Fachgebiet Leistungselektronik und Elektrische Antriebstechnik

Prof. Dr.–Ing. Joachim Böcker

Grundlagen der Elektrotechnik B

13.03.2013

Name:	**Matrikelnummer:**
Vorname:	
Studiengang:	☐ **Fachprüfung** ☐ **Leistungsnachweis**

Aufgabe: (Punkte)	1 (11)	2 (17)	3 (14)	4 (12)	5 (13)	Punkte Klausur	Punkte Tests	Note

Bearbeitungszeit: 120 Minuten

Zugelassene Hilfsmittel:

- eine selbsterstellte, handgeschriebene Formelsammlung (1 Blatt DIN A4, beidseitig beschrieben, keine Kopien oder Ausdrucke)
- ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne grafikfähiges Display
- Zeichenmaterialien (Zirkel, Geodreieck, Lineal, Stifte…)

Bitte Studienausweis mit Lichtbild bereitlegen!

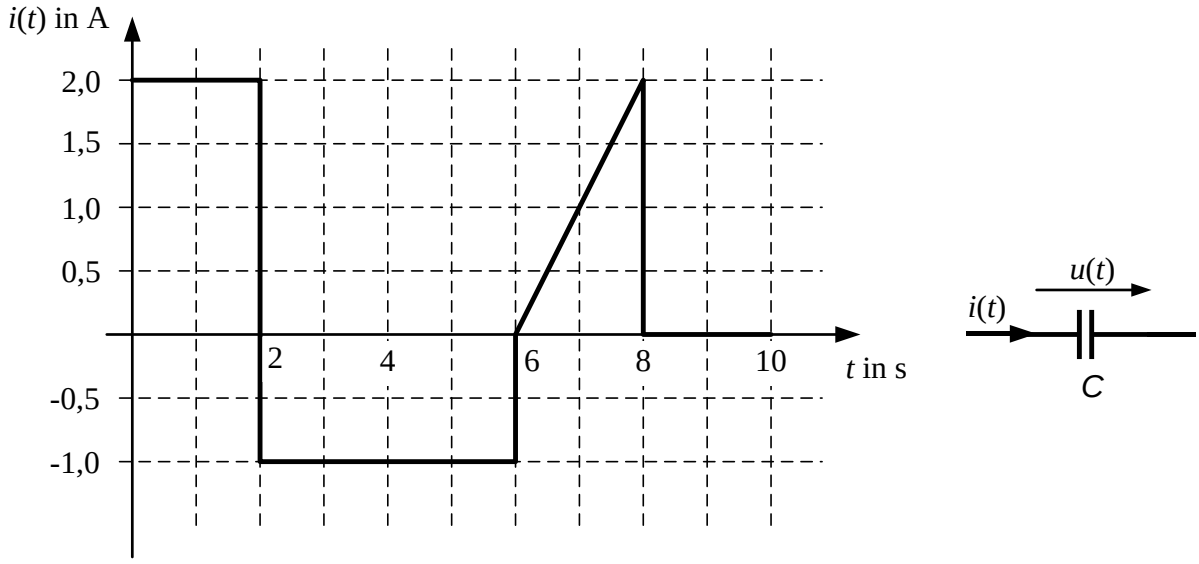
Bitte beschriften Sie jeden Klausurbogen mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer. Benutzen Sie für jede Aufgabe einen neuen Klausurbogen. Verwenden Sie keine Bleistifte und keine roten Stifte.

Alle Lösungswege sind nachvollziehbar zu dokumentieren und zu kommentieren! Die Angabe eines Endergebnisses ohne erkennbaren Lösungsweg wird nicht gewertet.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1: Signalkenngrößen (11 Punkte)

An einem idealen Kondensator mit der Kapazität von C = 100 mF liege für eine Dauer von T = 10 s der im Bild dargestellte Strom $i_c(t)$ an. Zum Zeitpunkt t = 0 s betrage die Spannung über den Kondensator $u(t = 0)$ = 0 V.



1.1 Geben Sie <u>allgemein</u> die Spannung $u_c(t)$ in Abhängigkeit des Stroms $i_c(t)$ an einer Kapazität C an.

<u>Lösung</u>: $i_C(t) = C\dot{u}_C = C\frac{du(t)}{dt}$

$$u_{C(t)} = u_{C(t_0)} + \frac{1}{C}\int i_{C(t)}dt$$

1.2 Bestimmen Sie den Gleichrichtwert der Spannung im Intervall [0;T].

<u>Lösung:</u> $|\overline{i_C}| = \frac{1}{T}\int_0^T |i_{C(t)}|\, dt$

$$= \frac{1}{T}\left[\int_0^{2s} 2A\, dt + \int_{2s}^{6s} 1A\, dt + \int_{6s}^{8s} \frac{2A}{2} t\, dt\right]$$
$$= \frac{1}{10s}[4As + 6As - 2As + 8As - 6As]$$
$$= \frac{1}{10s}[10\, As] = \mathbf{1\, A}$$

1.3 Skizzieren Sie den Verlauf der Spannung u(t) in das unten angegebene Diagramm.

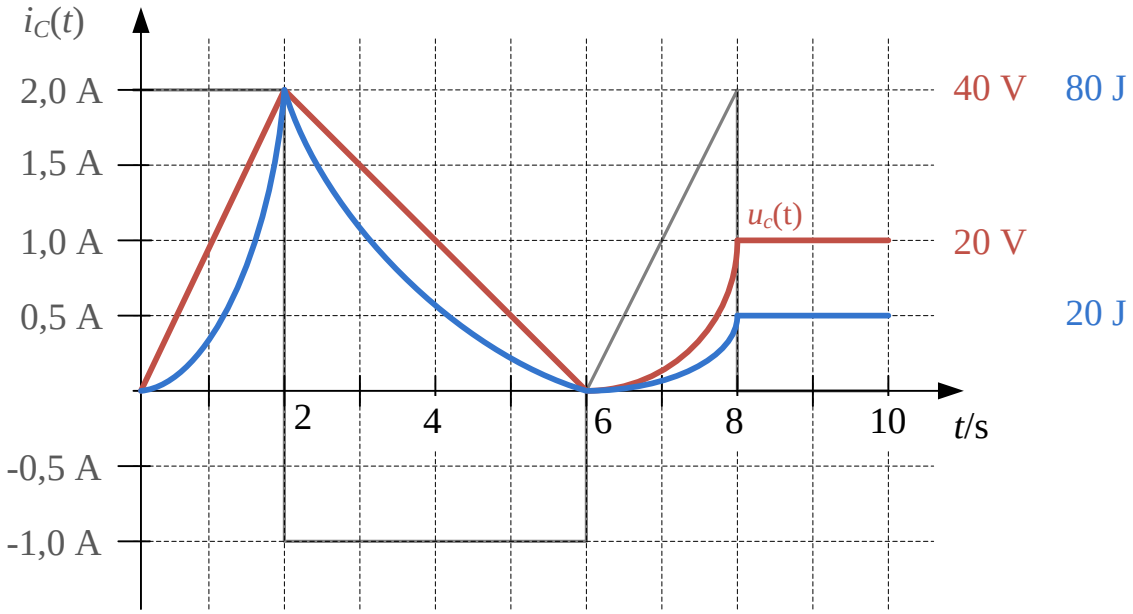
Bitte achten Sie auf geeignete Achsenbeschriftungen und -skalierung.

1.4 Wie groß ist die innere Energie W_C der Kapazität zum Zeitpunkt t_1 = 2 s und t_1 = 6 s?

<u>Lösung:</u>

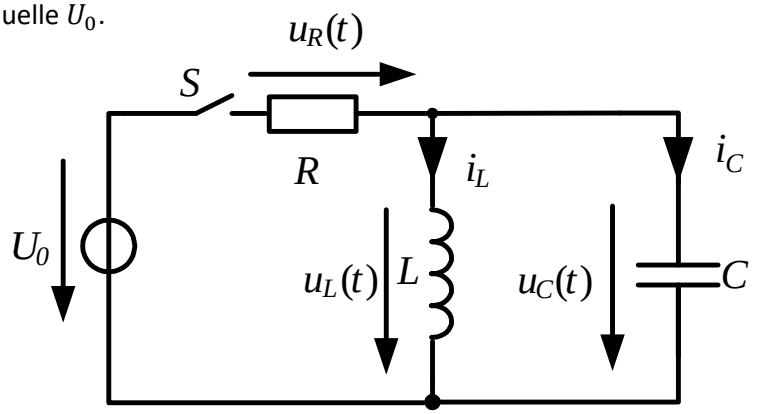
$$w_C(t) = \frac{1}{2} C u_{C(t)}^2$$
$$w_{C(t_1=2\,s)} = \frac{1}{2} 100\,mF * (20\,V)^2 = 20\,J$$
$$w_{C(t_2=6\,s)} = \frac{1}{2} 100\,mF * (0\,V)^2 = 0\,J$$

1.5 Skizzieren Sie den Verlauf der inneren Energie.



Aufgabe 2: Ausgleichsvorgang/Schwingkreis (17 Punkte)

Gegeben sei folgendes Netzwerk mit dem Widerstand R, der Spule L, dem Kondensator C und der idealen Spannungsquelle U_0.



2.1 Geben Sie für die geöffnete Schalterstellung die Formeln für:

a) die Kennfrequenz f_0 des aus L und C bestehenden Schwingkreises und

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

b) dessen Kennwiderstand Z_0 an.

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Der Schalter S sei nun zunächst für $t < 0$ **<u>geschlossen</u>**. Alle Ausgleichsvorgänge seien abgeklungen.

2.2 Geben Sie die Werte folgender Größen mit Begründung an:

a) Spannung über der Spule L: $u_L(t = 0^-)$,
$u_L(t = 0^-) = 0$ V (Ausgleichsvorgänge sind abgeklungen und daher gilt: $i_L(t = 0^-) = 0 \rightarrow u_L(t = 0^-) = L\, i_L(t = 0^-) = 0$ V)

b) Spannung über dem Kondensator C: $u_C(t = 0^-)$,
$u_C(t = 0^-) = 0$ V (Maschenregel)

c) Kondensatorstrom $i_C(t = 0^-)$,
$i_C(t = 0^-) = 0$ A (Kapazität sperrt Strom)

d) Spulenstrom $i_L(t = 0^-)$.
$i_L(t = 0^-) = \frac{U_0}{R}$, ($u_L(t = 0^-) = u_C(t = 0^-) = 0 \rightarrow u_R(t) = U_0$ und Ohmsches Gesetz)

Der Schalter S werde nun zum Zeitpunkt $t = 0$ geöffnet.

2.3 Geben Sie die Werte folgender Größen direkt nach dem Schaltvorgang an (mit Begründung):

a) Spannung über der Spule L: $u_L(t = 0^+)$,
$u_L(t = 0^+) = 0$ V (Maschenregel unter Berücksichtigung von $u_C(t = 0^+) = 0$)

b) Spannung über dem Kondensator C: $u_C(t = 0^+)$,
$u_C(t = 0^+) = 0$ V (Spannung über der Kapazität kann sich nicht sprunghaft ändern)

c) Kondensatorstrom $i_C(t = 0^+)$,
$i_C(t = 0^+) = -\frac{U_0}{R}$ (Knotenregel unter Berücksichtigung von $i_L(t = 0^+) = \frac{U_0}{R}$)

d) Spulenstrom $i_L(t = 0^+)$.
$i_L(t = 0^+) = \frac{U_0}{R}$ (Strom in der Induktivität kann sich nicht sprunghaft ändern)

2.4 Bestimmen Sie die *zeitlichen Mittelwerte* folgender Größen, die sich für $t > 0$ einstellen (mit Begründung):

a) Spannung über der Spule L: $\overline{u_L}$,
$\overline{u_L} = 0$ V (über der Induktivität darf im Mittel keine Spannung anliegen, da ansonsten gelten würde: $i_L = \frac{1}{L}\int u_L dt \rightarrow \pm\infty \rightarrow$ innere Energie der Spule $W_L = \frac{1}{2} L {i_L}^2 \rightarrow \infty$, obwohl dem Schwingkreis für t>0 keine Energie zugeführt wird)

b) Spannung über dem Kondensator C: $\overline{u_C}$,
$\overline{u_C} = 0$ V (Maschenregel)

c) Kondensatorstrom $\overline{i_C}$,
$\overline{i_C} = 0$ A (durch die Kapazität darf im Mittel kein Strom fließen, da ansonsten gelten würde: $u_C = \frac{1}{C}\int i_C dt \rightarrow \pm\infty \rightarrow$ innere Energie des Kondensators $W_C = \frac{1}{2} C {u_C}^2 \rightarrow \infty$, obwohl dem Schwingkreis für t>0 keine Energie zugeführt wird)

d) Spulenstrom $\overline{i_L}$.
$\overline{i_L} = 0$ A (Knotenregel)

2.5 Stellen Sie die Differenzialgleichung (DGL) für die Kondensatorspannung $u_C(t)$ für Zeiten $t > 0$ auf.

$$\dot{u}_C(t) = \frac{i_C(t)}{C} \rightarrow \ddot{u}_C(t) = \frac{\dot{i}_C(t)}{C} \rightarrow \qquad \dot{i}_C(t) = C\,\ddot{u}_C(t) \qquad (1)$$

$$u_C(t) = u_L(t) = L\,\dot{i}_L(t) = -L\,\dot{i}_C(t) \rightarrow \dot{i}_C(t) = -\frac{1}{L} u_C(t) \qquad (2)$$

(1) und (2) gleichsetzen: $\rightarrow C\,\ddot{u}_C(t) = -\frac{1}{L} u_C(t) \rightarrow \qquad 0 = LC\,\ddot{u}_C(t) + u_C(t)$

2.6 Lösen Sie die Differentialgleichung:

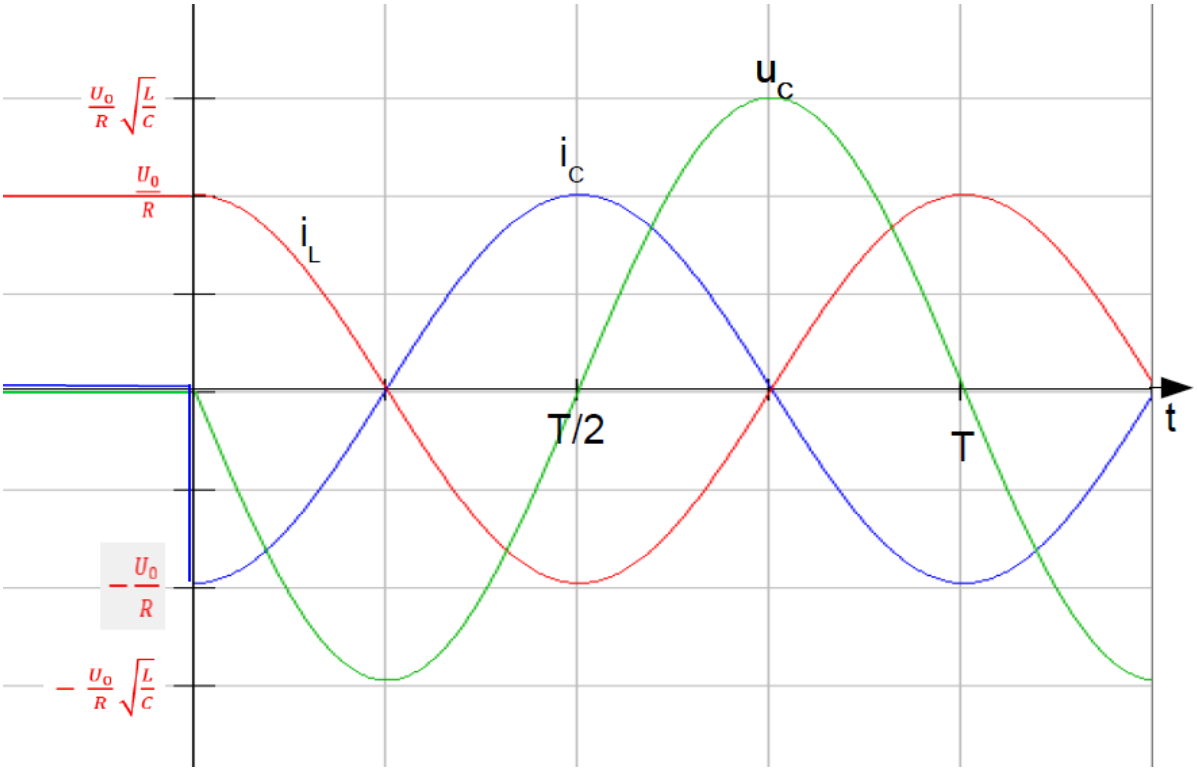
a) Geben Sie den allgemeinen Ansatz zur Lösung der DGL an.
Exponential-Ansatz: $u(t) = \underline{U}\, e^{st} \rightarrow u(t) = U_C \cos(\omega_0 t) + U_S \sin(\omega_0 t)$

b) Stellen Sie die Anfangsbedingungen zur Lösung der DGL auf.
$u_C(0) = 0$ V
$$\dot{u}_C(0) = \frac{i_C(0)}{C} = \frac{-i_L(0)}{C} = -\frac{U_0}{RC}$$

c) Ermitteln Sie die Schwingungsgleichung für die Spannung $u_C(t)$ für Zeiten $t > 0$ durch Einsetzen der Anfangsbedingungen.
$u_C(0) = U_C \cos(0) + U_S \sin(0) = U_C = 0 \rightarrow u_C(t) = U_S \sin(\omega_0 t)$, mit $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
$\dot{u}_C(t) = U_S\,\omega_0 \cos(\omega_0 t) \rightarrow \dot{u}_C(0) = U_S\,\omega_0 = -\frac{U_0}{RC} \rightarrow U_S = -\frac{U_0}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

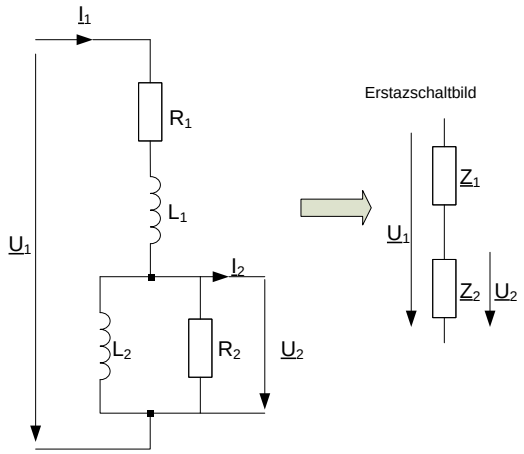
$$\rightarrow u_C(t) = -\frac{U_0}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}\,\sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$$

2.7 Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Ströme $i_C(t)$ und $i_L(t)$ sowie der Spannung $u_C(t)$ für $-T/4 < t < 5/4\,T$ in dem nachfolgend gegebenen Diagramm. Geben Sie die Maximalwerte der Ströme und der Spannung an. (T sei die Periodendauer)



Aufgabe 3: Übertragungsfunktion, komplexe Wechselstromrechnung (14 Punkte)

Gegeben sei der abgebildete Zweig einer Wien-Brückenschaltung. Der Brückenzweig lässt sich auch mit Hilfe des rechts angegebenen Ersatzschaltbildes darstellen.



Der Ausgang des Brückenzweigs sei unbelastet, sodass für den Strom $\underline{I}_2 = 0\ \mathrm{A}$ gelte. Bekannt seien außerdem folgende Werte:

$$\underline{U}_1 = 230\ \mathrm{V}\ e^{j\,0°} \qquad L_1 = 150\ \mathrm{mH} \qquad R_1 = 100\ \Omega$$

$$f = 50\ \mathrm{Hz} \qquad L_2 = 100\ \mathrm{mH} \qquad R_2 = 40\ \Omega$$

3.1 Berechnen Sie die komplexen Widerstände $\underline{Z}_1$ und $\underline{Z}_2$ des Ersatzschaltbildes.

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = R_1 + j\,2\pi f L_1 \approx 100\ \Omega + j\,47{,}12\ \Omega \approx 110{,}55\ e^{j\,25{,}23°}\ \Omega$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 \,||\, j\omega L_2 = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega L_2}\right)^{-1} = \frac{R_2\,(\omega L_2)^2}{{R_2}^2 + (\omega L_2)^2} + j\,\frac{{R_2}^2\,\omega\,L_2}{{R_2}^2 + (\omega L_2)^2}$$

$$\rightarrow\ \underline{Z}_2 \approx 15{,}26\ \Omega + j\,19{,}43\ \Omega \approx 24{,}71\ e^{j\,51{,}85°}\ \Omega$$

3.2 Berechnen Sie die Spannung $\underline{U}_2$. Wie groß ist die Phasenverschiebung zwischen $\underline{U}_2$ und $\underline{U}_1$?

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \approx \frac{230\ e^{j\,0°}\ \mathrm{V}}{100\ \Omega + j47{,}12\ \Omega + 15{,}26\ \Omega + j19{,}43\ \Omega} \approx 1{,}728\ e^{-j\,30°}\ \mathrm{A}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_1 \approx 24{,}71\ e^{j\,51{,}85°}\ \Omega \cdot 1{,}728\ e^{-j\,30°}\ \mathrm{A} \approx 42{,}70\ e^{j\,21{,}85°}\ \mathrm{V}$$

→ Phasenverschiebung zwischen $\underline{U}_2$ und $\underline{U}_1$: 21,85°

alternativ als Spannungsteiler zu betrachten:

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \cdot \underline{U}_1 \approx \frac{24{,}71\ e^{j\,51{,}85°}\ \Omega}{100\ \Omega + j\,47{,}12\ \Omega + 15{,}26\ \Omega + j\,19{,}43\ \Omega} \cdot 230\ e^{j\,0°}\ \mathrm{V}$$

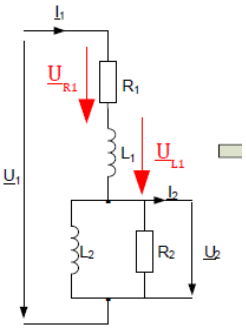
$$\rightarrow\ \underline{U}_2 \approx \frac{24{,}71\ e^{j\,51{,}85°}\ \Omega}{133{,}09\ e^{j\,30{,}00°}\ \Omega} \cdot 230\ e^{j\,0°}\ \mathrm{V} \approx 42{,}70\ e^{j\,21{,}85°}\ \mathrm{V}$$

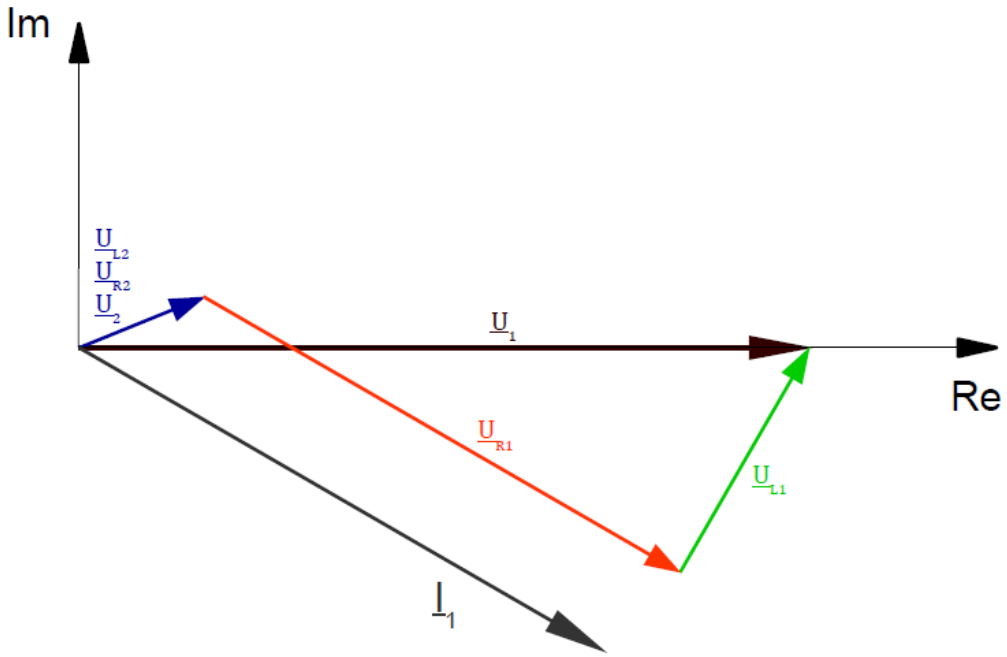
3.3 Zwischen welcher unteren und oberen Schranke kann die Phasenverschiebung zwischen $\underline{U}_2$ und $\underline{U}_1$ liegen, wenn beliebige Variationen von Induktivitäts- und Widerstandswerten bei dieser Schaltung erlaubt wären?

Phasenverschiebung

- untere Schranke (z. B. falls $L_2 \ll L_1$ und $R_2 \gg R_1$): - 90°
- obere Schranke (z. B. falls $L_2 \gg L_1$ und $R_2 \ll R_1$): 90°

3.4 Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm für die Spannungen in der Schaltung. Als Maßstab ist hier $5\ \mathrm{mm} \triangleq 10\ \mathrm{V}$ zu wählen. Ermitteln Sie anhand des Zeigerdiagramms die Spannungszeiger $\underline{U}_{R1}$, $\underline{U}_{R2}$, $\underline{U}_{L1}$ sowie $\underline{U}_{L2}$, die an den entsprechenden Bauelementen anliegen. Zeichnen Sie zuvor die Zählpfeile dieser Größen in die Schaltungsskizze ein. Geben Sie die Spannungen nach Betrag und Phase an.





$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{R2} = \underline{U}_{L2} \approx \frac{24{,}71\, e^{j\,51{,}85^\circ}\ \Omega}{133{,}09\, e^{j\,30{,}00^\circ}\ \Omega} \cdot 230\, e^{j\,0^\circ}\ \mathrm{V} \approx 42{,}70\, e^{j\,21{,}85^\circ}\ \mathrm{V}$$

$$\underline{U}_{R1} \approx 173\, e^{-j\,30^\circ}\ \mathrm{V}\,;\ \underline{U}_{L1} \approx 81\, e^{j\,60^\circ}\ \mathrm{V}$$

3.5 Welche Frequenz ($f > 0$ Hz) wäre statt des oben gegebenen Werts zu wählen, damit keine Phasenverschiebung zwischen $\underline{U}_2$ und $\underline{U}_1$ auftritt?

keine Phasenverschiebung zwischen $\underline{U}_2$ und $\underline{U}_1$, sofern: $\mathrm{Im}\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) = 0$ bzw. $\mathrm{Im}\left(\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2}\right) = 0$

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{\underline{Z}_1+\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2} = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = 1 + \frac{R_1+jX_{L1}}{\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{jX_{L2}}\right)^{-1}} = 1 + (R_1 + jX_{L1})\left(\frac{1}{R_2} - j\,\frac{1}{X_{L2}}\right)$$

$$\rightarrow \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = 1 + \frac{R_1}{R_2} + j\,\frac{X_{L1}}{R_2} - j\,\frac{R_1}{X_{L2}} + \frac{X_{L1}}{X_{L2}} \rightarrow \mathrm{Im}\left(\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2}\right) = \frac{X_{L1}}{R_2} - \frac{R_1}{X_{L2}} \text{ und } \mathrm{Im}\left(\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2}\right) = 0:$$

$$\rightarrow X_{L1}X_{L2} = R_1R_2, \text{ mit } X_L = \omega L$$

$$\rightarrow \omega L_1 \cdot \omega L_2 = R_1R_2 \rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{R_1R_2}{L_1L_2}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{100\cdot 40}{0{,}15\cdot 0{,}10}}\ \mathrm{Hz} \approx 82{,}19\ \mathrm{Hz}$$

Der Ausgang des Brückenzweigs werde nun bei $f = 50$ Hz mit einer realen Spule belastet. Diese habe eine Reaktanz von 31,42 Ω und einen Scheinwiderstand von 32,97 Ω.

3.6 Geben Sie die Induktivität L sowie den Innenwiderstand R_L dieser Spule an.

$$X_L = \omega L = 2\pi f L \rightarrow L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{31{,}42\ \Omega}{2\pi\cdot 50\ \mathrm{Hz}} = 100\ \mathrm{mH}$$

$$Z_L = \sqrt{{R_L}^2 + {X_L}^2} \rightarrow R_L = \sqrt{{Z_L}^2 - {X_L}^2} = \sqrt{(32{,}97\ \Omega)^2 - (31{,}42\ \Omega)^2} \approx 10{,}0\ \Omega$$

3.7 Bestimmen Sie den Eingangsstrom $\underline{I}_1$ sowie den eingangsseitig Leistungsfaktor und die aufgenommene Wirk-, Schein- und Blindleistung.

$\underline{Z}$: komplexer Ersatzwiderstand der Schaltung

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \,||\, (R_L + jX_L) = \underline{Z}_1 + \left(\frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{R_L + jX_L}\right)^{-1}$$

$$\rightarrow \underline{Z} = 100\ \Omega + j\,47{,}12\ \Omega + \left(\frac{1}{24{,}71\ e^{j\,51{,}85^\circ}\ \Omega} + \frac{1}{10{,}0\ \Omega + j\,31{,}42\ \Omega}\right)^{-1}$$

$$\rightarrow \underline{Z} \approx 122{,}5260\ e^{j\,29{,}1182^\circ}\ \Omega$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}} = \frac{230\ \mathrm{V}\ e^{j\,0^\circ}}{122{,}5260\ e^{j\,29{,}1182^\circ}\ \Omega} \approx 1{,}8772\ e^{-j\,29{,}12^\circ}\ \mathrm{A}$$

$$\underline{S} = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* = 230\ \mathrm{V}\ e^{j\,0^\circ} \cdot 1{,}8772\ e^{j\,29{,}12^\circ}\ \mathrm{A}$$

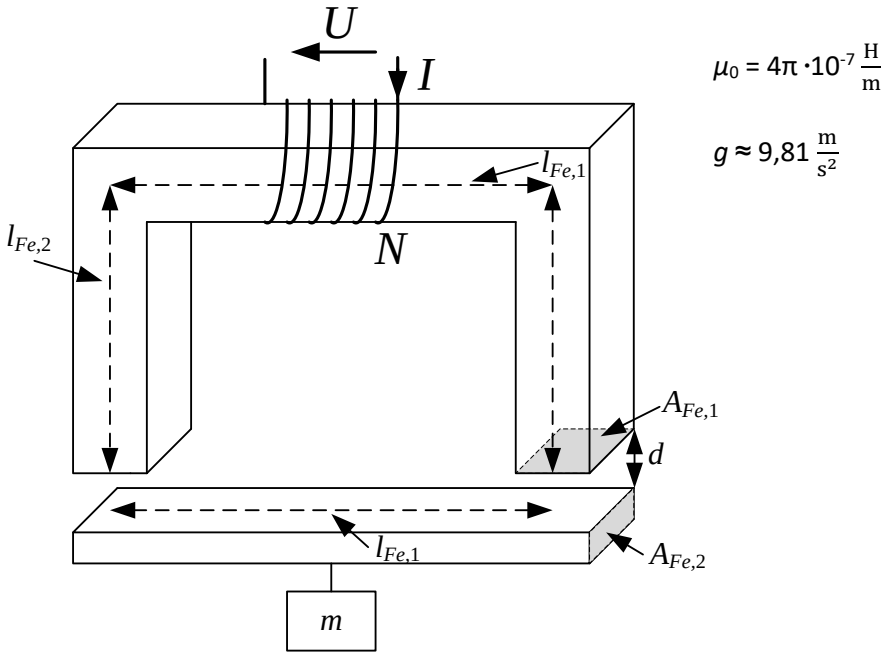
$$\rightarrow \underline{S} \approx 431{,}76\ e^{j\,29{,}12^\circ}\ \mathrm{VA} \approx 377{,}18\ \mathrm{W} + j\,210{,}11\ \mathrm{VA}$$

$$\rightarrow P = 377{,}18\ \mathrm{W};\ Q = 210{,}11\ \mathrm{VA};\ S = 431{,}76\ \mathrm{VA}$$

$$\rightarrow \text{Leistungsfaktor: } \lambda = \frac{P}{S} = \frac{377{,}18\ \mathrm{W}}{431{,}76\ \mathrm{VA}} \approx 0{,}874$$

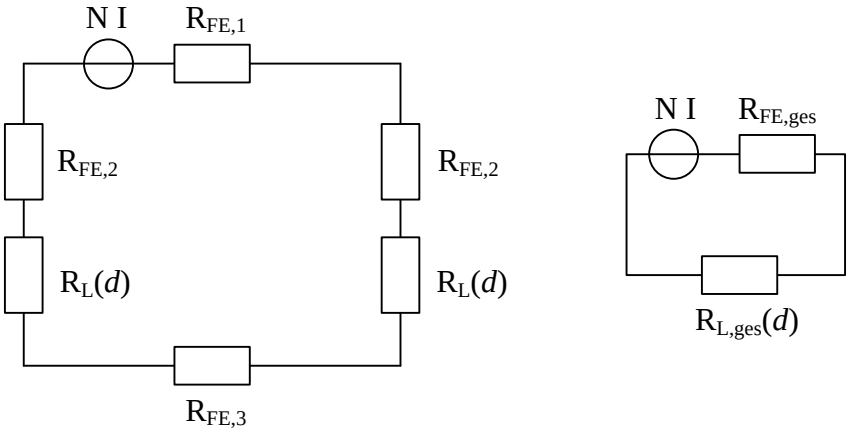
Aufgabe 4: Magnetischer Kreis (12 Punkte)

Gegeben sei der dargestellte magnetische Kreis, bestehend aus zwei Eisenkernen mit unterschiedlichen Querschnittsflächen. Die Wicklung auf dem U-Kern habe N = 3000 Windungen und werde vom Strom I = 10 A durchflossen. An den Übergangsstellen seien Luftspalte zu berücksichtigen. Die Spaltbreite d darf dabei aber als klein gegenüber den anderen geometrischen Abmessungen angenommen werden. Für die Eisenkerne gelte ($l_{Fe,1}$ = 50 cm, $l_{Fe,2}$ = 30 cm, $A_{Fe,1}$ = 150 cm², $A_{Fe,2}$ = 60 cm², μ_r = 10).



4.1 Skizzieren Sie das elektrische Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises und vereinfachen Sie dieses, soweit es geht.

<u>Lösung:</u>



4.2 Geben Sie den magnetischen Gesamtwiderstand $R_M(d)$ als Funktion der Variable d an.

Lösung:

$$R_{ges} = R_{Fe}, 1 + 2 * R_{Fe,2} + R_{Fe,3} + 2 * R_{L(d)}$$
$$R_{ges} = R_{Fe,ges} + R_{L,ges}$$

$$R_{Fe,1} = \frac{l_{Fe,1}}{A_{Fe,1} * \mu_0 * \mu_r} = \frac{0{,}5\ m}{150 * 10^{-4}\ m^2 * 4\pi * 10^{-7}\frac{H}{m}} = 2{,}65\ M\frac{A}{Vs}$$
$$R_{Fe,2} = 1{,}59\ M\frac{A}{Vs}$$
$$R_{Fe,3} = \frac{l_{Fe,1}}{A_{Fe,2} * \mu_0 * \mu_r} = \frac{0{,}5\ m}{60 * 10^{-4}\ m^2 * 4\pi * 10^{-7}\frac{H}{m}} = 6{,}63\ M\frac{A}{Vs}$$
$$R_{Fe,ges} = R_{Fe,1} + 2 * R_{Fe,2} + R_{Fe,3} = 12{,}467\ M\frac{A}{Vs}$$
$$R_L = \frac{d}{A_{Fe,1} * \mu_0}$$
$$\boldsymbol{R_{ges} = 12{,}467\ M\frac{A}{Vs} + \frac{2\ d}{A_{Fe,1} * \mu_0}}$$

4.3 Berechnen Sie den verketten Fluss Ψ.

Lösung:

$$\Psi = N * \phi = \frac{N^2\ I}{R_{ges}}$$
$$\Psi = \frac{3000^2 * 10\ A}{R_ges(d = 1mm)} = \frac{3000^2 * 10\ A}{12{,}573\ M\frac{A}{Vs}} = \boldsymbol{7{,}158\ Vs}$$

Geben Sie hier eine Formel ein.

4.4 Geben Sie die Luftspalthöhe d an, in der sich eine magnetische Flussdichte b_L = 100 mT einstellt.

Lösung:

$$b_L = \frac{\phi_L}{A_{Fe,1}} = \frac{N * I}{A_{Fe,1} * R_{ges}}$$
$$R_{ges} = \frac{N * I}{A_{Fe,1} * b_L}$$
$$R_{Fe,ges} + 2 * R_L = \frac{N * I}{A_{Fe,1} * b_L}$$
$$\frac{2\ d}{A_{Fe,1} * \mu_0} = \frac{N * I}{A_{Fe,1} * b_L} - R_{Fe,ges}$$
$$d = \frac{1}{2} A_{Fe,1} * \mu_0 * \left[\frac{N * I}{A_{Fe,1} * b_L} - R_{Fe,ges}\right]$$
$$\boldsymbol{d = \frac{1}{2} 150 * 10^{-4} m^2 * \mu_0 * \left[\frac{3000 * 10\ A}{150 * 10^{-4}\ m^2 * 0{,}1\ T} - 12{,}467\ M\frac{A}{Vs}\right] = 0{,}071\ m}$$

4.5 Bei welcher Luftspalthöhe d_1 schwebt das Werkstück m=20 kg? **Beachten Sie μ_r = 10**

Lösung:

$$F = 2 * A_{Fe,1} * \Delta p$$
$$F = 2 * A_{Fe,1} * \frac{1}{2}(b_L * h_L - b_{Fe} * h_{Fe})$$
$$F = 2 * A_{Fe,1} * \frac{1}{2}\left(\frac{b_L^2}{\mu_0} - \frac{b_L^2}{\mu_0 * \mu_r}\right) = A_{Fe,1}\frac{b_L^2}{\mu_0}\left(1 - \frac{1}{\mu_r}\right) = A_{Fe,1}\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\phi}{A_{Fe,1}}\right)^2\left(1 - \frac{1}{\mu_r}\right)$$
$$F = A_{Fe,1}\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{N\,I}{A_{Fe,1} * R_{ges}}\right)^2\left(1 - \frac{1}{\mu_r}\right)$$
$$R_{ges} = R_{Fe,ges} + 2 * R_L = I\,N * \sqrt{\left(\frac{1 - \frac{1}{\mu_r}}{A_{Fe,1} * \mu_0 * m * g}\right)}$$
$$d = \frac{A_{Fe,1} * \mu_0}{2} * \left[I\,N * \sqrt{\left(\frac{1 - \frac{1}{\mu_r}}{A_{Fe,1} * \mu_0 * m * g}\right)} - R_{Fe,ges]}\right]$$
$$\boldsymbol{d = 0,022m}$$

4.6 Es gilt nun $\mu_r \rightarrow \infty$: Wie groß darf jetzt die Masse *m* sein, dass sie bei der Luftspalthöhe d_1 schwebt?

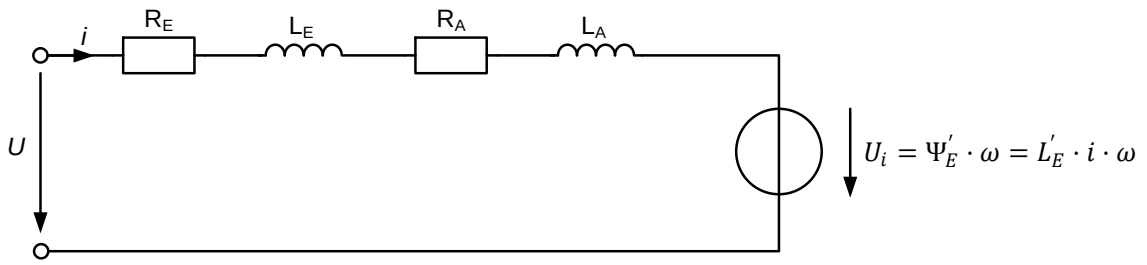
Lösung:

$$F = 2 * A_{Fe,1} * \Delta p$$
$$F = 2 * A_{Fe,1} * \frac{1}{2}(b_L * h_L)$$
$$F = 2 * A_{Fe,1} * \frac{1}{2}\left(\frac{b_L^2}{\mu_0}\right)$$
$$F = 2 * A_{Fe,1} * \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{I\,N}{R_{L,ges}(d = 2{,}2mm) * A_{Fe,1}}\right)^2$$
$$F = 2 * A_{Fe,1} * \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{I\,N}{R_{L,ges}(d = 2{,}2mm) * A_{Fe,1}}\right)^2$$
$$F = 8778\,N$$
$$\boldsymbol{m = \frac{F}{g} = 894,83\,kg}$$

Aufgabe 5: Gleichstrommaschine **(13 Punkte)**

Ein Gleichstrom-Reihenschlussmotor werde mit einem Strom von $I = 10\ \mathrm{A}$ gespeist. Das im Stillstand ($\omega = 0$) gemessene Losbrechdrehmoment betrage $T = 2{,}3\ \mathrm{Nm}$ bei $U = 5\ \mathrm{V}$ Klemmenspannung.

5.1 Zeichnen Sie das dynamische Ersatzschaltbild des Motors und geben Sie die Maschengleichung für den **in**stationären Fall an. *(2 Punkte)*



Maschengleichung: $U = R_E \cdot i + L_E \cdot \dot{i} + R_A \cdot i + L_A \cdot \dot{i} + U_i$

5.2 Bestimmen Sie den Innenwiderstand $\boldsymbol{R_i}$ und die wirksame Erregerinduktivität $\boldsymbol{L_E'}$. *(2 Punkte)*

Im Stillstand: $U = R_i \cdot i \Leftrightarrow R_i = \frac{U}{i} = \frac{5\ \mathrm{V}}{10\ \mathrm{A}} = 0{,}5\ \Omega$

$$T = L_E' \cdot i_E \cdot i_A = L_E' \cdot i^2 \Leftrightarrow L_E' = \frac{T}{i^2} = \frac{2{,}3\ \mathrm{Nm}}{(10\ \mathrm{A})^2} = 23\ \mathrm{mH}$$

Im Folgenden werde der Motor mit einer Klemmenspannung $U = 50\ \mathrm{V}$ betrieben. Das Drehmoment betrage $T = 15\ \mathrm{Nm}$.

5.3 Welche Drehzahl $\boldsymbol{n}$ stellt sich ein? *(5 Punkte)*

$$i = \sqrt{\frac{T}{L_E'}} = \sqrt{\frac{15\ \mathrm{Nm}}{23\ \mathrm{mH}}} = 25{,}54\ \mathrm{A}$$

$$\omega = \frac{U_i}{L_E' \cdot i} = \frac{U - R_i \cdot i}{L_E' \cdot i} = \frac{50\ \mathrm{V} - 0{,}5\ \Omega \cdot 25{,}54\ \mathrm{A}}{23\ \mathrm{mH}\ \cdot 25{,}54\ \mathrm{A}} = 63{,}38\ \frac{1}{\mathrm{s}}$$

$$n = \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{60\ \mathrm{s}}{1\ \mathrm{min}} = \frac{63{,}38\ \frac{1}{\mathrm{s}}}{2\pi} \cdot \frac{60\ \mathrm{s}}{1\ \mathrm{min}} = 605\ \mathrm{min}^{-1}$$

5.4 Bestimmen Sie die mechanische Leistung $\boldsymbol{P_{mech}}$ und die elektrische Leistung $\boldsymbol{P_{el}}$. *(2 Punkte)*

$$\boldsymbol{P_{mech} = \omega \cdot T = 63,38\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 15\ \mathrm{Nm} = 950,7\ \mathrm{W}}$$

$$\boldsymbol{P_{el} = U \cdot I = 50\ \mathrm{V}\ \cdot 25,54\ \mathrm{A} = 1,28\ \mathrm{kW}}$$

5.5 Welchen Wirkungsgrad $\boldsymbol{\eta}$ hat der Motor? *(2 Punkte)*

$$\eta = \frac{P_{mech}}{P_{el}} = \frac{950{,}7\ \mathrm{W}}{1{,}28\ \mathrm{kW}} = 0{,}74$$