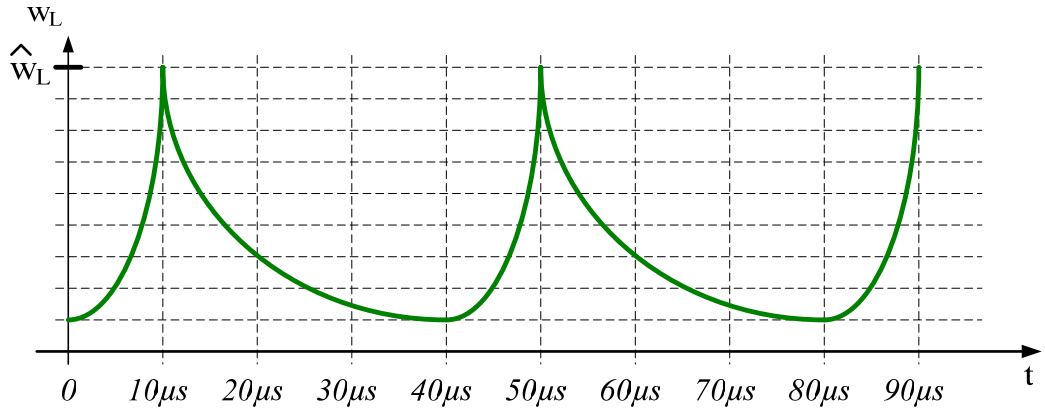
5.5

$$\bar{u}_L = 0$$

5.6

$$u_L = \dot{i}_L \cdot L \Rightarrow L = \frac{u_L \cdot \Delta t}{\Delta i_L} = \frac{15V \cdot 30\mu s}{2A} = 225\mu H$$

5.7



$$\hat{w}_L \approx 1mWs$$

5.8

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{30\mu s}\left(-\frac{2A}{30\mu s}\cdot t + 3A\right)^2 dt}$$

$$\Rightarrow \int_0^{30\mu s}\frac{4A^2}{900(\mu s)^2}t^2 \cdot dt - \int_0^{30\mu s}\frac{12A^2}{30\mu s}t \cdot dt + \int_0^{30\mu s}9A^2 \cdot dt$$

$$= \frac{4A^2}{900(\mu s)^2}\cdot\left[\frac{1}{3}(30\mu s)^3\right] - \frac{12A^2}{30\mu s}\cdot\left[\frac{1}{2}(30\mu s)^2\right] + 9A^2 \cdot 30\mu s$$

$$= 40\mu sA^2 - 180\mu sA^2 + 270\mu sA^2$$

$$\Rightarrow I = \sqrt{\frac{1}{40\mu s}\left(40\mu sA^2 - 180\mu sA^2 + 270\mu sA^2\right)} = \sqrt{1A^2 - \frac{18}{4}A^2 + \frac{27}{4}A^2} = 1{,}803A$$

5.9

$$D = 1$$