Fachgebiet Leistungselektronik und Elektrische Antriebstechnik
Prof. Dr.-Ing. Joachim Böcker

Musterlösung Grundlagen der Elektrotechnik B

16.03.2011

Version vom 7. April 2011

Aufgabe 1: Schwingkreis **(23 Punkte)**

1. a) $i_L(t=0^-)=0$ A
   Die Energiequelle ist nicht im RLC-Netzwerk angeschlossen und die Schaltung befindet sich im stationären Zustand.
   b) $u_C(t=0^-)=0$ V
   Die Energiequelle ist nicht im RLC-Netzwerk angeschlossen und die Schaltung befindet sich im stationären Zustand.
   c) $R(t=0^+)=i_L(t=0^+)R=0$ A

2. a) $i_L(t=0^+)=i_L(t=0^-)=0$ A
   Strom in Induktivität kann sich nicht sprunghaft ändern.
   b) $u_C(t=0^+)=u_C(t=0^-)=0$ V
   Spannung über Kapazität kann sich nicht sprunghaft ändern.
   c) $R(t=0^-)=i_L(t=0^-)R=0$ A

3. Bauteilgleichungen:

$$u_L(t)=L\frac{di_L(t)}{dt} \tag{1.1}$$

$$i_L(t)=i_C(t)=C\frac{du_C(t)}{dt} \tag{1.2}$$

Maschengleichung:

$$U_0=u_L(t)+u_C(t)+Ri_L(t) \tag{1.3}$$

Gl. (1.1) und Gl. (1.2) in Gl. (1.3):

$$LC\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}+RC\frac{du_C(t)}{dt}+u_C(t)=U_0 \tag{1.4}$$

4. Exponentialansatz:

$$u(t)=\underline{U}e^{st}+C \tag{1.5}$$

Charakteristische Gleichung:

$$LCs^2+RCs+1=0 \tag{1.6}$$

Eigenwerte:

$$s_{1,2}=\frac{-RC\pm\sqrt{(RC)^2-4LC}}{2LC} \tag{1.7}$$

Kennfrequenz:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 5 \cdot 10^5 \text{ Hz} \tag{1.8}$$

Kennwiderstand:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = 20\ \Omega \tag{1.9}$$

Dämpfung:

$$d = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R}{2Z_0} \tag{1.10}$$

5. Kein Überschwingen:

$$d = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} \geq 1 \Leftrightarrow R \geq 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 40\ \Omega \tag{1.11}$$

6. Die Kondensatorspannung $u_C(t)$ tritt zum Zeitpunkt

$$t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega_0} = 6{,}28\ \mu\text{s} \tag{1.12}$$

den Maximalwert $\widehat{u}_C$ auf.

7. a) $i_L(t = \infty) = 0$ A
   b) $u_C(t = \infty) = U_0 = 20$ V

Aufgabe 2: Übertragungsfunktion, komplexe Wechselstromrechnung (25 Punkte)

1.

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_1}}{R_2+\frac{1}{j\omega C_1}}}{R_1 + j\omega L_1 + \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_1}}{R_2+\frac{1}{j\omega C_1}}} \tag{2.1}$$

$$= \frac{R_2}{R_2 + R_1 + j\omega(R_1R_2C_1 + L_1) - R_2C_1L_1\omega^2} \tag{2.2}$$

$$= \frac{\frac{R_2}{R_1+R_2}}{1 + j\omega\frac{R_1R_2C_1+L_1}{R_1+R_2} - \frac{R_2C_1L_1}{R_1+R_2}\omega^2} \tag{2.3}$$

$$H_0 = \frac{R_2}{R_1+R_2} = \frac{10\Omega}{11\Omega} \approx 0{,}909 \tag{2.4}$$

$$\omega_0^2 = \frac{R_1+R_2}{R_2C_1L_1} = \frac{1\Omega + 10\Omega}{10\Omega \cdot 100uF \cdot 50mH} = 220000s^{-2} \tag{2.5}$$

$$\omega \approx 469s^{-1} \tag{2.6}$$

$$\frac{2d}{\omega_0} = \frac{R_1R_2C_1 + L_1}{R_1+R_2} = \frac{1\Omega \cdot 10\Omega \cdot 100uF + 50mH}{1\Omega + 10\Omega} = 4{,}636s \tag{2.7}$$

$$d = 1{,}087 \tag{2.8}$$

2.

$$\underline{Z} = R_1 + j\omega L_1 + \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_1}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_1}} \tag{2.9}$$

$$= R_1 + \frac{R_2}{1+\omega^2R_2^2C_1^2} + j\left(\omega L_1 - \frac{\omega R_2^2C_1}{1+\omega^2R_2^2C_1^2}\right) \tag{2.10}$$

3.

$$\omega = 2\pi f = 314s^{-1} \tag{2.11}$$

$$\underline{Z} = 1\Omega + \frac{10\Omega}{1\Omega + (314s^{-1})^2 \cdot (10\Omega)^2 \cdot (100uF)^2} \tag{2.12}$$

$$+ \; j\left(314s^{-1} \cdot 50mH - \frac{314s^{-1} \cdot (10\Omega)^2 \cdot 100uF}{1 + (314s^{-1})^2 \cdot (10\Omega)^2 \cdot (100uF)^2}\right) \tag{2.13}$$

$$= 10{,}103\Omega + j12{,}842\Omega \tag{2.14}$$

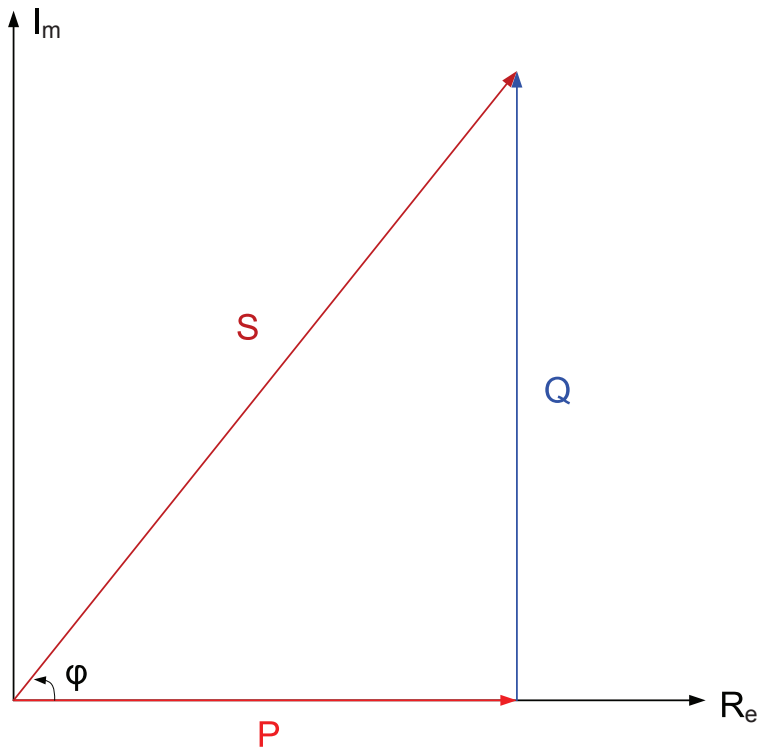
$$|\underline{Z}| = \sqrt{10{,}103^2 + 12{,}842^2} \approx 16{,}34 \tag{2.15}$$

$$\angle\underline{Z} = ArcTan\left(\frac{12{,}842\Omega}{10{,}103\Omega}\right) \approx 0{,}904rad \approx 51{,}8^\circ \tag{2.16}$$

4.

$$\underline{I_e} = \frac{\underline{U_e}}{\underline{Z}} = \frac{230V}{16{,}34\Omega \cdot e^{j51{,}8^\circ}} \approx 14{,}076 \cdot e^{-j51{,}8^\circ} \tag{2.17}$$

$$\varphi = \varphi_{\underline{U_e}} - \varphi_{\underline{I_e}} = 51{,}8^\circ \tag{2.18}$$



5.

$$P = U \cdot I \cdot cos(\varphi) = 230V \cdot 14{,}076A \cdot cos(51{,}8^\circ) \approx 2002{,}07W \quad (2.19)$$

$$Q = U \cdot I \cdot sin(\varphi) = 230V \cdot 14{,}076A \cdot sin(51{,}8^\circ) \approx 2544{,}17VA \quad (2.20)$$

$$S = U \cdot I = 230V \cdot 14{,}076A \approx 3237{,}45VA \quad (2.21)$$

6.

$$\underline{Z} = 10{,}103\Omega + j \cdot 12{,}842\Omega + \frac{1}{j\omega C_2} = 10{,}103\Omega \quad (2.22)$$

Der Kondensator sollte ausgewählt werden.

$$C_2 = \frac{1}{\omega \cdot 12{,}842\Omega} \approx 248uF \quad (2.23)$$

Aufgabe 3: Transformator mit ohmscher Last **(22 Punkte)**

1.

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} \tag{3.1}$$

$$N_2 = N_1\frac{U_2}{U_1} = 5000\frac{24V}{230V} = 522 \tag{3.2}$$

2.

$$B = \mu_0\mu_r H \tag{3.3}$$

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} \tag{3.4}$$

$$= \frac{0{,}8\frac{Vs}{m^2}}{4\pi 10^{-7}\frac{Vs}{Am}200\frac{A}{m}} = 3183 \tag{3.5}$$

3.

$$\hat{B} = \frac{\hat{U_1}}{\omega N_1 A_{Fe}} \tag{3.6}$$

$$= \frac{230V\sqrt{2}}{2\pi 50Hz5000\cdot 5cm^2} = 414mT \tag{3.7}$$

4.

$$R_{Fe} = \frac{l_{Fe}}{A_{Fe}\mu_0\mu_r} \tag{3.8}$$

$$= \frac{20cm}{5cm^2 4\pi 10^{-7}\frac{Vs}{Am}3183} = 100\frac{kA}{Vs} \tag{3.9}$$

$$R_L = \frac{l_L}{A_{Fe}\mu_0} \tag{3.10}$$

$$= \frac{1mm}{5cm^2 4\pi 10^{-7}\frac{Vs}{Am}} = 1592\frac{kA}{Vs} \tag{3.11}$$

$$R_{magn} = R_{Fe} + R_L = 1692\frac{kA}{Vs} \tag{3.12}$$

5.

$$L_1 = \frac{N_1^2}{R_{magn}} \tag{3.13}$$

$$= \frac{5000^2}{1692\frac{kA}{Vs}} = 14{,}8H \tag{3.14}$$

6.

$$I_{magn} = \frac{U_1}{\omega L_1} \tag{3.15}$$

$$= \frac{230V}{2\pi 50Hz14{,}8H} = 49{,}5mA \tag{3.16}$$

7.

$$I_2 = \frac{U_2}{R} = \frac{24V}{12\Omega} = 2A \tag{3.17}$$

$$I_{2,primaer} = \frac{N_2}{N_1} I_2 = \frac{5000}{522} 2A = 208{,}8mA \tag{3.18}$$

$$I_1 = \sqrt{(49{,}5mA)^2 + (208{,}8mA)^2} = 214{,}6mA \tag{3.19}$$

Aufgabe 4: Gleichstromsteller **(19 Punkte)**

1.

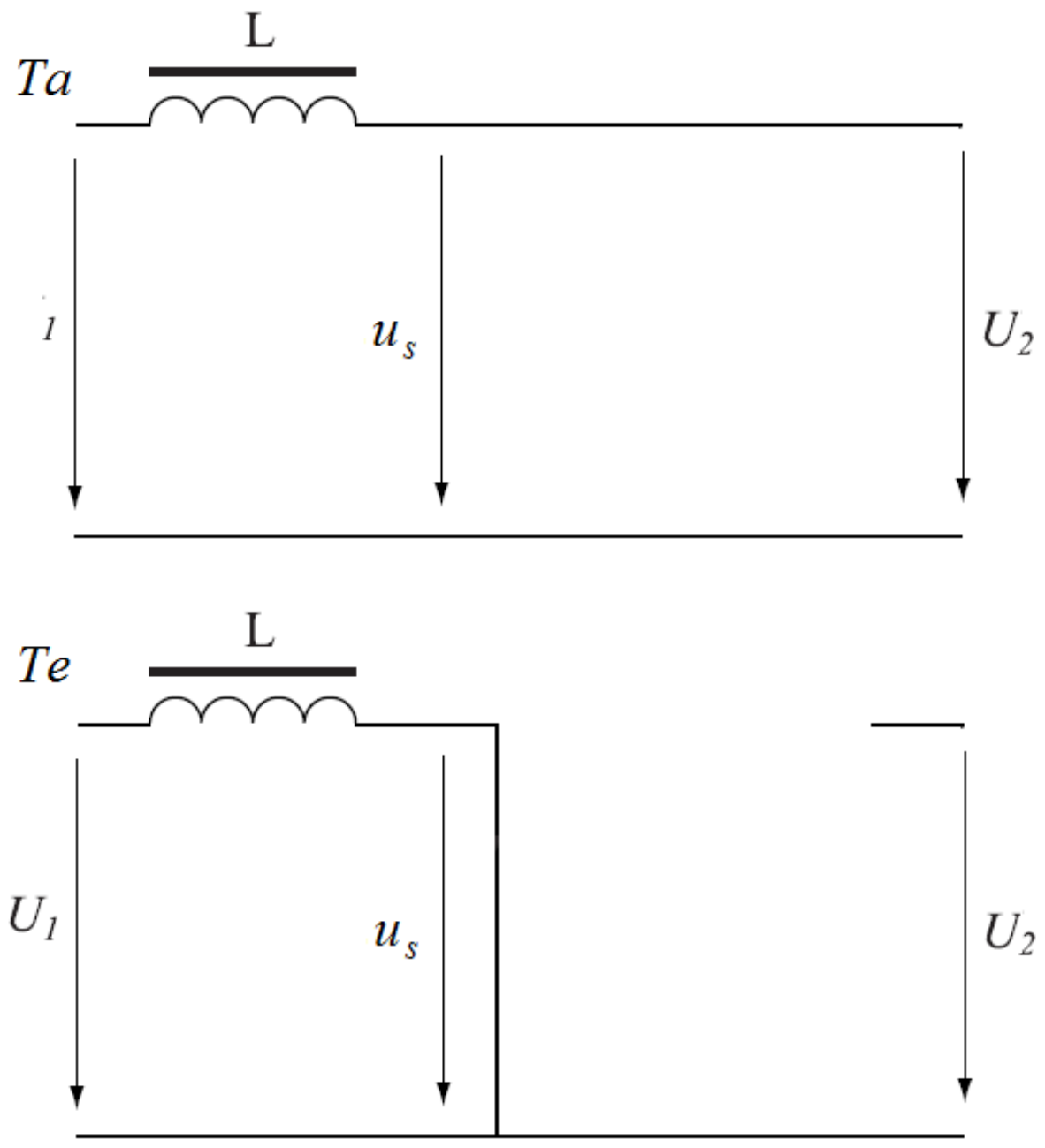


Abbildung 4.1

2. $1-D=\frac{U_1}{U_2} => D=1-U_1U_2=1-3V12V=0{,}75$

3. $P_{Nenn}=I_{1Nenn}\cdot U_1 <=> I_{1Nenn}=\frac{P_{Nenn}}{U_1}=\frac{30W}{3V}=10A$

4. $\Delta i_L=i_{[}Lmax]-i_{[}Lmin]=2(i_{[}Lmax]-\bar{i_2})=\frac{D\cdot T_s\cdot U_1}{L}=D(1-D)T_s\cdot U_2L$
   $f_s=\frac{1}{T_s} <=> T_s=\frac{1}{f_s}$

$(i_{Lmax} - \bar{i_2}) = \frac{D(1-D)U_2}{L \cdot f_s} <=> f_s = \frac{D(1-D)U_2}{2 \cdot L(i_{Lmax} - \bar{i_2})} = \frac{0{,}75(1-0{,}75)12V}{2 \cdot 15\mu F(13A-10A)} = 25kHz$ $(i_{Lmax} - \bar{i_2}) = \frac{D_1}{L \cdot f_s} <=> f_s = \frac{D_1}{2 \cdot L(i_{Lmax} - \bar{i_2})} = \frac{0{,}75(\cdot 3V}{2 \cdot 15\mu F(13A-10A)} = 25kHz$

5.

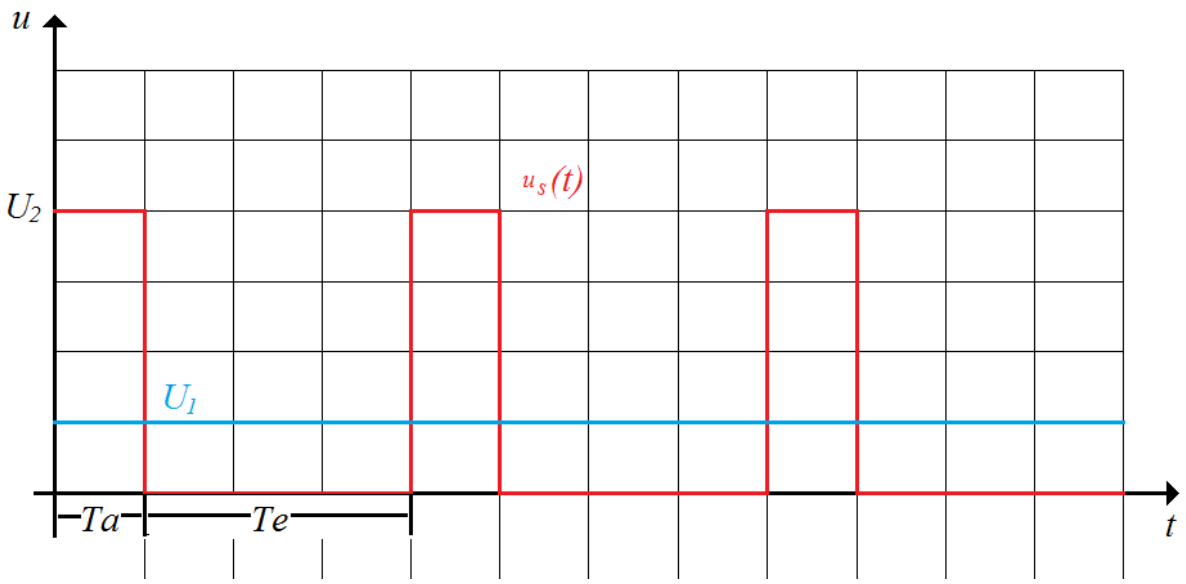


Abbildung 4.2

6.

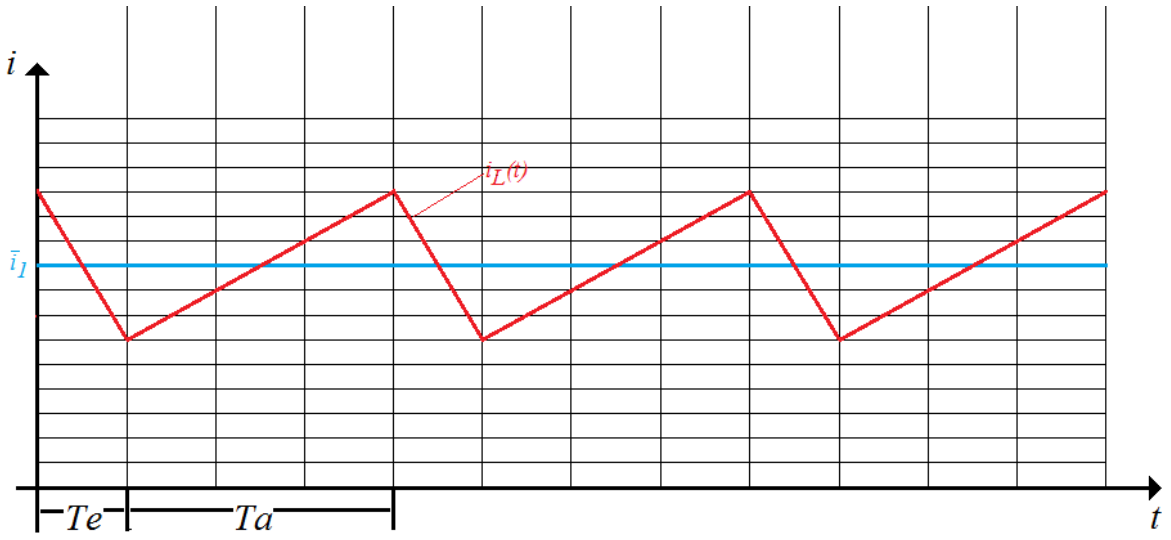
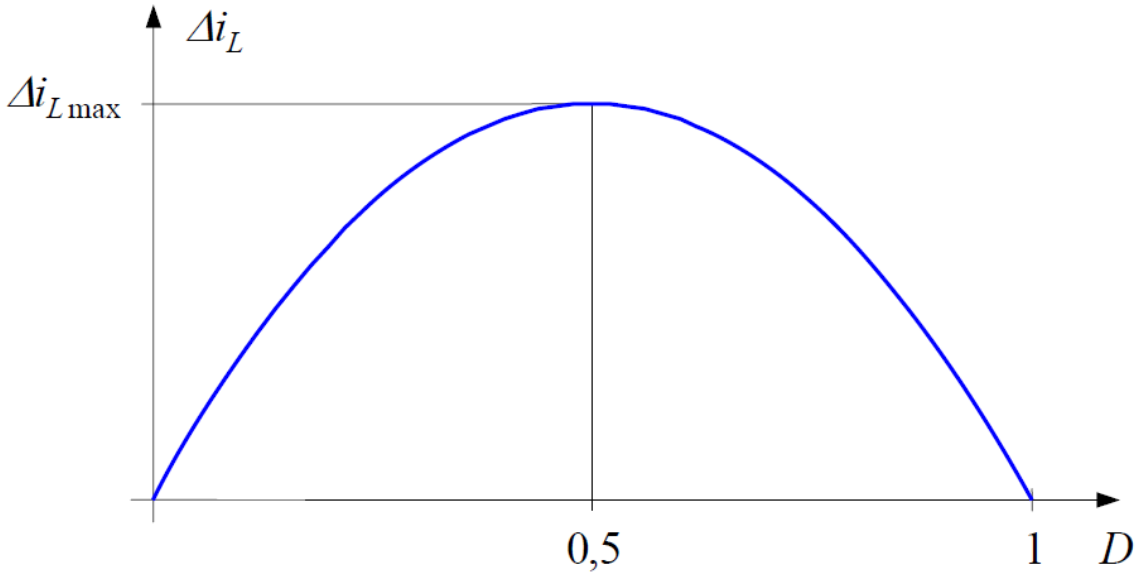


Abbildung 4.3

7. $\Delta i_L(t) = \frac{D(1-D)U_2 \cdot T_s}{L}$
$\Delta \dot{i}_L(t) = (1-2D)\frac{T_s \cdot U_2}{L}$
$\Delta \dot{i}_L(t) = 0 => D = 0{,}5$



8.

Abbildung 4.4

Aufgabe 5: Gleichstrommaschine **(21 Punkte)**

1. Kennlinienzuordnung

   Die Kennlinie 1 wurde mit Vorwiderstand aufgenommen, die Kennlinie 2 dagegen ohne Vorwiderstand.
   Begründung: Ein Vorwiderstand, der seriell zur Ankerwicklung geschaltet ist, reduziert das Anlaufdrehmoment (hier von 50 Nm auf 20 Nm) und damit auch den Anlaufstrom erheblich.

2. Wirksamer Erregerfluss ψ'_E und Ankernennspannung U_{AN}

$$\frac{\omega_{0N}}{T_A} = \frac{U_{AN}/\psi'_E}{\psi'_E \cdot I_{A1}} = \frac{U_{AN}}{\psi'^2_E \cdot I_{A1}} = \frac{R_A}{\psi'^2_E}$$

$$\psi'_E = \sqrt{\frac{T_A \cdot R_A}{\omega_{0N}}} = \sqrt{\frac{50Nm \cdot 1{,}5\Omega}{300\,1/s}} = 0{,}5\ \text{Vs}$$

$$U_{AN} = \omega_{0N} \cdot \psi'_E = 300\ 1/s \cdot 0{,}5\ \text{Vs} = 150\ \text{V}$$

3. Anlaufstrom I_{A1}

$$I_{A1} = \frac{U_{AN}}{R_A} = \frac{150V}{1{,}5\Omega} = 100\ \text{A}$$

Alternativer Lösungsansatz: $I_{A1} = \frac{T_A}{\psi'_E} = \frac{50Nm}{0{,}5Vs} = 100\ \text{A}$

4. Vorwiderstand R_V und Ankernennstrom I_{AN}

$$I_{A1RV} = \frac{T_{A\,RV}}{\psi'_E} = \frac{20Nm}{0{,}5Vs} = 40\ \text{A}$$

$$R_V = \frac{U_{AN}}{I_{A1\,RV}} - R_A = \frac{150V}{40A} - 1{,}5\ \Omega = 2{,}25\ \Omega$$

$$I_{AN} = 0{,}5 \cdot I_{A1RV} = 0{,}5 \cdot 40\ \text{A} = 20\ \text{A}$$

5. Nennwinkelgeschwindigkeit ω_N und Nenndrehmoment T_N

$T_N = \psi'_E \cdot I_{AN} = 0{,}5\ \text{Vs} \cdot 20\ \text{A} = 10\ \text{Nm}$

$$\omega_N = \frac{U_{AN} - R_A \cdot I_{AN}}{\psi'_E} = \frac{150V - 1{,}5\Omega \cdot 20A}{0{,}5Vs} = 240\ 1/\text{s}$$

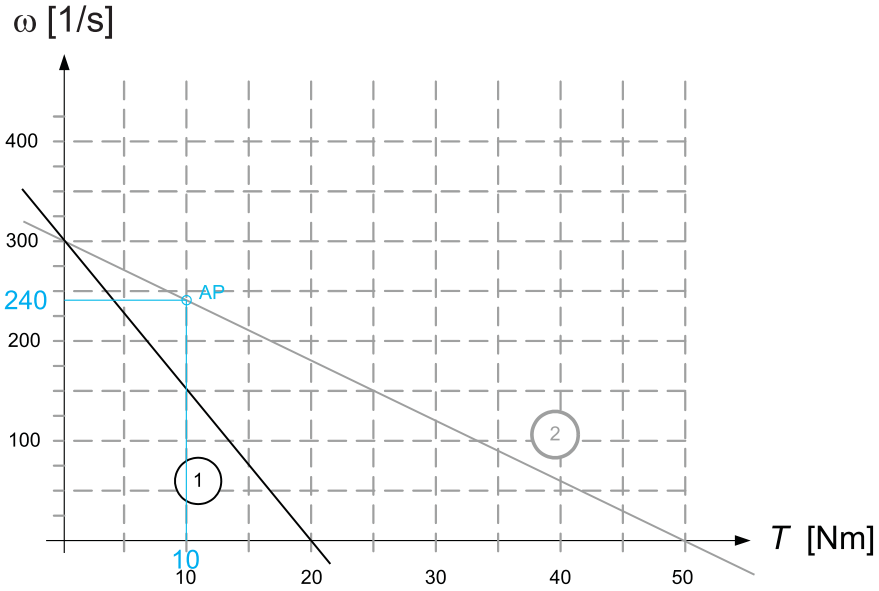


Abbildung 5.1: Einzeichnen des Nennarbeitspunkts

6. Erregernennspannung U_{EN}

$$\tau_E = \frac{L_E}{R_E} \Rightarrow L_E = \tau_E \cdot R_E = 0{,}04\ s \cdot 2{,}0\ \Omega = 0{,}08\ \text{H}$$

$L'_E = L_E / 3 = 0{,}08\ \text{H} / 3 = 0{,}026667\ \text{H}$

$$\psi'_E = L'_E \cdot I_{EN} \Rightarrow I_{EN} = \frac{\psi'_E}{L'_E} = \frac{0{,}5Vs}{0{,}026667H} = 18{,}75\ \text{A}$$

$U_{EN} = R_E \cdot I_{EN} = 2{,}0\ \Omega \cdot 18{,}75\ \text{A} = 37{,}5\ \text{V}$

Alternativer Ansatz mit Schritt für Schritt Umformung:

$$U_{EN} = R_E \cdot I_{EN} = R_E \cdot \frac{\psi'_E}{L'_E} = R_E \cdot \frac{3 \cdot \psi'_E}{L_E} = \frac{3 \cdot \psi'_E}{\tau_E} = \frac{3 \cdot 0{,}5Vs}{0{,}04s} = 37{,}5\ \text{V}$$

7. Leistungsbilanz bei Nennbetrieb

$$P_{mN} = \omega_N \cdot T_N = 240\ 1/s \cdot 10\ Nm = 2400\ W = 2{,}4\ kW$$

$$P_{elN} = U_{AN} \cdot I_{AN} + \frac{U_{EN}^2}{R_E} = 150\ V \cdot 20\ A + \frac{(37{,}5V)^2}{2{,}0\Omega} = 3703{,}125\ W = 3{,}7\ kW$$

$$\eta_N = \frac{P_{mN}}{P_{elN}} = \frac{2{,}4\ kW}{3{,}7\ kW} = 0{,}648 \mathrel{\widehat{=}} 64{,}8\ \%$$