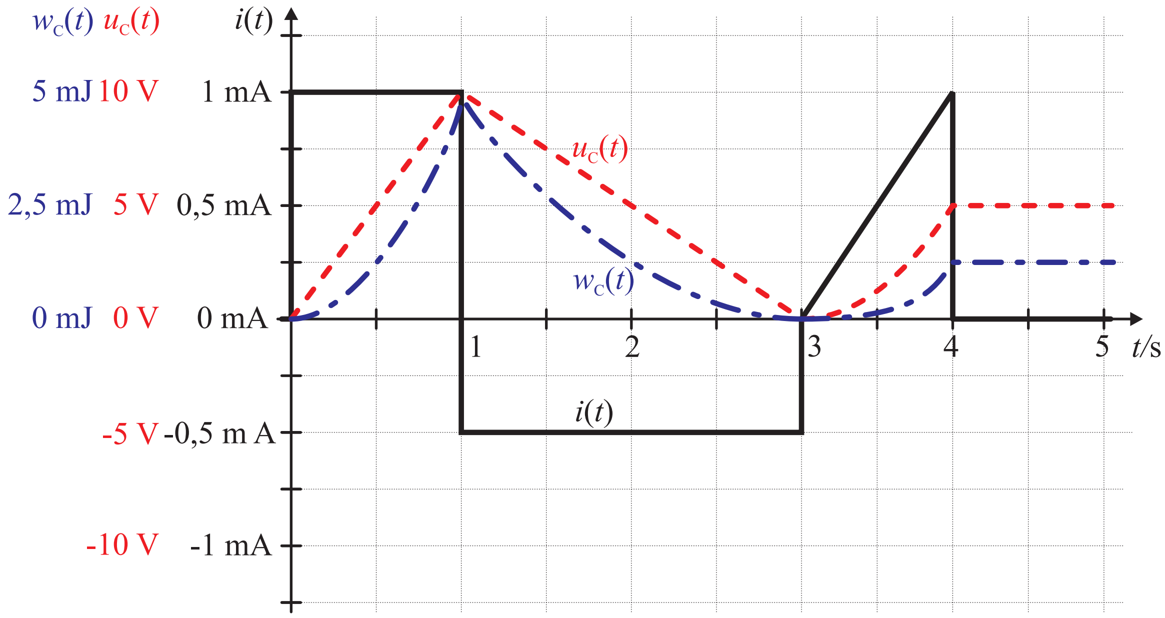
Fachgebiet Leistungselektronik und Elektrische Antriebstechnik
Prof. Dr.-Ing. Joachim Böcker

Musterloesung Grundlagen der Elektrotechnik B

2. März 2007

Aufgabe 1: Zeitliche Verläufe an einer Kapazität **(10 Punkte)**

1. $u_\mathrm{C}(t) = u_\mathrm{C}(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i_\mathrm{C}(t)\,\mathrm{d}t$
2. s.u.
3. $w_\mathrm{C}(t) = \frac{1}{2}Cu_\mathrm{C}(t)^2$
   $w_\mathrm{C}(t_1 = 1\,\mathrm{s}) = \frac{1}{2}\cdot 100\,\mu\mathrm{F}\cdot(10\,\mathrm{V})^2 = 5\,\mathrm{mJ}$
   $w_\mathrm{C}(t_2 = 3\,\mathrm{s}) = 0\,\mathrm{J}$
4.



Aufgabe 2: Schwingkreis **(23 Punkte)**

1. a) $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

   b) $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$

2. a) $i(t=0^-) = 0\,\mathrm{A}$ (Schwingungen sind im gedämpften Schwingkreis abgeklungen, die Kapazität sperrt den Strom),

   b) $u_\mathrm{L}(t=0^-) = L \cdot \dot{i}(t) = 0\,\mathrm{V}$ (Ausgleichsvorgang ist abgeklungen, daher $\dot{i} = 0$),

   c) $u_\mathrm{C}(t=0^-) = U_0$ (Kirchhoffsche Maschenregel).

3. a) $i(t=0^+) = i(t=0^-) = 0\,\mathrm{A}$
   (Strom in Induktivität kann sich nicht sprunghaft ändern),

   b) $u_\mathrm{C}(t=0^+) = u_\mathrm{C}(t=0^-) = U_0$
   (Spannung über Kapazität kann sich nicht sprunghaft ändern),

   c) $u_\mathrm{L}(t=0^+) = -u_\mathrm{C}(t=0^+) = -U_0$ (Kirchhoffsche Maschenregel).

4. a) $\bar{i} = 0\,\mathrm{A}$
   (durch Kapazität darf im Mittel kein Strom fließen, sonst: $u_\mathrm{C} = {}^1\!/_C \int i_C \,\mathrm{d}t \to \pm\infty$),

   b) $\overline{u_\mathrm{L}} = 0\,\mathrm{V}$
   (über Induktivität darf im Mittel keine Spannung anliegen,
   sonst: $i_L = {}^1\!/_L \int u_\mathrm{L} \,\mathrm{d}t \to \pm\infty$),

   c) $\overline{u_\mathrm{C}} = 0\,\mathrm{V}$ (Kirchhoffsche Maschenregel).

5.

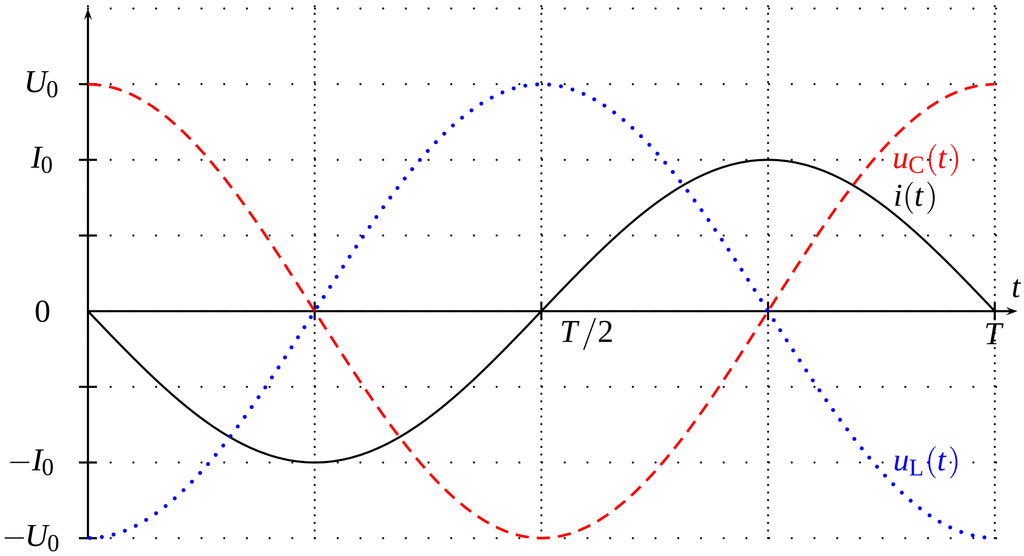
$$
\begin{aligned}
u_\mathrm{L}(t) &= L\dot{i}(t) && (2.1)\\
i(t) &= C\dot{u}_\mathrm{C}(t) && (2.2)\\
u_\mathrm{L}(t) &= -u_\mathrm{C}(t) && (2.3)\\
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(2.1) : \dot{u}_\mathrm{L}(t) &= L\ddot{i}(t) && (2.4)\\
(2.4) \text{ in } (2.2) \text{ mit } (2.3) : \mathrm{i(t)} &= C(-\dot{u}_\mathrm{L}) = -LC\ddot{i}(t) && (2.5)\\
\Leftrightarrow \ddot{i}(t) + \frac{1}{LC} i(t) &= 0 && (2.6)
\end{aligned}
$$

6. a) $i(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$

   b) $i(0^+) = 0\,\mathrm{A} = A\underbrace{\cos(0)}_{=1} + B\underbrace{\sin(0)}_{=0} = A \quad \Leftrightarrow A = 0$

$$
\begin{aligned}
u_\mathrm{L}(0^+) &= -U_0 = L\dot{i}(t=0^+) = LB\omega_0\underbrace{\cos(0)}_{=1} = LB\omega_0\\
\Leftrightarrow B &= -\frac{U_0}{\omega_0 L}\\
\Rightarrow i(t) &= -\frac{U_0}{\omega_0 L}\sin(\omega_0 t) = -\frac{U_0}{\sqrt{L/C}}\sin(\omega_0 t) = -\frac{U_0}{Z_0}\sin(\omega_0 t)
\end{aligned}
$$

7. Aus den Start- und Mittelwerten ergibt sich:



Aufgabe 3: Piezomotor 3 (24 Punkte)

1. $R_m + R_L = 25\Omega$
   $P_{R_m+R_L} = \frac{U_{pm}^2}{R_m+R_L} = \frac{250V\cdot 250V}{25\Omega} = 2500W$
   $P_{Rp} = \frac{U_{pm}^2}{R_p} = \frac{250V\cdot 250V}{250\Omega} = 250W$
   $P_{m+L} = P_{R_m+R_L} + P_{R_p} = 2500W + 250W = \underline{2750W}$
   $Q_{m+L} = Q_{C_p} = \frac{U_{pm}^2}{X_p} = \frac{U_{pm}^2}{-\frac{1}{\Omega\cdot C_p}} = -2\pi C_p \cdot U_{pm}^2$
   $Q_{m+L} - 2\pi\cdot 15915{,}5Hz\cdot 2\mu F\cdot (250V)^2 = -100000\frac{1}{s}\cdot 2\cdot 10^{-6}F\cdot (250V)^2$
   $Q_{m+L} = \underline{-12500VAr}$
   $S_{m+L} = \sqrt{P^2+Q^2} = \sqrt{2750W^2 + 12500VAr^2} = \underline{12{,}8kVA}$

2. $P_L = U_{33'}\cdot I_{RL} = I_{RL}^2\cdot R_L$
   $I_{R_L} = \frac{U_{pm}}{R_m+R_L} = \frac{250V}{25\Omega} = 10A$
   $P_L = 10A^2\cdot 10\Omega = \underline{1000W}$
   $\eta_{pm} = \frac{P_L}{P_{m+L}} = \frac{1000W}{2750W} = \underline{36{,}36\%}$

3. $R_\Sigma = \frac{R_P\cdot R_{m+L}}{R_P+R_{m+L}} = \frac{250\Omega\cdot 25\Omega}{250\Omega+25\Omega} \approx 22{,}73\Omega$
   $X_p = -\frac{1}{\Omega\cdot C_p} = -\frac{1}{100000\frac{1}{s}\cdot 2\mu F} = -5\Omega$
   $I_{R_\Sigma} = \frac{U_{pm}}{R_\Sigma} = \frac{250V}{5\Omega} = 50A$
   $I_{pm} = \sqrt{I_{R_\Sigma}^2 + I_{cp}^2} = \sqrt{11A^2 + 50A^2} \approx \underline{51{,}2A}$
   Alternativ : $I_{pm} = \frac{S_{m+L}}{U_{pm}} = \frac{12800VA}{250V} = \underline{51{,}2A}$

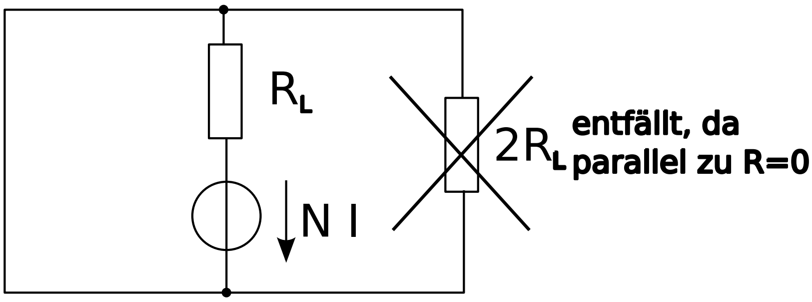
4. $P_{V,sr} = I_{sr}^2\cdot R_i = I_{pm}^2\cdot R_i = (51{,}2A)^2\cdot 1\Omega = \underline{2{,}621kW}$
   $\eta_{sr} = \frac{P_{m+L}}{P_{V,sr}+P_{m+L}} = \frac{2750W}{2621W+2750W} = \underline{51{,}2\%}$

5. $X_L = \Omega\cdot L,\ X_L = -X_C$
   $\Omega\cdot L = \frac{1}{\Omega C} \Rightarrow L = \frac{1}{\Omega^2 C} = \frac{1}{100000\frac{1}{s^2}\cdot 2\cdot 10^{-6}} = \underline{50\mu H}$

6. $I_{sr} = I_{R\Sigma} = 11A \Rightarrow P'_{V,sr} = 11A^2\cdot 1\Omega = \underline{121W}$
   $\eta'_{sr} = \frac{P_{m+L}}{P'_{V,sr}+P_{m+L}} = \frac{2750W}{12W+2750W} \approx \underline{95{,}8\%}$

Aufgabe 4: Magnetischer Kreis eines Relais (20 Punkte)

1. el. ESB:



2. $R_0 = R_{L,offen} = \frac{d_1}{\mu_0 A_{Fe}} = \frac{1mm}{4\pi 10^{-7}\frac{Vs}{Am}\cdot 25mm^2} = \underline{31{,}83\frac{MA}{Vs}}$

   $P_{zu} = \frac{\delta}{\mu_0 A_{Fe}} = \frac{0{,}25mm}{\mu_0 \cdot 25mm^2} = \underline{7{,}96\frac{MA}{Vs}}$

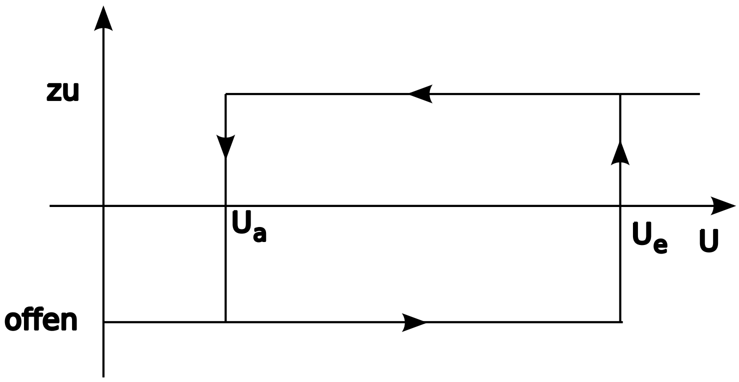
3. Relais zieht an, wenn $F_{mag} = F$

   Variante A : Berechnung über magn. Druck:
   $\Delta p = \frac{1}{2}(b_L h_L - b_{Fe} h_{Fe}) \approx \frac{1}{2} b_L h_L$
   $F_{mag} = A_{Fe}\Delta p = A_{Fe}\frac{1}{2}\frac{\Phi}{A_Fe}\cdot\frac{NI}{d} = \frac{1}{2}\frac{\Phi NI}{d}$
   $= \frac{\mu_0 A_{Fe}\cdot N^2 I^2}{2d^2} = \frac{\mu_0 A_F e\cdot N^2 U^2}{2d^2 R^2}$, mit $\Phi = \frac{\Theta}{R_{mag}} = \frac{\Theta}{R_L}$
   $\Rightarrow U^2 = \frac{2R^2 d^2 F}{N^2 \mu_0 A_{Fe}} \Rightarrow U = \frac{d\cdot R}{N}\sqrt{\frac{2F}{\mu_0 A_{Fe}}}$
   $\Rightarrow U_e = \underline{20{,}21V}$

   Variante B: Berechnung über Co-Energie:
   $E_C = \frac{1}{2}\frac{\Theta^2}{R_{mag}} = \frac{N^2 I^2 \mu_0 A_{Fe}}{2d}$
   $F_{mag} = -\frac{\partial E_C}{\partial d} = \frac{N^2 I^2 \mu_0 A_{Fe}}{2d^2}$

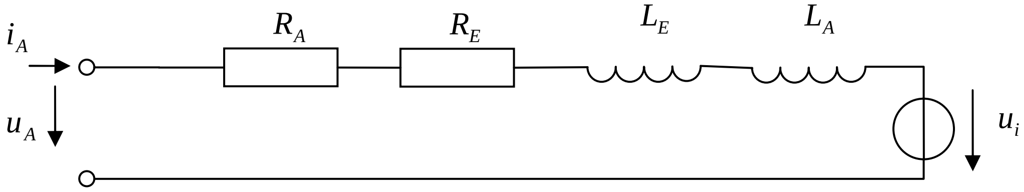
4. $U_a = \frac{1}{4}U_e = 5{,}06V$

5.



Aufgabe 5: Gleichstrommaschine

1. Ersatzschaltbild



2. Maschengleichung

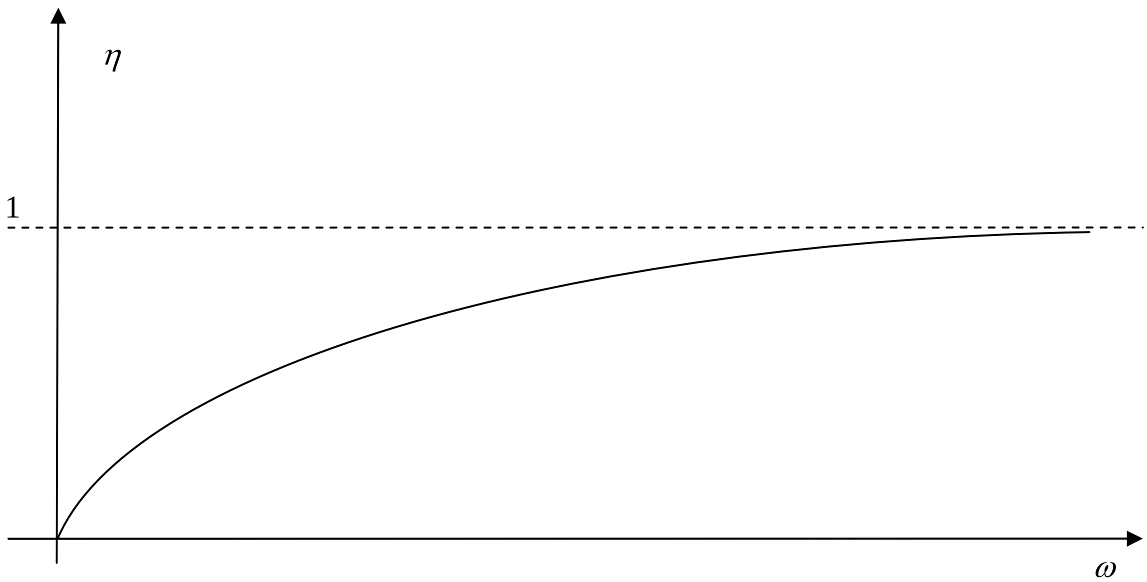
$$u_A = i_A\left(R_A + R_E\right) + \frac{di_A}{dt}\left(L_E + L_A\right) + u_i$$

3. $T_N = I_N^2 L_E' = 0{,}98Nm$; $\omega_N = \dfrac{U_N - I_N R}{L_E' I_N} = 1517{,}86\dfrac{rad}{s} \Rightarrow n_N = 14494{,}47\,\min^{-1}$

$$\eta = \frac{T_N \omega_N}{U_N I_N} = \frac{0{,}98Nm \cdot 1517{,}86\frac{rad}{s}}{230V \cdot 7A} = 92{,}39\%$$

4. $$\eta = \frac{U_i I_A}{U_i I_A + \left(R_A + R_E\right) I_A^2} = \frac{U_i}{U_i + \left(R_A + R_E\right) I_A} = \frac{\omega L_E' I_A}{\omega L_E' I_A + \left(R_A + R_E\right) I_A} = \frac{\omega L_E'}{\omega L_E' + \left(R_A + R_E\right)}$$

$\eta_{\max} \to 1$ bei $\omega_{\max} \to \infty$



5. Maschengleichung für den quasistationären Fall

$$\underline{U} = (R + L_E^{'}\omega) \cdot \underline{I} + j\omega_{el} L_E \cdot \underline{I}$$

6. $I = |\underline{I}| = \dfrac{|\underline{U}|}{|\underline{Z}|} = \dfrac{|\underline{U}|}{\left|(R + L_E^{'}\omega) + j\omega_{el} L_E\right|} = \dfrac{U}{\sqrt{(R + L_E^{'}\omega)^2 + (\omega_{el} L_E)^2}}$; *U, I* sind Effektivwerte

$$\omega = \frac{\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - (\omega_{el} L_E)^2} - R}{L_E'} = 1317{,}96 \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \Rightarrow n = 12585{,}57 \,\mathrm{min}^{-1}$$

7. mittleres Drehmoment

a) $\overline{T} = \bar{i}^2 L_E^{'} = I^2 L_E^{'} = \dfrac{U^2 L_E^{'}}{(R + L_E^{'}\omega)^2 + (\omega_{el} L)^2}$; $f_T = 2 f_{el} = 100\mathrm{Hz}$