Fachgebiet Leistungselektronik und Elektrische Antriebstechnik
Prof. Dr.-Ing. Joachim Böcker

Musterlösung Grundlagen der Elektrotechnik B

01.04.2015

Aufgabe 1: Gleichstrommaschine **(20 Punkte)**

LÖSUNG Reihenschlussmotor

Folgende Parameter sind über den Motor bekannt:

$U = 48\ \text{V}$	$c_\text{M} = 40$	$R_\text{A} = 0{,}8\ \Omega$	$R_\text{E} = 1{,}2\ \Omega$
$L_\text{A} = 40\ \text{mH}$	$L_\text{E} = 220\ \text{mH}$	$N_\text{E} = 25$	$I_\text{N} = 10\ \text{A}$

1. Geben Sie allgemein an, wie der Strom I und das Drehmoment T im **stationären Betriebsfall** bestimmt werden können, wenn von dem Motor nur die oben angegebenen Variablen, der Vorwiderstand R_V1 und die Drehfrequenz ω bekannt ist (S1 geschlossen, S2 und S3 offen). Hinweis: $L'_\text{E} = c_\text{M}\frac{L_\text{E}}{N_\text{E}}$

$$U = I(R_\text{V1} + R_\text{E} + R_\text{A}) + U_\text{i} \tag{1.1}$$

$$U_\text{i} = c_\text{M}\phi_\text{E}\omega \tag{1.2}$$

$$\phi_\text{E} = \frac{L_\text{E}}{N_\text{E}} I \tag{1.3}$$

$$U = I\left(R_\text{V1} + R_\text{E} + R_\text{A} + c_\text{M}\frac{L_\text{E}}{N_\text{E}}\omega\right) \tag{1.4}$$

$$\boxed{I = U\left(R_\text{V1} + R_\text{E} + R_\text{A} + c_\text{M}\frac{L_\text{E}}{N_\text{E}}\omega\right)^{-1}} \tag{1.5}$$

$$T = c_\text{M}\phi_\text{E} I \tag{1.6}$$

$$\boxed{T = c_\text{M}\frac{L_\text{E}}{N_\text{E}} I^2} \tag{1.7}$$

2. Bestimmen Sie den Wirkungsgrad des Motors, wenn sich im stationärem Betriebsfall eine Drehzahl von $n = 400\ \text{min}^{-1}$ eingestellt hat und S3 dabei geschlossen ist.

$$L'_{\text{E}} = c_{\text{M}} \frac{L_{\text{E}}}{N_{\text{E}}} = 0{,}352\ \text{H} \tag{1.8}$$

$$I = U \left(R_{\text{E}} + R_{\text{A}} + L'_{\text{E}}\omega\right)^{-1} = 48\text{V} \left(1{,}2\Omega + 0{,}8\Omega + 0{,}352\text{H}\ 2\pi\ \frac{20}{3}\ s^{-1}\right)^{-1} \tag{1.9}$$

$$I = 2{,}87\ \text{A} \tag{1.10}$$

$$T = L'_{\text{E}}\ I^2 = 0{,}352\text{H}\ 2{,}87^2\text{A}^2 = 2{,}9\ \text{Nm} \tag{1.11}$$

$$\eta = \frac{P_{mech}}{P_{el}} = \frac{\omega T}{UI} = \frac{2\pi\ \frac{20}{3} s^{-1}\ 2{,}9\text{Nm}}{48\text{V}\ 2{,}87\text{A}} = \frac{121{,}48W}{137{,}76W} \tag{1.12}$$

$$\boxed{\eta = 88\ \%} \tag{1.13}$$

3. * Bestimmen Sie den Vorwiderstand R_{V1} so, dass nach dem Schließen von S1 der Anlaufstrom $I = 1{,}3\ I_{\text{N}}$ erreicht (S2 und S3 offen).

$$U \stackrel{!}{=} 1{,}3\ I_N\ (R_{\text{V1}} + R_{\text{E}} + R_{\text{A}}) \tag{1.14}$$

$$R_{\text{V1}} = \frac{U}{1{,}3\ I_N} - R_{\text{E}} - R_{\text{A}} = \frac{48\text{V}}{13\text{A}} - (1{,}2\Omega + 0{,}8\Omega) \tag{1.15}$$

$$\boxed{R_{\text{V1}} = 1{,}69\ \Omega} \tag{1.16}$$

4. * Im Anlaufvorgang erhöht sich nun die Drehzahl des Motors. Dabei verringert sich der Strom I. Sobald der Strom $I = I_{\text{N}}$ erreicht, soll ebenfalls S2 geschlossen werden. Wie muss der Widerstand R_{V2} gewählt werden, damit der Strom beim Zuschalten von R_{V2} erneut auf $I = 1{,}3\ I_{\text{N}}$ begrenzt wird? (S1 geschlossen, S3 offen).

$$\omega_b = \frac{U - I_N(R_{\text{V1}} + R_{\text{E}} + R_{\text{A}})}{L'_{\text{E}}\ I_N} = 3{,}15\ \text{s}^{-1} \tag{1.17}$$

$$1{,}3\ I_N \stackrel{!}{=} \frac{U - U_i}{\widetilde{R}_{\text{V}} + R_{\text{E}} + R_{\text{A}}} \tag{1.18}$$

$$\widetilde{R}_{\text{V}} = \frac{U - U_i}{1{,}3\ I_N} - (R_{\text{E}} + R_{\text{A}}) = \frac{U - L'_{\text{E}}\ \omega\ 1{,}3\ I_N}{1{,}3\ I_N} - (R_{\text{E}} + R_{\text{A}}) \tag{1.19}$$

$$\widetilde{R}_{\text{V}} = 0{,}58\Omega \tag{1.20}$$

$$R_{\text{V2}} = \frac{R_{\text{V1}}\ \widetilde{R}_{\text{V}}}{R_{\text{V1}} - \widetilde{R}_{\text{V}}} \tag{1.21}$$

$$\boxed{R_{\text{V2}} = 0{,}89\ \Omega} \tag{1.22}$$

Aufgabe 2: Gleichstromsteller **(20 Punkte)**

1. Tiefsetzsteller
2. Siehe Abbildung 2.1
3. $$\begin{aligned} U_L &= L\frac{\Delta i_L}{\Delta t} \\ \Delta i_L &= \frac{(U_L)\cdot \Delta t}{L} \\ U_L &= -U_2 \text{ für } DT \leq t < T \\ -\Delta i_L &= -\frac{U_2 \cdot \Delta t}{L} = -\frac{U_2 \cdot (1-D)\,T}{L} \\ \Delta i_L &= \frac{DU_1 \cdot (1-D)\,T}{L} \\ \Delta i_L &= \frac{T}{L}\left(D-D^2\right)U_1 \end{aligned}$$
4. Siehe Abbildung 2.2
5. $U_{2,max} = U_1 = 6\,\mathrm{V}$
6. $$\begin{aligned} \Delta i_L &= \frac{T}{L}\left(D-D^2\right)U_1 \\ L &= \frac{T}{\Delta i_L}\left(D-D^2\right)U_1 \end{aligned}$$
   Maximum bei: $D = 0{,}5$
   $$\begin{aligned} L &= \frac{\frac{1}{25\mathrm{kHz}}}{0{,}6\mathrm{A}}\,(0{,}5-0{,}25)\,6\mathrm{V} \\ L &= \frac{1{,}5\mathrm{Vs}}{15\mathrm{kA}} \\ L &= 100\frac{\mu\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}} \\ L &= 100\mu\mathrm{H} \end{aligned}$$

7.

$$
\begin{aligned}
\text{An der Lückgrenze gilt: } \bar{i_L} &= \frac{\Delta i_L}{2} \\
R &= \frac{U_2}{\bar{i_L}} \\
R &= \frac{DU_1}{\frac{\Delta i_L}{2}} \\
\Delta i_L &= \frac{T}{L}\left(D-D^2\right)U_1 \\
R &= \frac{2DU_1}{\Delta i_L} \\
R &= \frac{2DU_1L}{TD(1-D)U_1} \\
R &= \frac{2L}{T(1-D)} \\
R &= \frac{2\mathrm{mH}\cdot 25\mathrm{kHz}}{0{,}75} \\
R &= \frac{8\mathrm{H}\cdot 25\mathrm{Hz}}{3} \\
R &= 66{,}67\Omega
\end{aligned}
$$

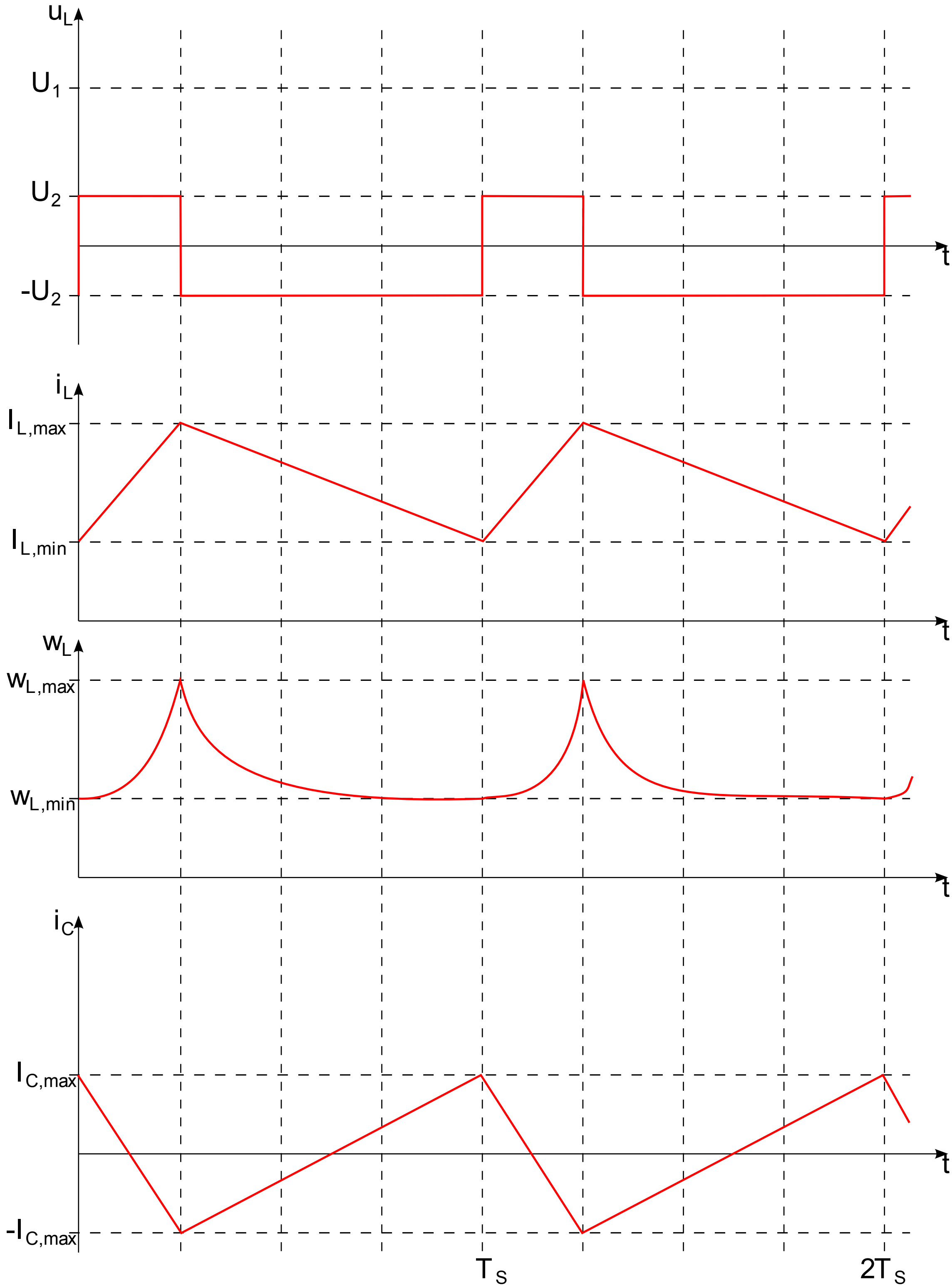

Abbildung 2.1: Lösung zu Teilaufgabe 2

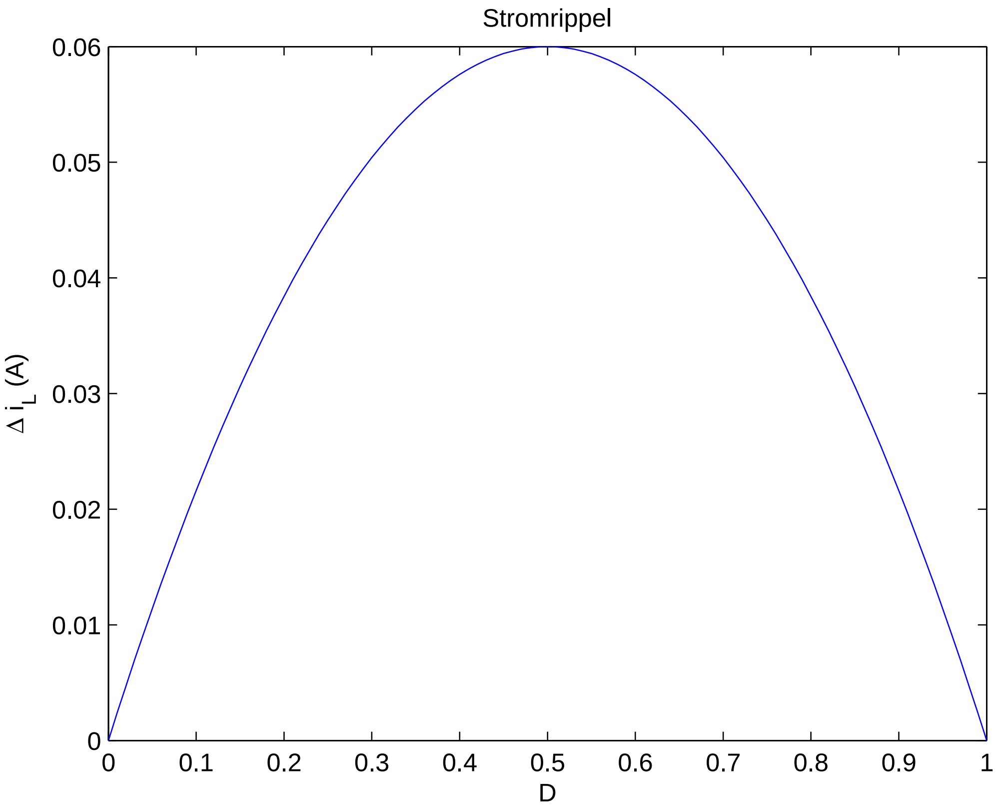

Abbildung 2.2: Lösung zu Teilaufgabe 4

Aufgabe 3: Uebertragungsfunktion, komplexe Wechselstromrechnung (20 Punkte)

1. Übertragungsfunktion und Position des Widerstands in der Schaltung:

$$\underline{G}_R(s) = \frac{\underline{U}_a(s)}{\underline{U}_e(s)} = \frac{R}{R + Ls + \frac{1}{Cs}} = \frac{R}{LCs^2 + RCs + 1} \tag{3.1}$$

$$\underline{G}_R(s) = \frac{\underline{U}_a(s)}{\underline{U}_e(s)} = \frac{Ls}{R + Ls + \frac{1}{Cs}} = \frac{LCs^2}{LCs^2 + RCs + 1} \tag{3.2}$$

$$\underline{G}_R(s) = \frac{\underline{U}_a(s)}{\underline{U}_e(s)} = \frac{\frac{1}{Cs}}{R + Ls + \frac{1}{Cs}} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1} \tag{3.3}$$

Alle drei Übertragungsfunktionen weisen dieselbe charakteristische Gleichung (PT-2) auf.

- Sollte sich der Kondensator am Ausgang der Schaltung befinden, so würde der Amplitudengang bei 0 dB starten und mit zunehmender Frequenz gegen -unendlich streben.
- Bei der Induktivität am Ausgang würde es sich genau umgekehrt verhalten: Der Amplitudengang würde bei -unendlich starten und mit zunehmender Frequenz die Verstärkung 0 dB erreichen.
- Befindet sich der Widerstand am Ausgang der Schaltung, so würde die Schaltung bei geringen Frequenzen kapazitives Verhalten (C-R-Glied => Hochpass-Verhalten) und bei hohen Frequenzen induktives Verhalten (L-R-Glied => Tiefpass-Verhalten) aufweisen. Die Schaltung verhält sich damit wie ein Bandpass. Der Widerstand sitzt somit am Ausgang der Schaltung: $Z_3 = R$

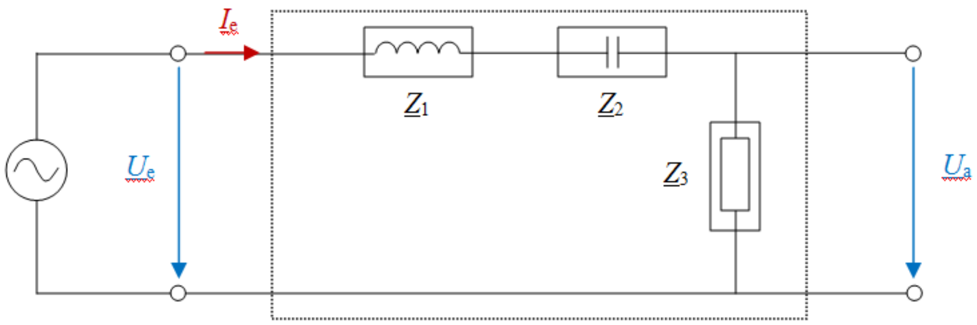

Abbildung 3.1: Anordnung der Bauelemente

2. Widerstandswert:

$$R = \frac{\underline{U}_a}{\underline{I}_e} = \frac{212{,}35V}{42{,}47A} = 5\Omega \tag{3.4}$$

3. Schein-, Wirk- und Blindleistung:

$$S = U_e \cdot I_e = 230V \cdot 42{,}47A = 9768{,}1VA \tag{3.5}$$

$$P = R \cdot I_e^2 = 5\Omega(42{,}47A)^2 = 9018{,}5W \tag{3.6}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{(9768{,}1VA)^2 - (9018{,}5W)^2} = 3752{,}65VA \tag{3.7}$$

4. Werte für Induktivität und Kondensator:

$$Q = \omega \cdot L \cdot I_e^2 - \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot I_e^2 \tag{3.8}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{3.9}$$

Elimination von C mit zweiter Gleichung liefert:

$$Q = \omega \cdot L \cdot I_e^2 - \frac{1}{\omega \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L}} \cdot I_e^2 = L\left(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega}\right) I_e^2 \tag{3.10}$$

$$L = \frac{Q}{(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega}) \cdot I_e^2} = 0{,}01H \tag{3.11}$$

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L} = 0{,}003F \tag{3.12}$$

5. Zeigerdiagramm:
U_L = 133,42 V U_C = 45,06 V ϕ = 22,6°

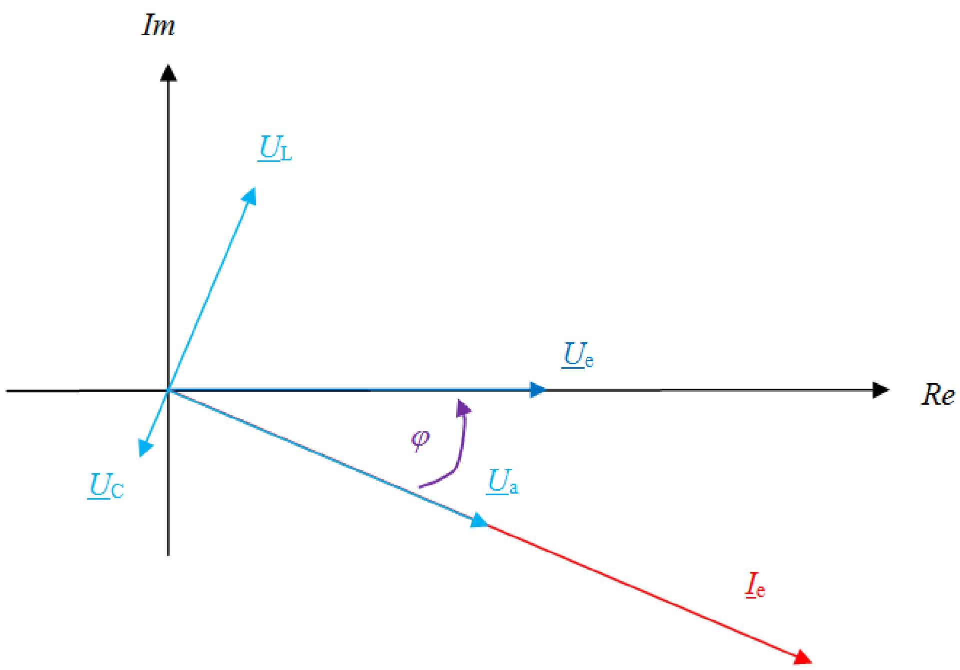

Abbildung 3.2: Zeigerdiagramm zur Aufgabe 3.5

6. Neue Frequenz für Wirkleistungsaufnahme:

$$I_e = \sqrt{\frac{P}{R}} = 31{,}62A \tag{3.13}$$

$$S = U_e \cdot I_e = 230V \cdot 31{,}62A = 7273{,}24VA \tag{3.14}$$

$$\phi = arccos(P/S) = arccos(\frac{5000W}{7273{,}24VA}) = 46{,}57^\circ \tag{3.15}$$

Im Bode-Diagramm (Phasengang) bei -46,57° die Frequenz ablesen:

$\omega = 585{,}2461/s$

$f = \frac{\omega}{2\cdot\pi} = 93{,}14\text{Hz}$

Aufgabe 4: Ausgleichsvorgang, Schwingkreis (20 Punkte)

1. $u_C(t = 0^+) = 0$
   Spannung u_C an der Kapazität C kann sich nicht sprunghaft ändern.

2. $u_C(t =\rightarrow \infty) = U$
   Die Spannungsänderung $\frac{u_C}{dt}$ ist für $t =\rightarrow \infty$ gleich Null. Daher fließt kein Strom durch den Kondensator und dieser wird nicht weiter elektrisch aufgeladen.

3. $u_C(t) = U\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)$

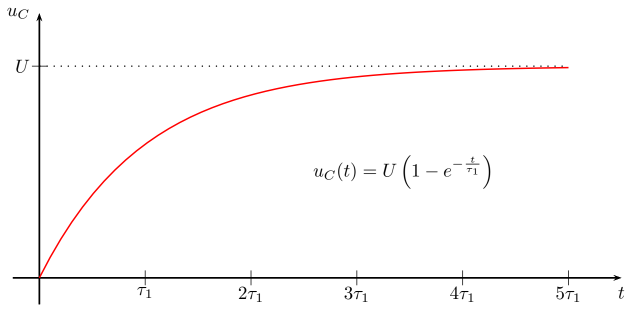

Abbildung 4.1: Lösung Aufgabe 4.3

4. $u_{R1}(t' = 0^+) = 0$
   Spannung u_C an der Kapazität C kann sich nicht sprunghaft ändern. Da die Spannung $u_C(t' = 0^+)$ gerade U beträgt muss nach Maschenregel die Spannung $u_{R1}(t' = 0^+)$ gleich Null sein.

5. $u_{R1}(t' =\rightarrow \infty) = \frac{U}{2}$
   Die Spannungsänderung $\frac{u_C}{dt}$ ist für $t' =\rightarrow \infty$ gleich Null. Daher fließt kein Strom durch den Kondensator und dieser wird nicht weiter elektrisch aufgeladen. Die anliegende Spannung wird durch den Spannungsteiler aus R_1 und R_2 bestimmt.

6. $u_{R1}(t') = \frac{U}{2}\left(1 - e^{-\frac{t'}{\tau_2}}\right)$

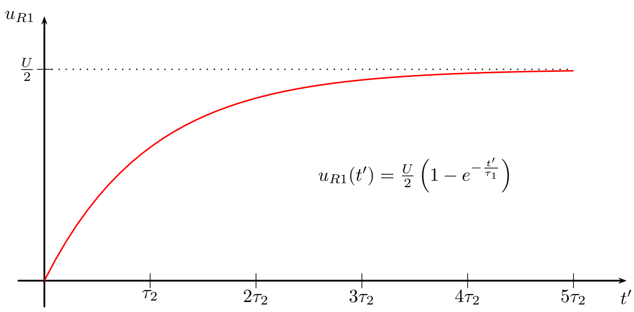

Abbildung 4.2: Lösung Aufgabe 4.6

Aufgabe 5: Stromkompensierende Drossel **(20 Punkte)**

Gegegeben sei der in Abbildung 5.1 dargestellte magnetische Kreis. Die Streuung des magnetischen Flusses kann vernachlässigt werden.

Hinweis: Achten Sie auf den Wicklungssinn!

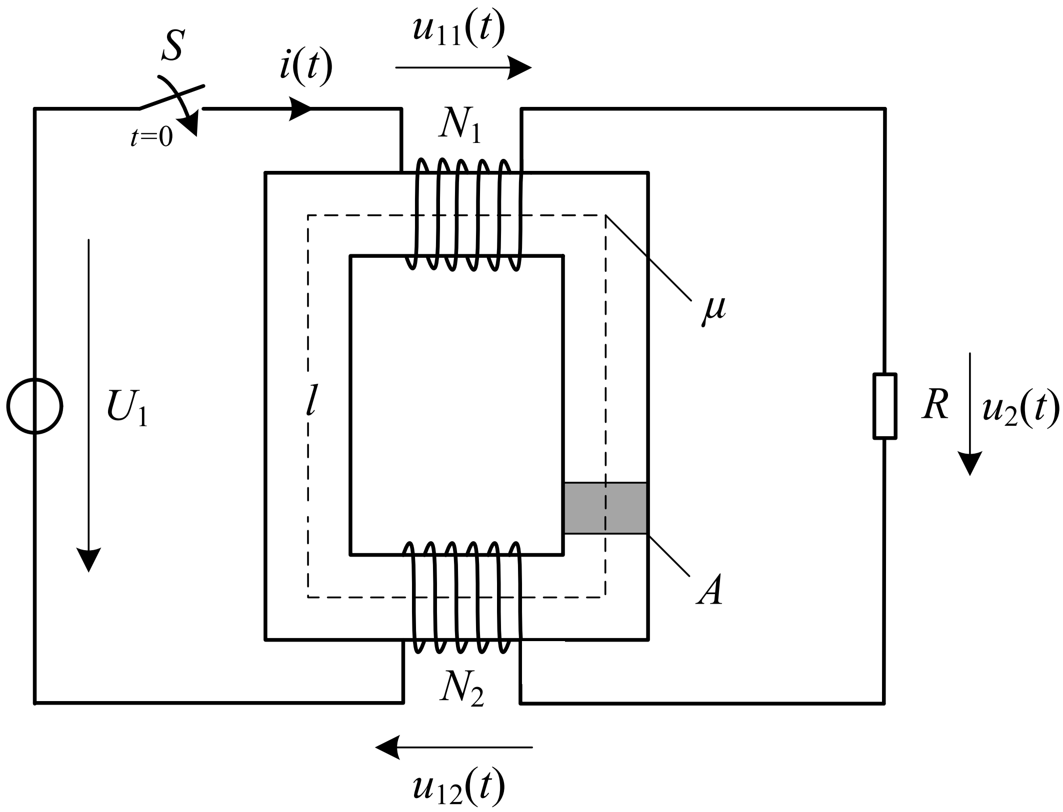

Abbildung 5.1: Magnetischer Kreis

Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter S geschlossen.

Bestimmen Sie alle Ausdrücke allgemein, ohne Zahlenwerte.

1. *Geben Sie die Spannung U_1 mit Hilfe des Maschensatzes in Abhängigkeit von $u_2(t)$, $u_{11}(t)$ und $u_{12}(t)$ an.* **(2 Punkte)**

   Aus der Anwendung des Maschensatzes folgt direkt:

   $$\boxed{U_1 = u_{11}(t) + u_2(t) + u_{12}(t)} \tag{5.1}$$

2. *Zeichnen Sie das Reluktanzmodell des magnetischen Kreises und bestimmen Sie den magnetischen Widerstand.* **(2 Punkte)**

   Der magnetische Widerstand berechnen sich zu:

   $$\boxed{R_m = \frac{l}{\mu A}} \tag{5.2}$$

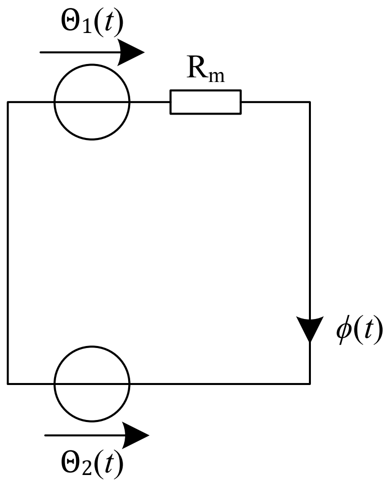

Abbildung 5.2: Gefordertes Reluktanzmodell

3. *Bestimmen Sie den magnetischen Fluss durch den Kern im Abhängigkeit des Stromes $i(t)$.* **(4 Punkte)**

   Die Berechnung des Flusses ϕ folgt direkt aus der Anwendung des Maschensatzes:

$$\boxed{\phi(t) = \frac{\Theta_2 - \Theta_1}{R_m} = i(t)\frac{N_2 - N_1}{R_m}} \tag{5.3}$$

4. *Bestimmen Sie die Spannungen $u_{11}(t)$ und $u_{12}(t)$ in Abhängigkeit des Stromes $i(t)$.* **(6 Punkte)**

   Nach Induktionsgesetz kann die Spannung $u_{11}(t)$ wie folgt formuliert werden:

$$u_{11}(t) = -N_1\frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t} \tag{5.4}$$

   Nach einsetzten von $\phi(t)$ und anschließender Vereinfachung folgt:

$$u_{11}(t) = -N_1\frac{(N_2 - N_1)}{R_m}\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} \tag{5.5}$$

   Die Spannung $u_{12}(t)$ kann nach Induktionsgesetz wie folgt bestimmt werden:

$$u_{12}(t) = N_2\frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t} \tag{5.6}$$

   Da der Fluss $\phi(t)$ bereits bestimmt wurde folgt hieraus:

$$\boxed{u_{12}(t) = -\frac{N_2}{N_1}u_{11}(t) = N_2\frac{(N_2 - N_1)}{R_m}\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}} \tag{5.7}$$

5. *Stellen Sie die Differentialgleichung für den Strom $i(t)$ mit Hilfe der in 1. angegebenen Gleichung auf* **(3 Punkte)**

   Durch Anwendung des Maschensatzes folgt:

$$U_1 = u_{11}(t) + u_2(t) + u_{12}(t) \tag{5.8}$$

$$= \left(1 - \frac{N_2}{N_1}\right) u_{11}(t) + u_2(t) \tag{5.9}$$

$$= \frac{(N_2 - N_1)^2}{R_m} \frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + R\,i(t) \tag{5.10}$$

6. *Bestimmen Sie die Spannungsverlauf $u_2(t)$ für den Sonderfall $N_1 = N_2$.* **(3 Punkte)**

$$\boxed{u_2(t) = U_1 \text{ für } t \geq 0} \tag{5.11}$$

   Hinweis: Das Lernresultat soll sein, dass eine stromkompensierende Drossel nur dann keinen Einfluss auf die Spannungübertragung hat, wenn die Anzahl der Wicklungen gleich ist.