Fachgebiet Leistungselektronik und Elektrische Antriebstechnik
Prof. Dr.-Ing. Joachim Böcker

Musterloesung
Klausur Grundlagen der Elektrotechnik B

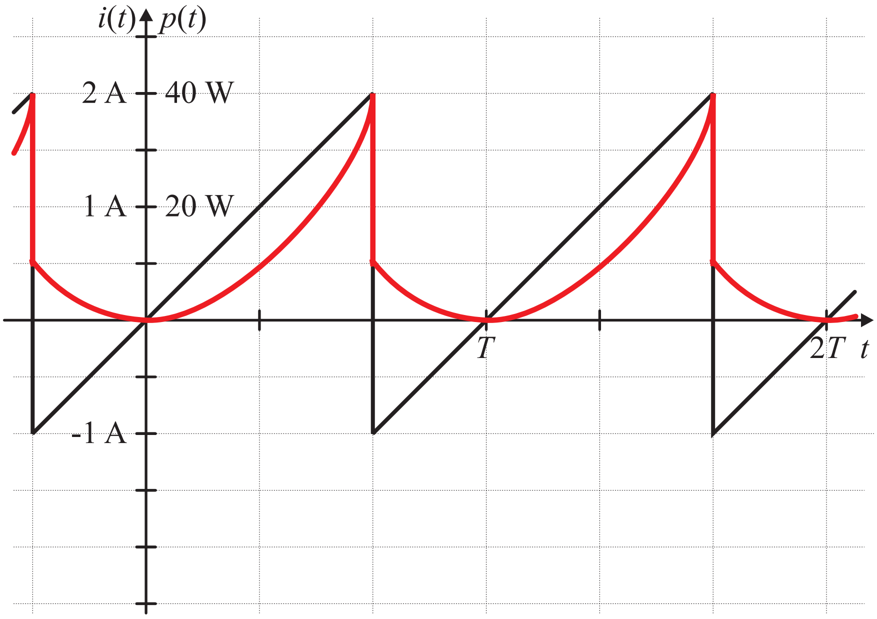
28.08.2006

Aufgabe 1: Effektivwert, Mittelwert und Leistung (10 Punkte)

1.
$$
\begin{aligned}
I^2 &= \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_{-T/3}^{\frac{2}{3}T}\left(\frac{3A}{T}t\right)^2\,\mathrm{d}t \\
&= \frac{1}{T}\left[\frac{9\,\mathrm{A}^2}{T^2}\frac{t^3}{3}\right]_{-\frac{T}{3}}^{\frac{2}{3}T} = \frac{3\,\mathrm{A}^2}{T^3}\left[\frac{8}{27}T^3+\frac{1}{27}T^3\right] = 3\,\mathrm{A}^2\cdot\frac{9}{27} = 1\,\mathrm{A}^2 \\
\Rightarrow I &= 1\,\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

2. $\overline{i(t)} = 0{,}5\,\mathrm{A}$, da das Signal symmetrisch um $0{,}5\,\mathrm{A}$ ist.

3. $p(t) = Ri^2(t) \quad \Rightarrow$ linearer Stromverlauf $\Leftrightarrow$ quadratischer Leistungsverlauf:



4. $P = \overline{p(t)} = RI^2 = 10\,\Omega\cdot(1\,\mathrm{A})^2 = 10\,\mathrm{W}$

Aufgabe 2: Schwingkreis **(22 Punkte)**

1. a) $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

   b) $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$

2. a) $i(t = 0^+) = i(t = 0^-) = 0\,\mathrm{A}$
   (Strom in Induktivität kann sich nicht sprunghaft ändern),

   b) $u_C(t = 0^+) = u_C(t = 0^-) = 0\,\mathrm{V}$
   (Spannung über Kapazität kann sich nicht sprunghaft ändern),

   c) $u_L(t = 0^+) = U_0$ (Maschenumlauf).

3. a) $\bar{i} = 0\,\mathrm{A}$
   (durch Kapazität darf im Mittel kein Strom fließen, sonst: $u_c = {}^1\!/_C \int i_c\,\mathrm{d}t \to \pm\infty$),

   b) $\overline{u_L} = 0\,\mathrm{V}$
   (über Induktivität darf im Mittel keine Spannung anliegen,
   sonst: $i_L = {}^1\!/_L \int u_L\,\mathrm{d}t \to \pm\infty$),

   c) $\overline{u_C} = U_0$ (Maschenumlauf).

4.
$$U_0 = u_c(t) + u_L(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,\mathrm{d}t + \underbrace{u_C(t=0)}_{=0\,\mathrm{V}} + L\dot{i}(t) \quad \Big| \frac{d}{\mathrm{d}t}$$

$$\Leftrightarrow 0 = \frac{1}{C} i(t) + L\ddot{i}(t)$$
$$\Leftrightarrow 0 = \ddot{i}(t) + \frac{1}{LC} i(t)$$

5. a) $i(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$

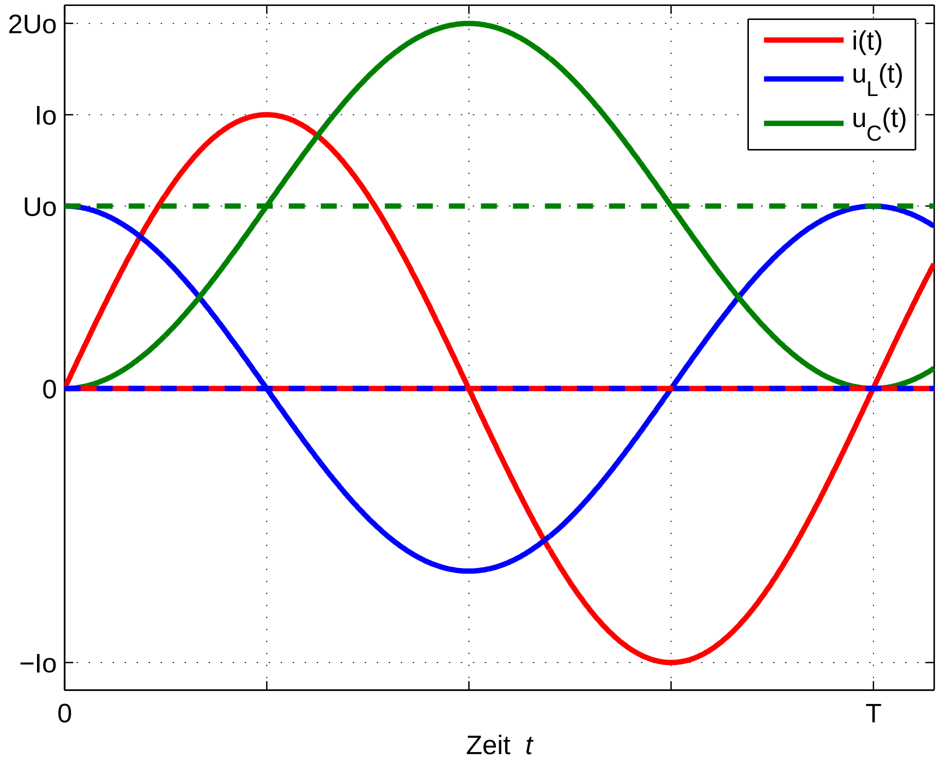
   b) $i(0^+) = 0\,\mathrm{A} = A\underbrace{\cos(0)}_{=1} + B\underbrace{\sin(0)}_{=0} = A \quad \Leftrightarrow A = 0$

$$u_L(0^+) = U_0 = L\dot{i}(t = 0^+) = L\Big(-A\omega_0\underbrace{\sin(0)}_{=0} + B\omega_0\underbrace{\cos(0)}_{=1}\Big) = LB\omega_0$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{U_0}{\omega_0 L}$$

$$\Rightarrow i(t) = \frac{U_0}{\omega_0 L}\sin(\omega_0 t) = \frac{U_0}{\sqrt{L/C}}\sin(\omega_0 t) = \frac{U_0}{Z_0}\sin(\omega_0 t)$$

6. Aus den Start- und Mittelwerten ergibt sich:



Aufgabe 3: Übertragungsfunktion, komplexe Wechselstromrechnung (20 Pkt.)

1. $$\underline{H}(\mathrm{j}\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R}{R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} = \frac{\mathrm{j}\omega RC}{1 + \mathrm{j}\omega RC} = \frac{(\omega RC)^2 + \mathrm{j}\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}$$
$$= \frac{(\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2} + \frac{\mathrm{j}\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}$$

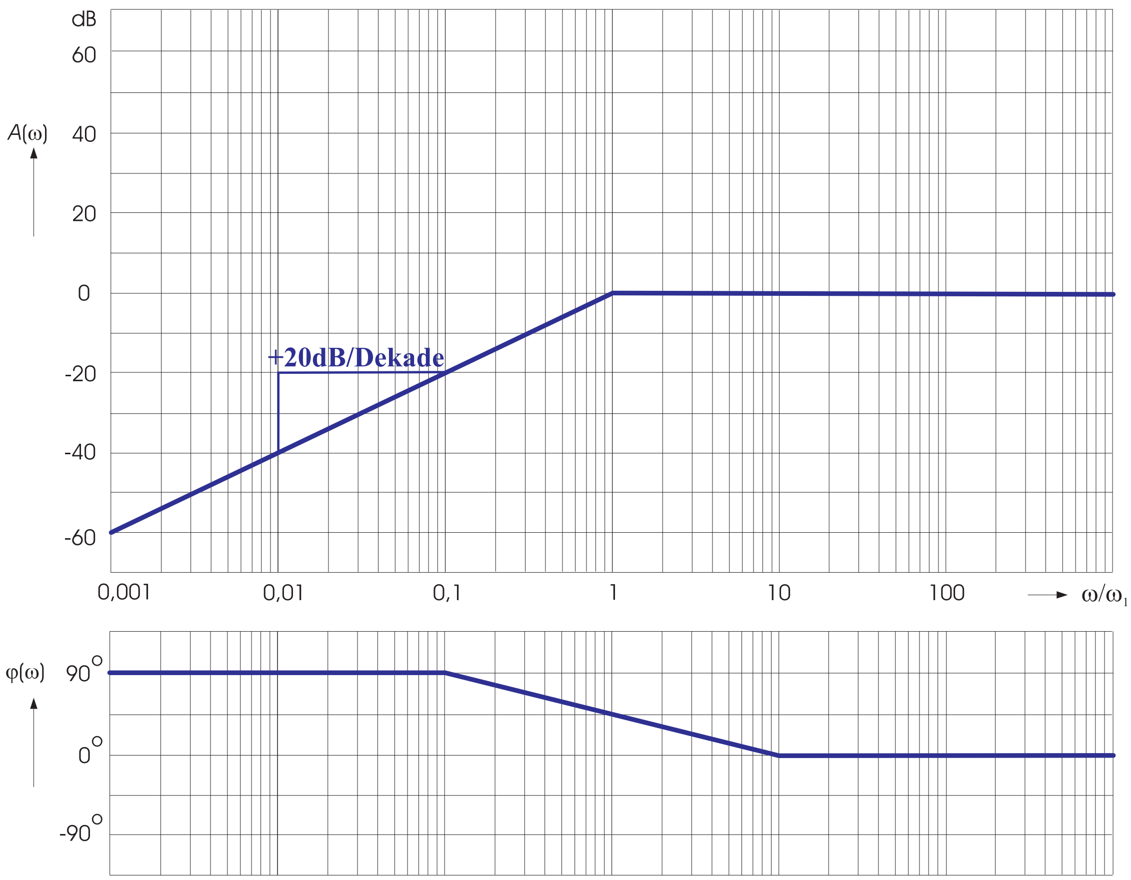
2. $$|\mathrm{Re}\{\underline{H}(\mathrm{j}\omega_1)\}| = |\mathrm{Im}\{\underline{H}(\mathrm{j}\omega_1)\}| \quad \Leftrightarrow \quad (\omega_1 RC)^2 = \omega_1 RC \quad \Leftrightarrow \quad \omega_1 = \frac{1}{RC}$$

3. $$|\underline{H}(\mathrm{j}\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$
$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{1}{\omega RC}$$

4. $\omega \ll \omega_1 \quad \Leftrightarrow \quad \omega RC \ll 1$:
$$|\underline{H}(\mathrm{j}\omega)| \approx \frac{\omega RC}{\sqrt{1}} = \omega RC$$
$A(\omega) \approx 20\,\mathrm{dB}\,\lg(\omega RC) \quad \Rightarrow$ Anstieg mit +20 dB/Dekade
$\varphi(\omega) \approx 90°$

$\omega \gg \omega_1 \quad \Leftrightarrow \quad \omega RC \gg 1$:
$$|\underline{H}(\mathrm{j}\omega)| \approx \frac{\omega RC}{\sqrt{(\omega RC)^2}} = 1$$
$A(\omega) \approx 20\,\mathrm{dB}\,\lg 1 = 0$
$\varphi(\omega) \approx 0°$

5.



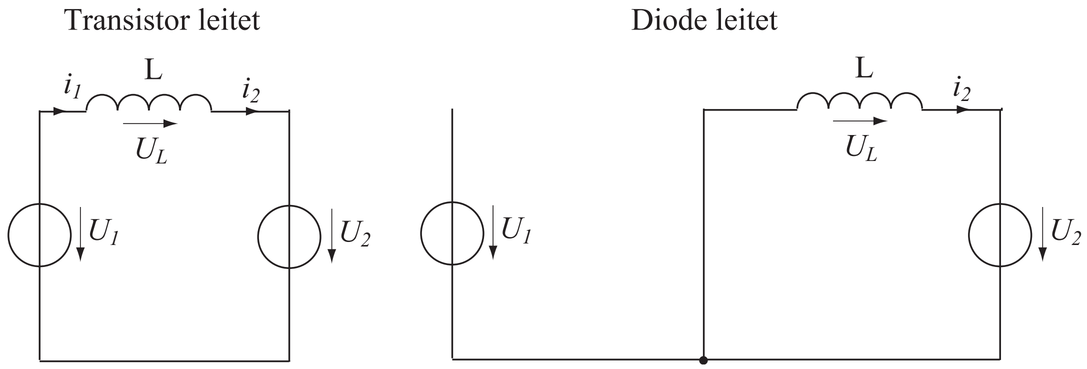
6. Hochpass 1. Ordnung

7. $\underline{U}_1 = 100\,\mathrm{V}\mathrm{e}^{\mathrm{j}0^\circ}$; $\quad \underline{U}_2 = \frac{100}{\sqrt{2}}\,\mathrm{V}\mathrm{e}^{+\mathrm{j}(360^\circ/8)} = \frac{100}{\sqrt{2}}\,\mathrm{V}\mathrm{e}^{\mathrm{j}45^\circ}$; $\quad f = \frac{1}{8\,\mathrm{ms}} = 125\,\mathrm{Hz}$

8. Aus Aufgabenpunkt 3 mit $\omega = 2\pi \cdot 125\,\mathrm{Hz}$ und aus Aufgabenpunkt 7:
   $\varphi(\omega = 2\pi \cdot 125\,\mathrm{Hz}) = +45^\circ$ und $|\underline{H}(\mathrm{j}\omega = 2\pi \cdot 125\,\mathrm{Hz})| = \underline{U}_2/\underline{U}_1 = 1/\sqrt{2}$:
   $\varphi(\omega) = \arctan \frac{1}{\omega RC} = 45^\circ \quad \Leftrightarrow \quad C = \frac{1}{\omega R \tan(45^\circ)} = \frac{1}{2\pi 125\,\mathrm{Hz} \cdot 100\,\Omega \cdot 1} =$
   $12{,}732\,\mu\mathrm{F}$
   oder
   $|\underline{H}(\mathrm{j}\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \Leftrightarrow \quad C = \frac{1}{\omega R} = \frac{1}{2\pi 125\,\mathrm{Hz} \cdot 100\,\Omega} = 12{,}732\,\mu\mathrm{F}$

Aufgabe 4: Gleichstromsteller

1. Zeichnen Sie die Ersatzschaltbilder für die beiden Schaltzustände des Transistors T.



2. Stellen Sie die Maschengleichungen für beide Schaltzustände des Transistors auf.

$$\text{Transistor leitet: } U_L = U_1 - U_2$$

$$\text{Diode leitet: } U_L = -U_2$$

3. Leiten Sie allgemein für den stationären Zustand das Tastverhältnis D her und bestimmen Sie den Zahlenwert für die angegebenen Spannungen. Geben Sie die Einschaltzeitdauer T_e und die Ausschaltzeitdauer T_a an.

$$\text{Stationärer Zustand: } \Delta i_{Lein} = -\Delta i_{Laus}$$

unter der Annahme, dass i_L linear ansteigt und abfällt:

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} \approx L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta i_L = \frac{U_L}{L} \cdot \Delta t$$

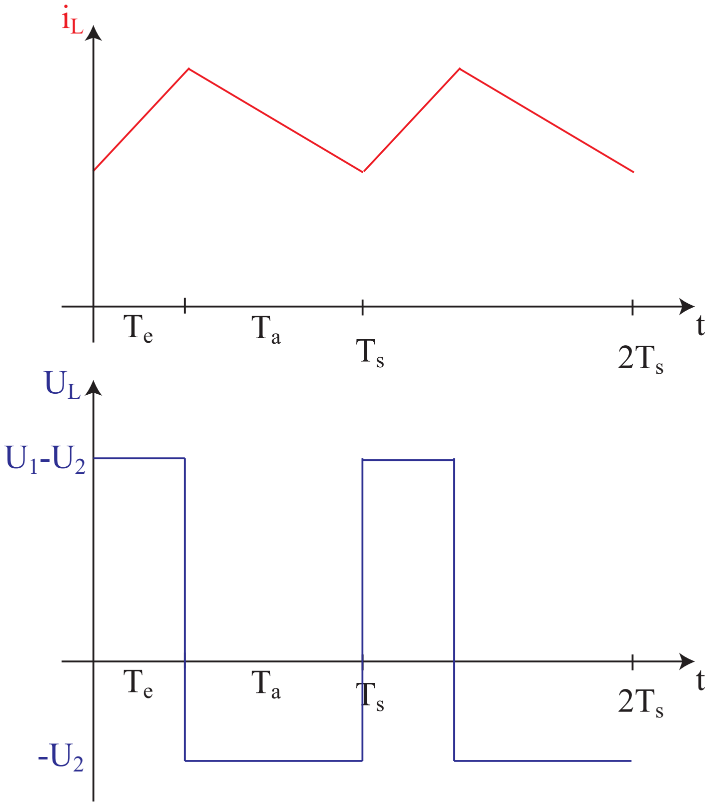
$$\text{Transistor leitet für } \Delta t = T_e = D \cdot T_s \text{ mit: } \Delta i_{Le} = \frac{U_1 - U_2}{L} \cdot D \cdot T_s$$

$$\text{Transistor sperrt für } \Delta t = T_a = (1 - D) \cdot T_s \text{ mit: } \Delta i_{La} = \frac{-U_2}{L} \cdot (1 - D) \cdot T_s$$

$$\Delta i_{Le} = -\Delta i_{La} \Rightarrow \frac{U_1 - U_2}{L} \cdot D \cdot T_s = \frac{U_2}{L} \cdot (1 - D) \cdot T_s$$

$$D = \frac{U_2}{U_1} = \frac{4,5V}{13,5V} = \frac{1}{3};\ T_s = 10\mu s;\ T_e = 3,33\mu s;\ T_a = 6,67\mu s$$

4. Zeichnen Sie qualitativ die Spannungs- und Stromverläufe an der Induktivität L für den stationären Zustand. Geben Sie die maximalen und minimalen Spannungswerte an und kennzeichnen Sie diese im Diagramm.



5. Berechnen Sie die Stromschwankungsbreite Δi_L des Spulenstromes für das Tastverhältnis D aus Aufgabenpunkt 3. Bei welchem Laststrom $I_{2,\,Lueck}$ liegt die Lückgrenze?

$$\Delta i_{Le} = \frac{U_1 - U_2}{L} \cdot D \cdot T_s = 3A;\ I_{2,\,Lueck} = \frac{1}{2} \cdot \Delta i_L = 1,5A$$

Im Folgenden sei die Eingangsspannung U_1 konstant, die Ausgangsspannung U_2 soll aber mit dem Tastverhältnis verändert werden.

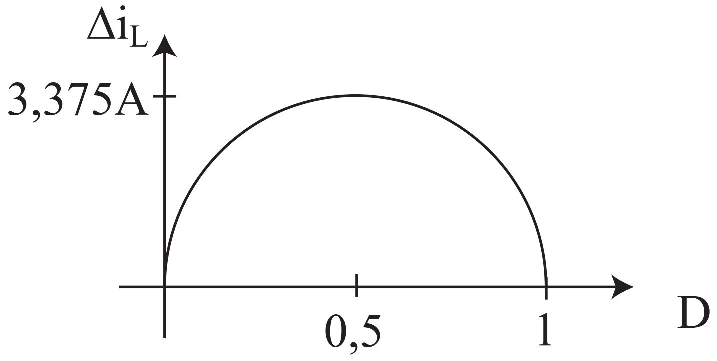
6. Leiten Sie allgemein den Zusammenhang zwischen der Stromschwankungsbreite Δi_L und dem Tastverhältnis D her.

$$\Delta i_{Le} = \frac{U_1 - U_1 \cdot D}{L} \cdot D \cdot T_s = \frac{U_1 \cdot T_s}{L} \cdot (1-D) \cdot D = \frac{U_1 \cdot T_s}{L} \cdot (D - D^2)$$

7. Bei welchem Tastverhältnis D wird die Stromschwankungsbreite Δi_L maximal? Wie groß ist diese Stromschwankungsbreite $\Delta i_{L,\,max}$ für die oben angegebenen Parameter?

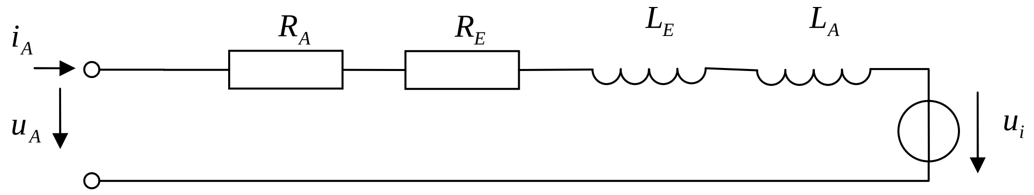
$$\frac{\delta \Delta i_L}{\delta D} = 0 \Rightarrow D = 0,5;\ \frac{\delta^2 \Delta i_L}{\delta D^2} < 0 \Rightarrow Maximum;\ \Delta i_{L,\,max} = 3,375A$$

8. Skizzieren Sie den Verlauf der Stromschwankungsbreite Δi_L in Abhängigkeit des Tastverhältnisses D.



Aufgabe 5: Gleichstrommaschine

1. Ersatzschaltbild



2. Maschengleichung

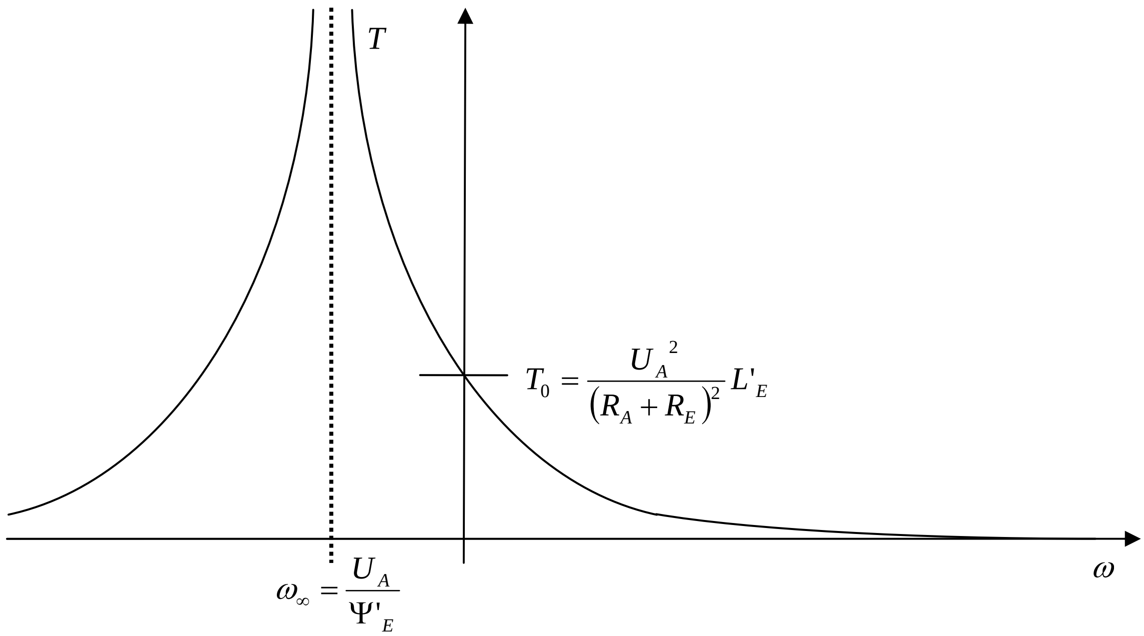
$$u_A = i_A(R_A + R_E) + \frac{di_A}{dt}(L_E + L_A) + u_i$$

3. Kennlinie $T = f(\omega)$

$$\omega L'_E I_A = U_i \qquad I_A^2 L'_E = T \Rightarrow I = \sqrt{\frac{T}{L'_E}}$$

$$U_A = (R_A + R_E)I_A + U_i = \sqrt{\frac{T}{L'_E}}(R_A + R_E + \omega L'_E) \Rightarrow T = \frac{U_A^2}{(R_A + R_E + \omega L'_E)^2} L'_E$$

4. Diagramm



5. Maschengleichung für den quasistationären Fall

a) $\underline{U} = (R + L_E^{'}\omega) \cdot \underline{I} + j\omega_{el} L \cdot \underline{I}$ mit: $L = L_E + L_A$

b) $I = |\underline{I}| = \dfrac{|\underline{U}|}{|\underline{Z}|} = \dfrac{|\underline{U}|}{\left|(R + L_E^{'}\omega) + j\omega_{el} L\right|} = \dfrac{U}{\sqrt{(R + L_E^{'}\omega)^2 + (\omega_{el} L)^2}}$

U, I sind Effektivwerte

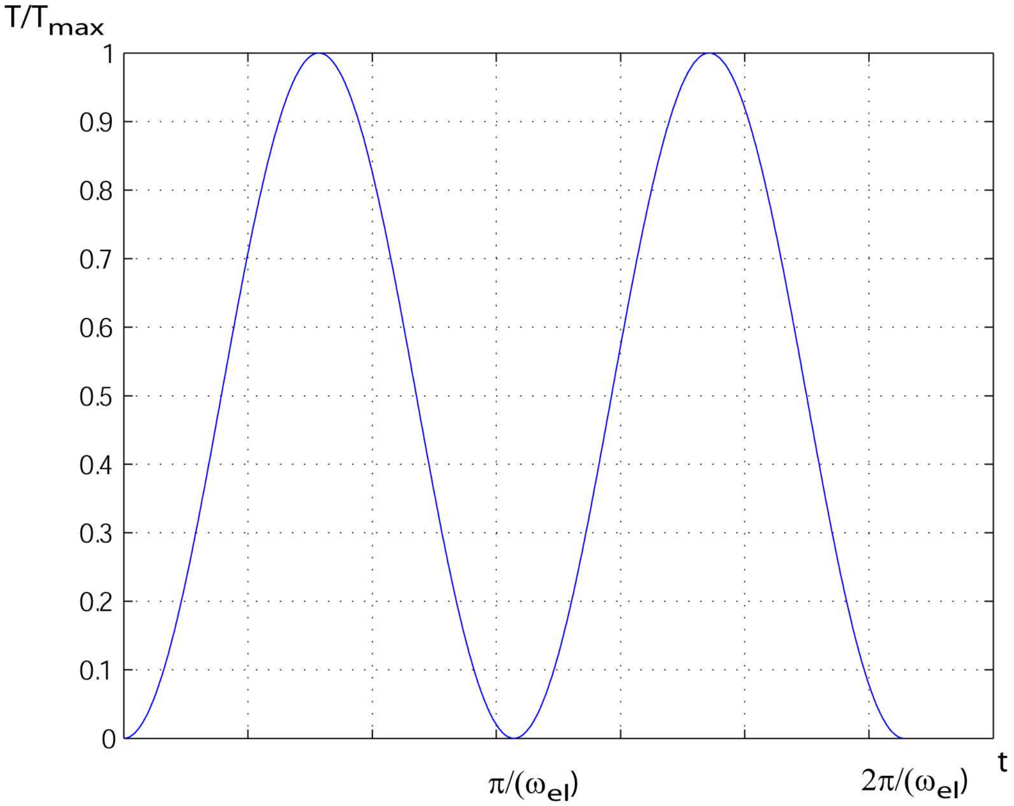
6. mittleres Drehmoment

a) $\overline{T} = \overline{i^2} L_E^{'} = I^2 L_E^{'} = \dfrac{U^2 L_E^{'}}{(R + L_E^{'}\omega)^2 + (\omega_{el} L)^2}$

b) $T_{\max}$ für $R + L_E^{'}\omega = 0$ → $\omega_{\max} = -\dfrac{R}{L_E^{'}}$

c) $\overline{T}_{\max} = \dfrac{U^2 L_E^{'}}{(\omega_{el} L)^2}$

7. pulsierendes Drehmoment



$\omega_T = 2\ \omega_{el}$