

Musterlösung Grundlagen der Elektrotechnik B

17.08.2010

1. a) $u_L(t = 0^-) = 0 \text{ V}$

Die Spule ist nicht im Netzwerk angeschlossen und befindet sich im stationären Zustand.

b) $i_L(t = 0^-) = 0 \text{ A}$

Die Spule ist nicht im Netzwerk angeschlossen und befindet sich im stationären Zustand.

c) $u_C(t = 0^-) = U_0 = 20 \text{ V}$

Im stationären Zustand: $i_C(t = 0^-) = 0 \text{ A} \Rightarrow u_R(t = 0^-) = 0 \text{ V}$

Maschenregel: $u_C(t = 0^-) = U_0 - u_R(t = 0^-) = U_0$

d) $i_C(t = 0^-) = 0 \text{ A}$

Im stationären Zustand: $i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} = 0 \text{ A}$

2. a) $u_L(t = 0^+) = u_C(t = 0^+) = U_0 = 20 \text{ V}$

Maschenregel

b) $i_L(t = 0^+) = i_L(t = 0^-) = 0 \text{ A}$

Strom in Induktivität kann sich nicht sprunghaft ändern.

c) $u_C(t = 0^+) = u_C(t = 0^-) = U_0 = 20 \text{ V}$

Spannung über Kapazität kann sich nicht sprunghaft ändern.

d) $i_C(t = 0^+) = -i_L(t = 0^+) = 0 \text{ A}$

Knotenregel

3. a) $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

b) $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$

4. a) $\bar{u}_L = 0 \text{ V}$, sinusförmige Spannung

b) $\bar{i}_C = 0 \text{ A}$, sinusförmiger Strom

5. Bauteilgleichungen:

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \quad (1.1)$$

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} \quad (1.2)$$

Maschen- und Knotengleichungen:

$$u_C(t) = u_L(t) \quad (1.3)$$

$$i_C(t) = -i_L(t) \Leftrightarrow \frac{di_C(t)}{dt} = -\frac{di_L(t)}{dt} \quad (1.4)$$

Gl. (1.1) bis Gl. (1.4):

$$\begin{aligned} C \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} &= \frac{di_C(t)}{dt} = -\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{1}{L} u_L(t) = -\frac{1}{L} u_C(t) \\ \Leftrightarrow \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C(t) &= 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

6. a)

$$u_C(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) \quad (1.6)$$

b)

$$u_C(t=0^+) = u_C(t=0^-) = U_0 = 20 \text{ V} \quad (1.7)$$

$$\frac{du_C(t)}{dt}(t=0^+) = \frac{1}{C} i_C(t=0^+) = 0 \quad (1.8)$$

c)

$$u_C(t=0^+) = A \cos(0) + B \sin(0) = A = U_0 \quad (1.9)$$

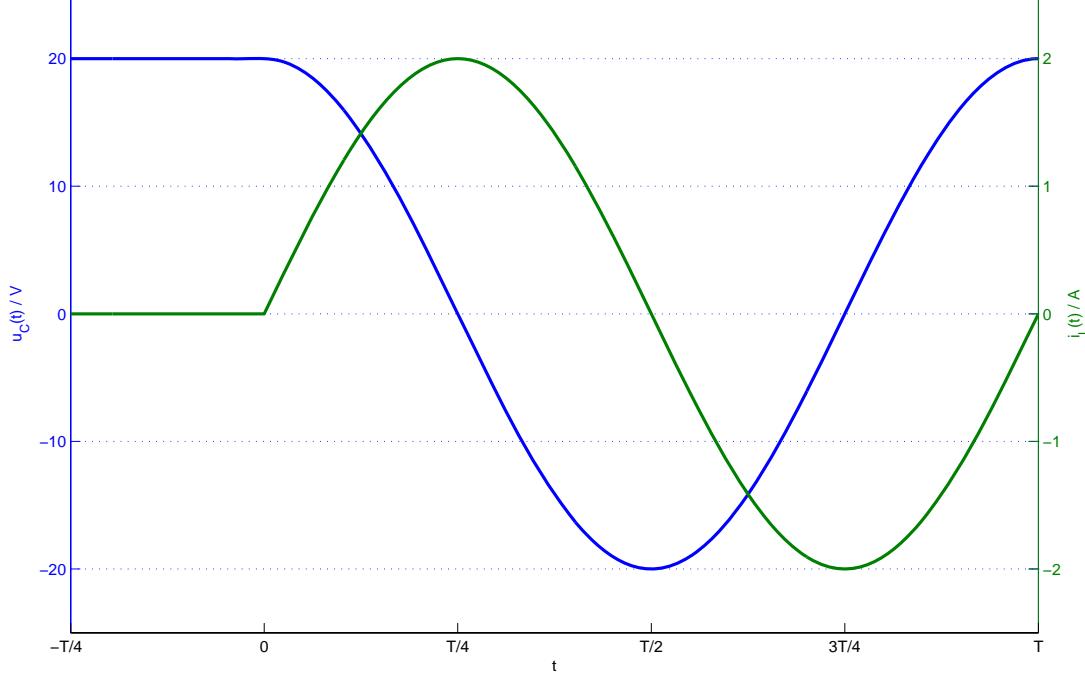
$$\frac{du_C(t)}{dt}(t=0^+) = -A\omega_0 \sin(0) + B\omega_0 \cos(0) = B\omega_0 = 0 \quad (1.10)$$

$$\Leftrightarrow B = 0 \text{ V}$$

Gl. (1.9) und (1.10):

$$u_C(t) = U_0 \cos(\omega_0 t) = 20 \text{ V} \cos(\omega_0 t) \quad (1.11)$$

7.



8. a)

$$U_C = \frac{\hat{u}_C}{\sqrt{2}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 14,14 \text{ V} \quad (1.12)$$

b)

$$\frac{1}{2} C \hat{u}_C^2 = \frac{1}{2} L \hat{i}_L^2 \Rightarrow \hat{i}_L = \sqrt{\frac{C}{L}} \hat{u}_C = 2 \text{ A}$$

$$I_L = \frac{\hat{i}_L}{\sqrt{2}} = 1,414 \text{ A} \quad (1.13)$$

1.

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_1}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_1}}}{R_1 + j\omega L_1 + \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_1}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_1}}} \quad (2.1)$$

$$= \frac{R_2}{R_2 + R_1 + j\omega(R_1 R_2 C_1 + L_1) - R_2 C_1 L_1 \omega^2} \quad (2.2)$$

$$= \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}{1 + j\omega \frac{R_1 R_2 C_1 + L_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_2 C_1 L_1}{R_1 + R_2} \omega^2} \quad (2.3)$$

$$H_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10\Omega}{11\Omega} \approx 0,909 \quad (2.4)$$

$$\omega_0^2 = \frac{R_1 + R_2}{R_2 C_1 L_1} = \frac{1\Omega + 10\Omega}{10\Omega \cdot 100uF \cdot 50mH} = 220000s^{-2} \quad (2.5)$$

$$\omega \approx 469s^{-1} \quad (2.6)$$

$$\frac{2d}{\omega_0} = \frac{R_1 R_2 C_1 + L_1}{R_1 + R_2} = \frac{1\Omega \cdot 10\Omega \cdot 100uF + 50mH}{1\Omega + 10\Omega} = 4,636s \quad (2.7)$$

$$d = 1,087 \quad (2.8)$$

2.

$$\underline{Z} = R_1 + j\omega L_1 + \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_1}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_1}} \quad (2.9)$$

$$= R_1 + \frac{R_2}{1 + \omega^2 R_2^2 C_1^2} + j \left(\omega L_1 - \frac{\omega R_2^2 C_1}{1 + \omega^2 R_2^2 C_1^2} \right) \quad (2.10)$$

3.

$$\omega = 2\pi f = 314s^{-1} \quad (2.11)$$

$$\underline{Z} = 1\Omega + \frac{10\Omega}{1\Omega + (314s^{-1})^2 \cdot (10\Omega)^2 \cdot (100uF)^2} \quad (2.12)$$

$$+ j \left(314s^{-1} \cdot 50mH - \frac{314s^{-1} \cdot (10\Omega)^2 \cdot 100uF}{1 + (314s^{-1})^2 \cdot (10\Omega)^2 \cdot (100uF)^2} \right) \quad (2.13)$$

$$= 10,103\Omega + j12,842\Omega \quad (2.14)$$

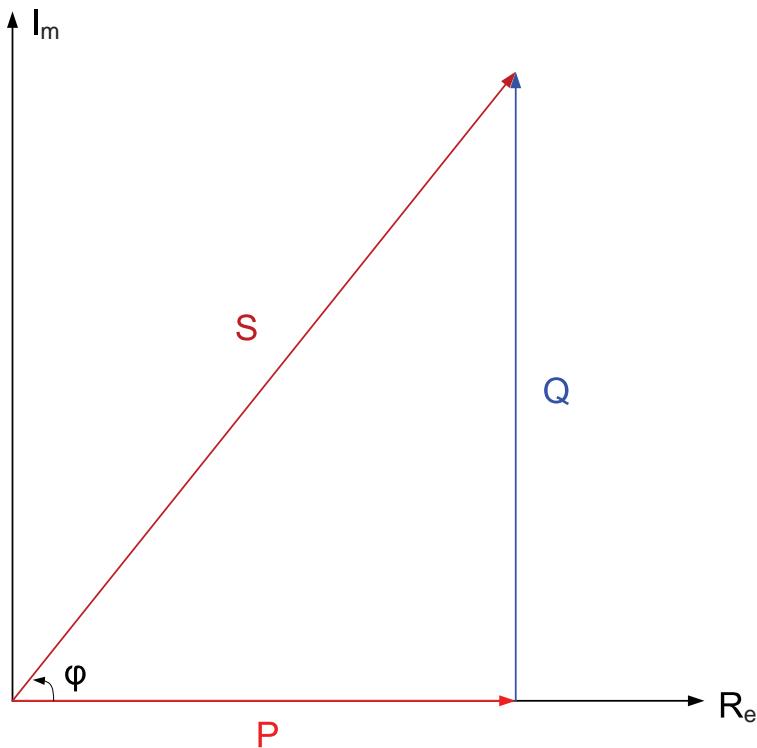
$$|\underline{Z}| = \sqrt{10,103^2 + 12,842^2} \approx 16,34 \quad (2.15)$$

$$\angle \underline{Z} = \text{ArcTan} \left(\frac{12,842\Omega}{10,103\Omega} \right) \approx 0,904 \text{ rad} \approx 51,8^\circ \quad (2.16)$$

4.

$$\underline{I}_e = \frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}} = \frac{230V}{16,34\Omega \cdot e^{j51,8^\circ}} \approx 14,076 \cdot e^{-j51,8^\circ} \quad (2.17)$$

$$\varphi = \varphi_{\underline{U}_e} - \varphi_{\underline{I}_e} = 51,8^\circ \quad (2.18)$$



5.

$$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) = 230V \cdot 14,076A \cdot \cos(51,8^\circ) \approx 2002,07W \quad (2.19)$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\varphi) = 230V \cdot 14,076A \cdot \sin(51,8^\circ) \approx 2544,17VA \quad (2.20)$$

$$S = U \cdot I = 230V \cdot 14,076A \approx 3237,45VA \quad (2.21)$$

6.

$$Z = 10,103\Omega + j \cdot 12,842\Omega + \frac{1}{j\omega C_2} = 10,103\Omega \quad (2.22)$$

Der Kondensator sollte ausgewählt werden.

$$C_2 = \frac{1}{\omega \cdot 12,842\Omega} \approx 248\mu F \quad (2.23)$$

1.

$$N_1 = \frac{\hat{U}_1}{\omega \hat{B} A_{Fe}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 230V}{2\pi \cdot 50Hz \cdot 0,8T \cdot 6cm^2} = 2157 \quad (3.1)$$

$$N_2 = \frac{\hat{U}_2}{\omega \hat{B} A_{Fe}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 12V}{2\pi \cdot 50Hz \cdot 0,8T \cdot 6cm^2} = 113 \quad (3.2)$$

2.

$$R_{Fe} = \frac{l_{Fe}}{A_{Fe} \frac{\hat{B}}{H}} = \frac{30cm}{6cm^2 \frac{0,8T}{200 \frac{kA}{m}}} = 125 \frac{kA}{Vs} \quad (3.3)$$

$$L_1 = \frac{N_1^2}{R_{Fe}} = \frac{2157^2}{125 \frac{kA}{Vs}} = 37,2H \quad (3.4)$$

$$L_2 = \frac{N_2^2}{R_{Fe}} = \frac{113^2}{125 \frac{kA}{Vs}} = 104mH \quad (3.5)$$

3.

$$I_\mu = \frac{U_1}{\omega L_2} = \frac{12V}{2\pi \cdot 50Hz \cdot 104mH} = 367mA \quad (3.6)$$

4.

$$I_2 = \left| \frac{U_2}{\frac{1}{R} + j\omega C} \right| = 12V \sqrt{\left(\frac{1}{10\Omega} \right)^2 + (2\pi \cdot 50Hz \cdot 250\mu F)^2} = 1,53A \quad (3.7)$$

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} \cdot \left| \frac{U_2}{\frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L_2}} \right| \quad (3.8)$$

$$= \frac{113}{2157} \cdot 12V \sqrt{\left(\frac{1}{10\Omega} \right)^2 + \left(2\pi \cdot 50Hz \cdot 250\mu F - \frac{1}{2\pi \cdot 50Hz \cdot 104mH} \right)^2} \quad (3.9)$$

$$= 69,7mA \quad (3.10)$$

5. Rechnungen bezogen auf die Sekundärseite! Strom durch Kapazität und Hauptinduktivität heben sich gegenseitig auf, wenn f der Resonanzfrequenz entspricht.

$$\omega^2 L_2 C = 1 \quad (3.11)$$

$$L_2 = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{(2\pi \cdot 50Hz)^2 \cdot 250\mu F} = 40,53mH \quad (3.12)$$

$$R_{magn} = \frac{N_2^2}{L_2} = \frac{113^2}{40,53mH} = 315 \frac{kA}{Vs} \quad (3.13)$$

$$R_L = R_{magn} - R_{Fe} = 315 \frac{kA}{Vs} - 125 \frac{kA}{Vs} = 190 \frac{kA}{Vs} \quad (3.14)$$

$$l_L = R_L A_{Fe} \mu_0 = 190 \frac{kA}{Vs} \cdot 6cm^2 \cdot 4\pi 10^{-7} \frac{Vs}{Am} = 143\mu m \quad (3.15)$$

1.

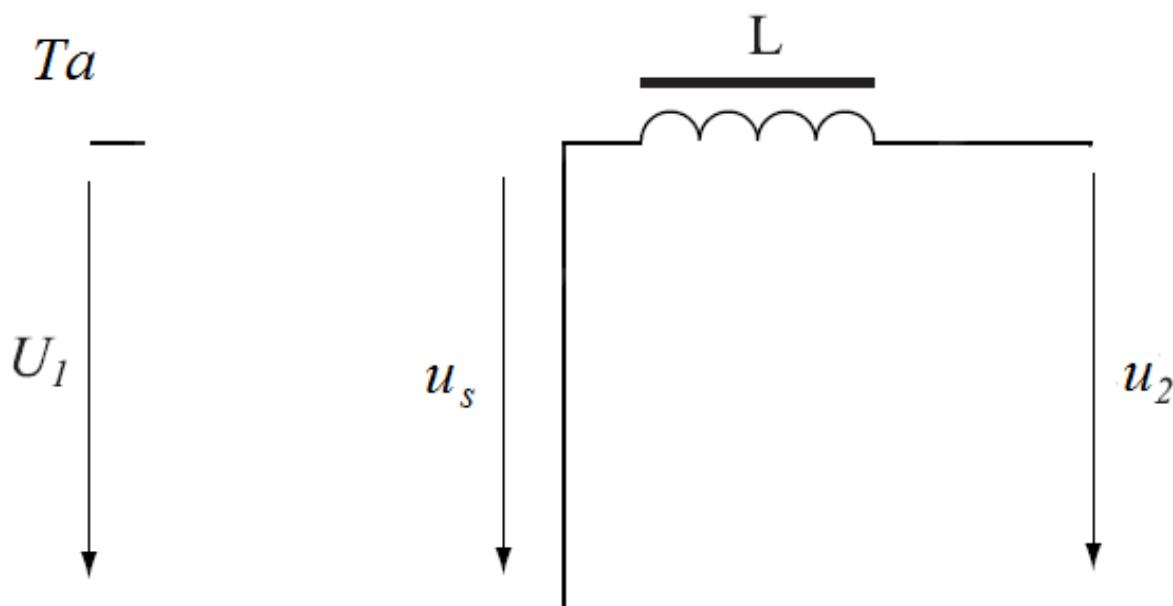
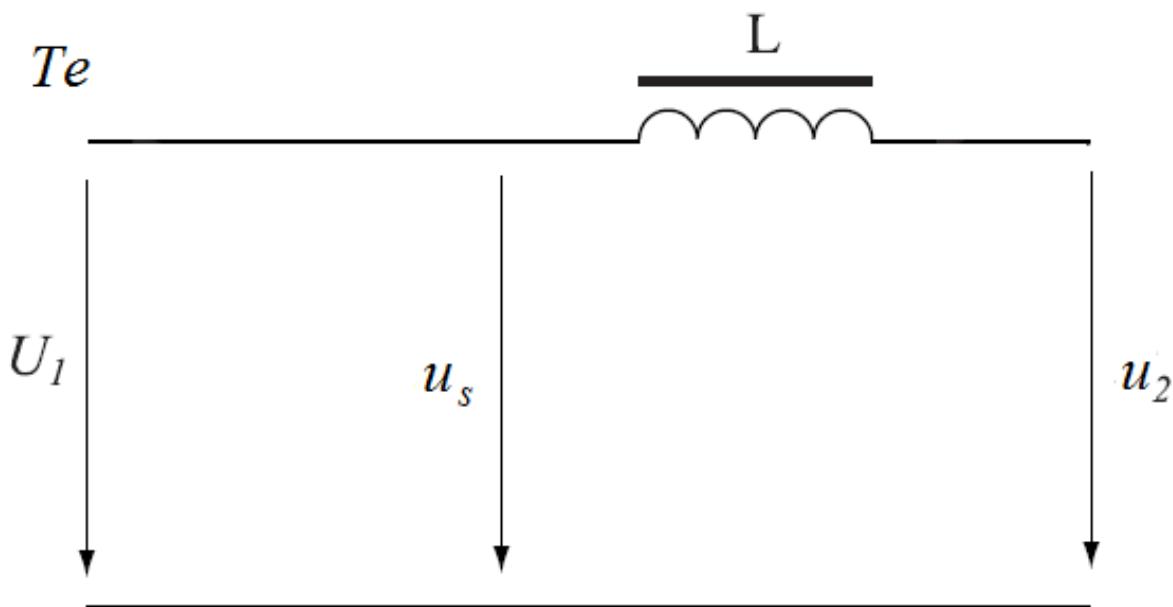


Abbildung 4.1

$$2. D = \frac{U_2}{U_1} \Rightarrow U_2 = D \cdot U_1 = 0,25 \cdot 12V = 3V$$

$$3. P_{Nenn} = I_{2Nenn} \cdot U_2 \Leftrightarrow I_{2Nenn} = \frac{P_{Nenn}}{U_2} = \frac{30W}{3V} = 10A$$

$$4. \Delta i_L = i_{Lmax} - i_{Lmin} = 2(i_{Lmax} - \bar{i}_2) = \frac{D(1-D)T_s \cdot U_1}{L}$$

$$f_s = \frac{1}{T_s} \Leftrightarrow T_s = \frac{1}{f_s}$$

$$(i_{Lmax} - \bar{i}_2) = \frac{D(1-D)U_1}{L \cdot f_s} \Leftrightarrow f_s = \frac{D(1-D)U_1}{2 \cdot L(i_{Lmax} - \bar{i}_2)} = \frac{0,25(1-0,25)12V}{2 \cdot 15\mu F(13A-10A)} = 25kHz$$

5.

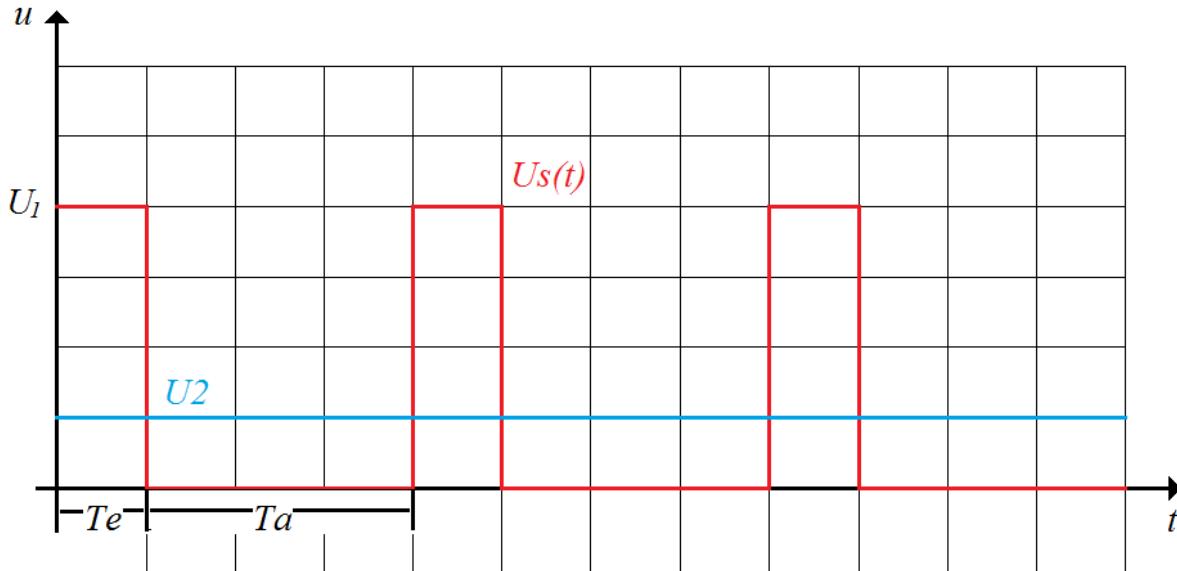


Abbildung 4.2

6.

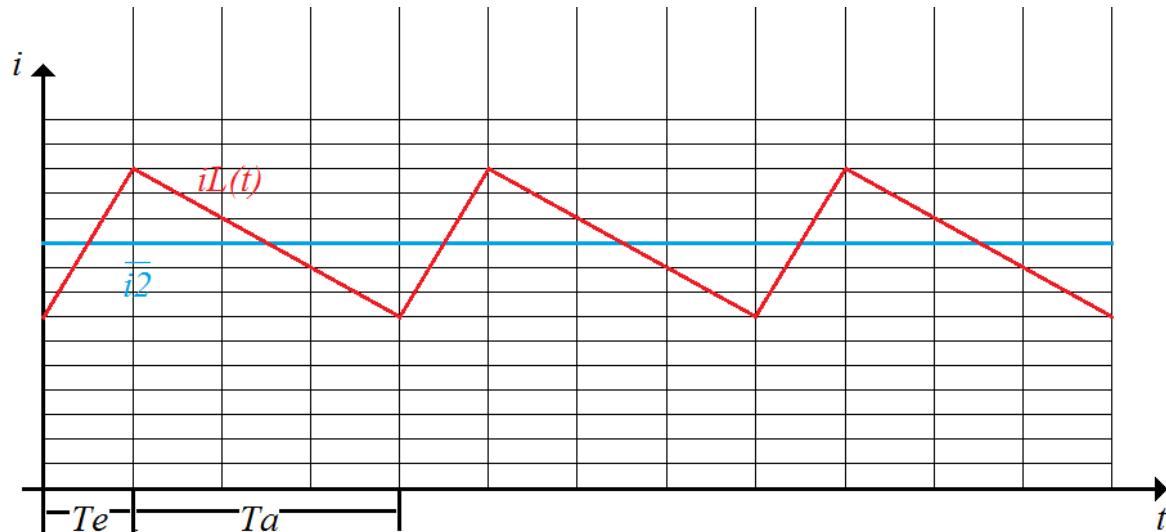
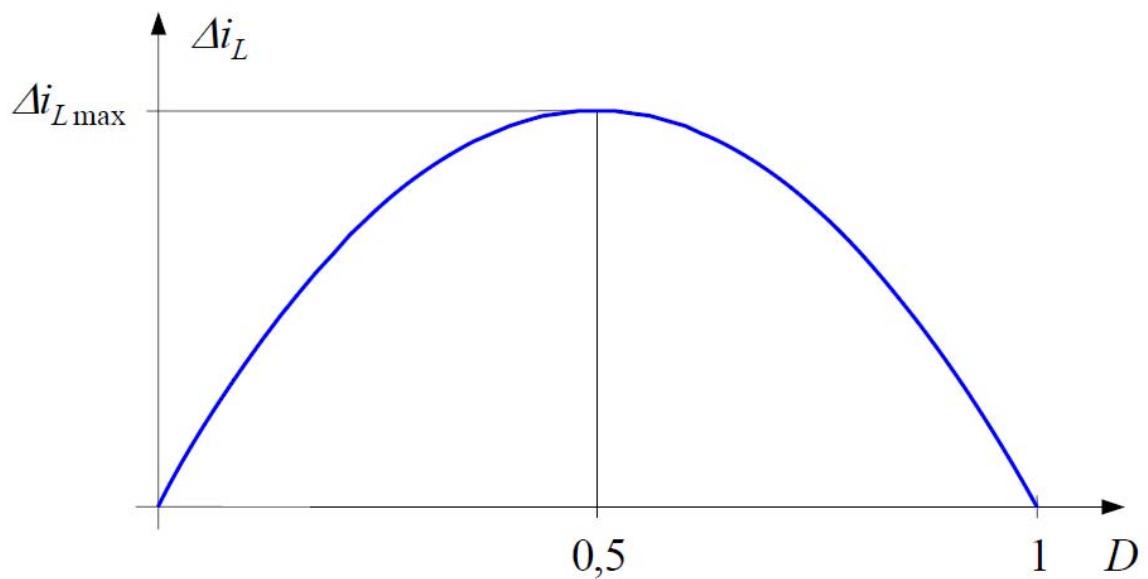


Abbildung 4.3

$$7. \Delta i_L(t) = \frac{D(1-D)U_1 \cdot T_s}{L}$$

$$\dot{\Delta i_L}(t) = (1-2D) \frac{T_s \cdot U_1}{L}$$

$$\dot{\Delta i_L}(t) = 0 \Rightarrow D = 0,5$$



8.

Abbildung 4.4

1. Anlaufdrehmoment T_{Anlauf} :

$$T_{\text{Anlauf}} = \psi'_E \cdot I_{A \text{ Anlauf}} = \frac{L'_E \cdot U_{EN}}{R_E} \cdot \frac{U_{AN}}{R_A} = \frac{0,1H \cdot 20V}{5\Omega} \cdot \frac{200V}{1\Omega} = 80 \text{ Nm}$$

Leerlaufkreisfrequenz ω_{0N} :

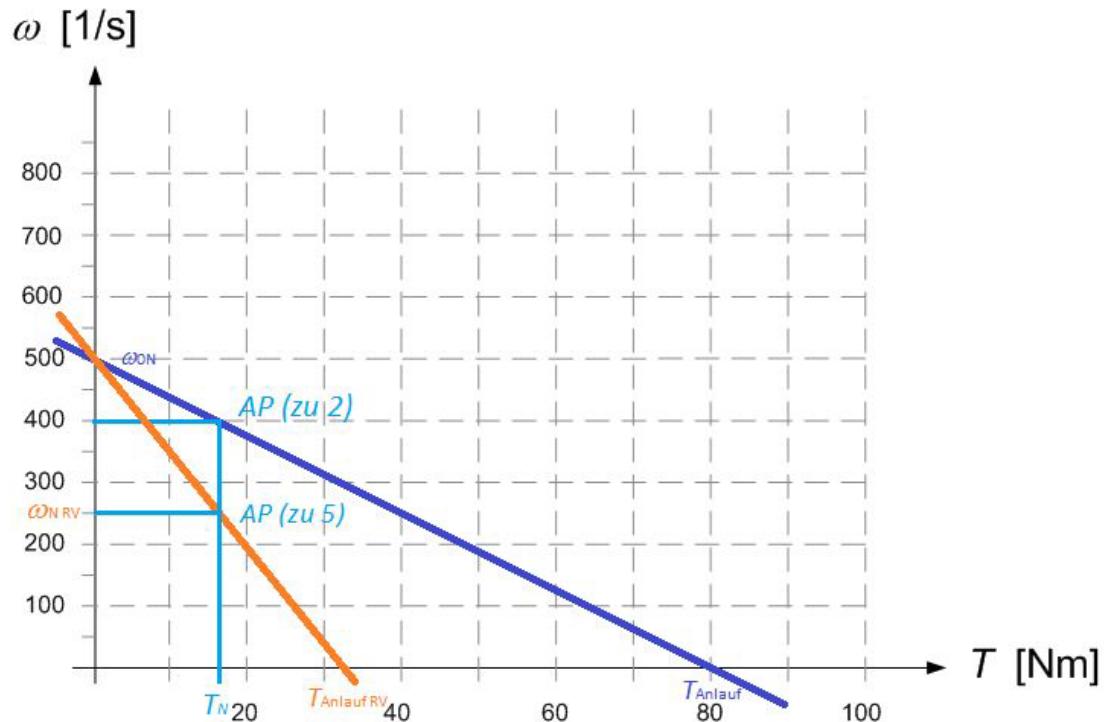
$$\omega_{0N} = \frac{U_{AN}}{\psi'_E} = \frac{U_{AN} \cdot R_E}{L'_E \cdot U_{EN}} = \frac{200V \cdot 5\Omega}{0,1H \cdot 20V} = 500 \frac{1}{s}$$

Nenndrehmoment T_N :

$$T_N = \psi'_E \cdot I_{AN} = \frac{L'_E \cdot U_{EN}}{R_E} \cdot I_{AN} = \frac{0,1H \cdot 20V}{5\Omega} \cdot 40 \text{ A} = 16 \text{ Nm}$$

2. Konstruktion der Kennlinie:

Die violette Kennlinie repräsentiert die Lösung zu Teilaufgabe 2)



3. Elektrische Nennleistung P_{elN} :

$$P_{\text{elN}} = U_{\text{AN}} \cdot I_{\text{AN}} + \frac{U_{\text{EN}}^2}{R_E} = 200 \text{ V} \cdot 40 \text{ A} + \frac{400 \text{ V}^2}{5 \Omega} = 8080 \text{ W} = 8,08 \text{ kW}$$

Mechanische Nennleistung P_{mN} :

$$P_{\text{mN}} = T_N \cdot \omega_N = 16 \text{ Nm} \cdot 400 \frac{1}{\text{s}} = 6400 \text{ W} = 6,4 \text{ kW}$$

Nennwirkungsgrad η_N :

$$\eta_N = \frac{P_{\text{mN}}}{P_{\text{elN}}} = \frac{6,4 \text{ kW}}{8,08 \text{ kW}} = 0,792 \Rightarrow 79,2\%$$

4. Dimensionierung eines Vorwiderstands R_V :

$$R_V = \frac{U_{\text{AN}}}{2 \cdot I_{\text{AN}}} - R_A = \frac{200 \text{ V}}{2 \cdot 40 \text{ A}} - 1 \Omega = 1,5 \Omega$$

5. Anlaufdrehmoment $T_{\text{Anlauf RV}}$ mit Vorwiderstand:

$$T_{\text{Anlauf RV}} = \psi'_E \cdot I_{\text{A Anlauf RV}} = \frac{L'_E \cdot U_{\text{EN}}}{R_E} \cdot \frac{U_{\text{AN}}}{R_A + R_V} = \frac{0,1 \text{ H} \cdot 20 \text{ V}}{5 \Omega} \cdot \frac{200 \text{ V}}{2,5 \Omega} = 32 \text{ Nm}$$

Kreisfrequenz $\omega_{\text{N RV}}$ mit Vorwiderstand:

$$\omega_{\text{N RV}} = \frac{U_i}{\psi'_E} = \frac{U_{\text{AN}} - (R_A + R_V) \cdot I_{\text{AN}}}{(L'_E \cdot U_{\text{EN}})/R_E} = \frac{200 \text{ V} - (2,5 \Omega) \cdot 40 \text{ A}}{0,4 \text{ Vs}} = 250 \frac{1}{\text{s}}$$

Die orange Kennlinie repräsentiert die Lösung zu Teilaufgabe 5)

6. Neuer Wert für die Ankerspannung U_A :

$$U_A = (R_A + R_V) \cdot I_{\text{AN}} + \psi'_E \cdot \omega_N = 2,5 \Omega \cdot 40 \text{ A} + \frac{0,1 \text{ H} \cdot 20 \text{ V}}{5 \Omega} \cdot 400 \frac{1}{\text{s}} = 260 \text{ V}$$

Neuer Anlaufstrom und neues Anlaufdrehmoment:

$$I_{\text{A Anlauf}} = \frac{260 \text{ V}}{2,5 \Omega} = 104 \text{ A} \quad T_{\text{Anlauf}} = 0,4 \text{ Vs} \cdot 104 \text{ A} = 41,6 \text{ Nm}$$