

Eine der grundlegenden Aufgaben der numerischen Mathematik ist die Suche nach Nullstellen nichtlinearer Gleichungen und Gleichungssysteme.

Hierzu gibt es eine Vielzahl an verschiedenen Nullstellensuchalgorithmen, wobei das Newtonsche Näherungsverfahren eine sehr beliebte Methode zur Nullstellensuche ist und im ersten Teil dieser Arbeit behandelt wird.

Jedoch besteht immer eine gewisse Unsicherheit bei der Nullstellensuche, da nicht immer alle Nullstellen gefunden werden können. Häufig besteht das Problem darin, dass fast jede Nullstellensuche als Eingabebedingung ein Intervall mit eingeschlossener Nullstelle fordert. Ist dies nicht der Fall, so ist das Verfahren nicht imstande korrekte Aussagen über diese Intervalle zu machen, in denen keine Nullstellen enthalten sind. Ebenfalls ist es aber auch möglich, dass mehrere Lösungen in einem Suchintervall eingeschlossen sind und die jeweiligen Nullstellensuchalgorithmen nicht alle Lösungen in dem Eingabeintervall finden können. Der Algorithmus findet z.B. beim Newton-Verfahren nicht zwingend die dem Startwert am nächsten gelegene Nullstelle. Es kommt also auf eine geschickte Wahl des Suchintervalls an, ob die jeweiligen Lösungen gefunden werden können oder nicht.

Eine geeignete Methode hierfür ist das Intervall-Newton-Verfahren, welches im zweiten Teil dieser Arbeit erläutert wird und mittels Intervall-Arithmetik eine Verbesserung des Newton-Verfahrens ist. Es ist ein automatisiertes Verfahren, welches alle Nullstellen einer nichtlinearen Funktion liefert, ohne hierfür zuvor passende Startintervalle finden zu müssen. Außerdem kann es Aussagen über die Existenz von Nullstellen in Intervallen treffen.

Die Motivation dieser Arbeit ist die Masterarbeit „Modellierung geführter Wellen im akustischen Wellenleiter zur räumlichen und zeitlichen Konzentration mechanischer Energie“, welche von Fabian Bause im Fachgebiet Elektrische Messtechnik der Universität Paderborn angefertigt wurde. Auf sie wird am Ende dieser Arbeit näher eingegangen.

In der Masterarbeit wird der Prozess der Zeitumkehr im Wellenleiter am Computer modelliert, wobei eine der Hauptaufgaben bei der Umsetzung in MATLAB in der Suche nach Nullstellen liegt. Diese Suche nach Nullstellen ist nötig, um mehrschichtige

Wellenleiter hinsichtlich ihrer Fähigkeit Wellen zu führen zu untersuchen. Für die Umsetzung in MATLAB wird die Global Matrix Methode verwendet, bei der jedoch auch die oben genannten Probleme der Nullstellensuche auftreten. Es werden zwar Ergebnisse geliefert, jedoch sind diese verbunden mit einem hohen Aufwand, bei dem immer noch nicht sicher gestellt ist, ob schlussendlich alle Lösungen der Nullstellensuche korrekt gefunden werden.

Nun ist es also im Laufe dieser Bachelorarbeit wünschenswert, dieses Problem zu beheben und somit alle Lösungen der Nullstellensuche zu erhalten. Dies soll mit Hilfe des Intervall-Newton-Verfahrens möglich sein, da hier keine speziellen Eingabebedingungen nötig sind und auch bei beliebig großer Wahl des Suchintervalls alle Nullstellen gefunden werden können.