

Klausur zur Vorlesung
Digitaltechnik (DT)

Prof. Marco Platzner
Fachgebiet Technische Informatik
Universität Paderborn

02.08.2019

- Die Bearbeitungsdauer beträgt für alle Studenten **90 Minuten**. Es sind **alle 5 Aufgaben** zu bearbeiten.
- Es sind keine Hilfsmittel zugelassen.
- Schreiben Sie nicht mit Bleistift oder Rotstift.
- Verwenden Sie kein eigenes Papier. Bei Bedarf bekommen Sie Papier bei der Klausuraufsicht.
- Schreiben Sie auf jedes Blatt (auch auf das Konzeptpapier) in Blockschrift Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Bei mehreren präsentierten Lösungen wird die Aufgabe nicht gewertet! Streichen Sie daher bei Angabe mehrerer Lösungsansätze die nicht zu bewertenden Lösungen durch! Verwenden Sie kein Tipp-Ex.
- Abschreiben und abschreiben lassen oder Hilfe Dritter führt zum Nichtbestehen der Klausur.

Nachname: _____

Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

Studiengang: _____

Aufkleber

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
Punkte	15	15	15	20	25	90
Erreicht						

Aufgabe 1 (Multiple Choice)

[15 Punkte]

Bei den folgenden Fragen können keine, eine oder mehrere Antworten richtig sein. Kreuzen Sie die richtigen Antworten deutlich an.

(a) Der Ausgang eines rückgekoppelten realen NOR-Gatters, beschrieben durch

$$z(t) = \overline{x(t - t_{pd}) + z(t - t_{pd})} \dots \quad (3 \text{ Punkte})$$

- ☐ ist oszillierend für $x(t) = 0$.
- ☐ ist stabil 1 für $x(t) = 0$.
- ☐ ist stabil 1 für $x(t) = 1$.
- ☐ ist stabil 0 für $x(t) = 1$.

(b) Für einen Zustandsautomaten mit 533 Zuständen benötigt man ... (3 Punkte)

- ☐ 533 Flip-Flops bei binärer Zustandskodierung mit minimaler Variablenzahl.
- ☐ 9 Flip-Flops bei binärer Zustandskodierung mit minimaler Variablenzahl.
- ☐ 533 Flip-Flops bei One-hot Zustandskodierung.
- ☐ 1024 Flip-Flops bei One-hot Zustandskodierung.

(c) Die Zahlendarstellung $(x_2, x_1, x_0, x_{-1}, x_{-2})_3$ im Stellenwertsystem zur Basis 3...

(3 Punkte)

- ☐ hat eine Genauigkeit von $1/9$.
- ☐ hat $(1/3 + 1/9)$ als kleinste darstellbare Zahl.
- ☐ hat $26, \bar{8}$ ($= 26,88888\dots$) als größte darstellbare Zahl.
- ☐ erlaubt die Darstellung irrationaler Zahlen.

NAME:

Matrikelnummer:

(d) Ein $(2^{14} \times 8)$ bit SRAM ...

(3 Punkte)

- ☐ speichert 16 KiB, dh. 16384 Byte.
- ☐ hat einen Adressbus mit einer Breite von 16 bit.
- ☐ verliert seinen Speicherinhalt, wenn die Betriebsspannung abgeschaltet wird.

(e) Welche Aussagen sind korrekt für die CMOS-Technologie:

(3 Punkte)

- ☐ CMOS-Ausgänge können verbunden, dh. parallel geschaltet, werden.
- ☐ CMOS-Gatter benötigen immer eine gerade Anzahl von Transistoren.
- ☐ In CMOS-Technik lassen sich keine AND- und OR-Gatter realisieren.
- ☐ CMOS hat gegenüber der nMOS- und der pMOS-Technik einen sehr geringen Ruhestrom.

Aufgabe 2 (VHDL)

[15 Punkte]

- (a) Vervollständigen Sie in Abbildung 1 die simulierten Signalverläufe der Signale aus dem VHDL-Code aus Listing 1. Beachten Sie die initialen Werte der Signale.
(15 Punkte)

Listing 1: VHDL Beschreibung für die Komponente *example_comp*.

```
library IEEE;
use IEEE.STD_LOGIC_1164.ALL;
use IEEE.NUMERIC_STD.ALL;

entity example_comp is
  Port ( clk, rst      : in std_logic;
        a, b, c        : in std_logic;
        v              : out std_logic_vector(2 downto 0);
        w, x, y, z     : out std_logic := '0');
end example_comp;
architecture Behavioral of example_comp is
  signal x_sig : std_logic := '0';
begin
  v <= a & c & b;

  proc_w : process(clk) begin
    if clk'event and clk = '1' then
      w <= not a;
    end if;
  end process proc_w;

  proc_x : process(clk, rst) begin
    if rst = '1' then
      x_sig <= '0';
      x <= '0';
    elsif clk'event and clk = '1' then
      x_sig <= b;
      x <= x_sig;
    end if;
  end process proc_x;

  proc_y : process(clk, rst) begin
    if clk'event and clk = '1' then
      if rst = '1' then
        y <= '1';
      else
        y <= c nand (a or b);
      end if;
    end if;
  end process proc_y;

  proc_z : process(clk, rst) begin
    if rst = '1' then
      z <= '0';
    elsif clk'event and clk = '1' then
      z <= b xor c;
    end if;
  end process proc_z;
end Behavioral;
```

NAME:

Matrikelnummer:

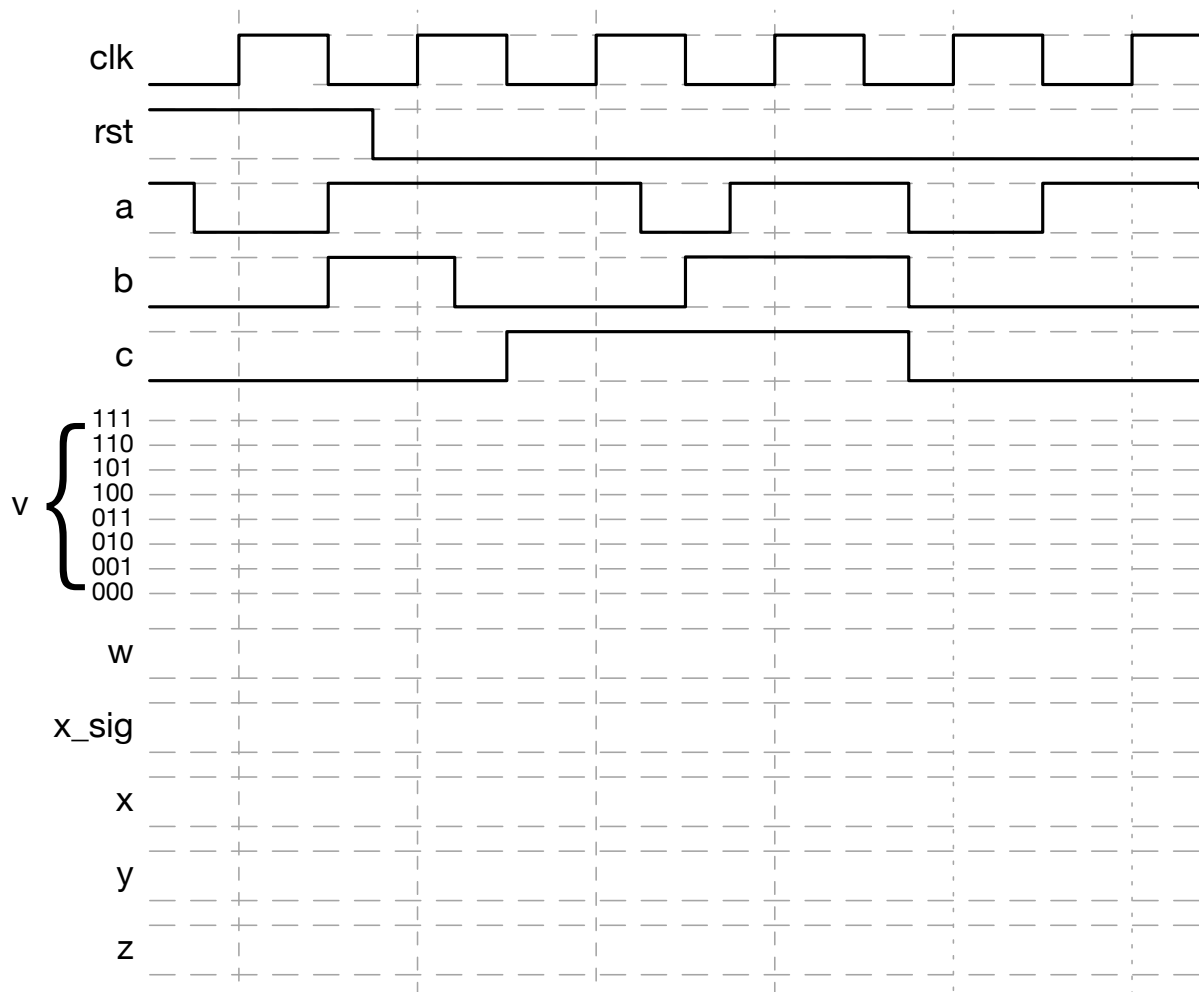


Abbildung 1: Signalverläufe.

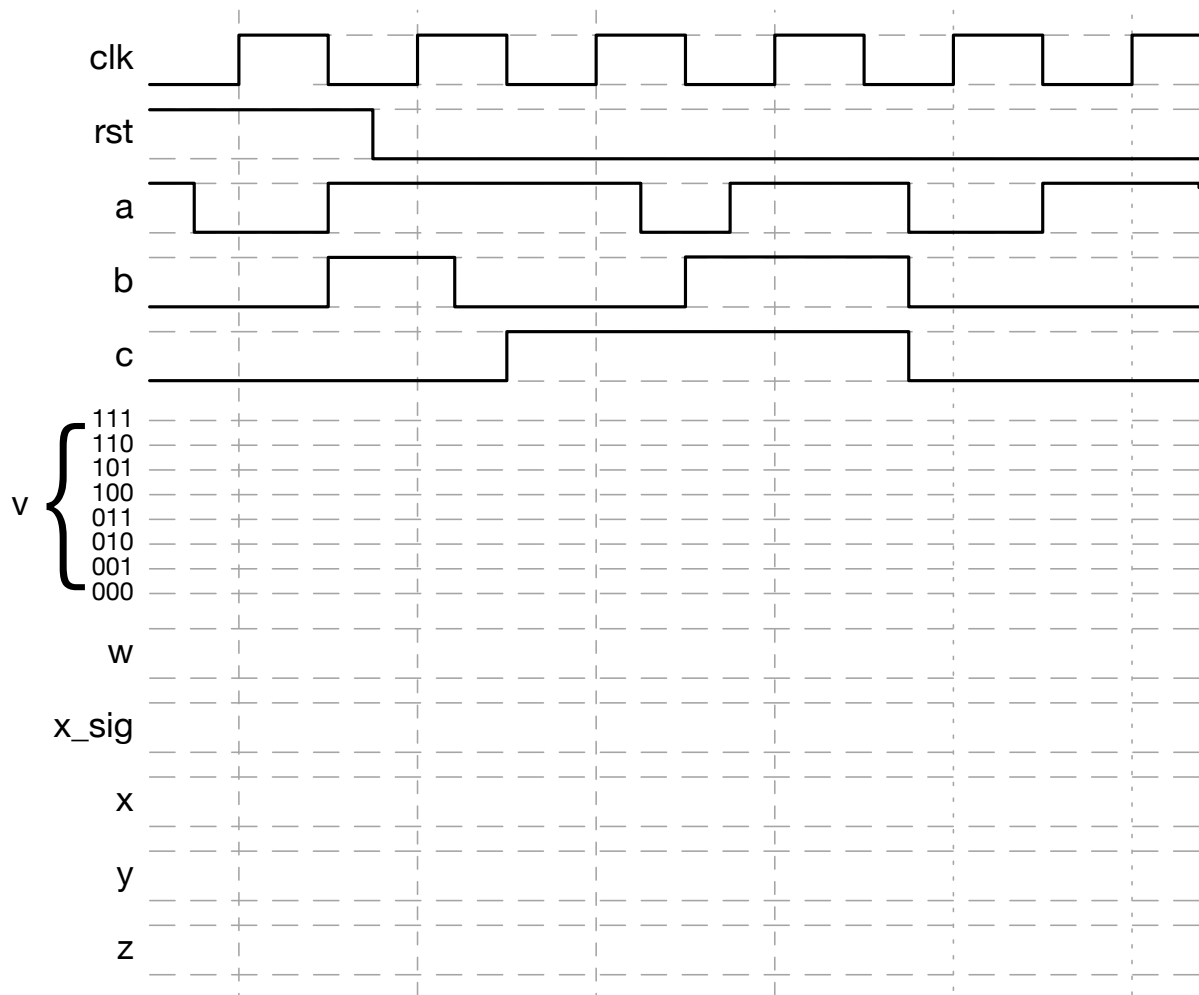


Abbildung 2: Signalverläufe (Ersatz, **ungültige Lösung streichen!**).

NAME:

Matrikelnummer:

Aufgabe 3 (Mintermnormalform)

[15 Punkte]

Gegeben sei die durch die folgende Wahrheitstabelle definierte Funktion $f(a, b, c, d, e)$.

a	b	c	d	e	f	$g = \bar{b}ce + cde$
0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	1	0	
0	0	0	1	0	0	
0	0	0	1	1	0	
0	0	1	0	0	0	
0	0	1	0	1	1	
0	0	1	1	0	0	
0	0	1	1	1	1	
0	1	0	0	0	0	
0	1	0	0	1	0	
0	1	0	1	0	0	
0	1	0	1	1	0	
0	1	1	0	0	0	
0	1	1	0	1	0	
0	1	1	1	0	0	
0	1	1	1	1	1	
1	0	0	0	0	0	
1	0	0	0	1	0	
1	0	0	1	0	0	
1	0	0	1	1	0	
1	0	1	0	0	0	
1	0	1	0	1	1	
1	0	1	1	0	0	
1	0	1	1	1	1	
1	1	0	0	0	0	
1	1	0	0	1	0	
1	1	0	1	0	0	
1	1	0	1	1	0	
1	1	1	0	0	0	
1	1	1	0	1	0	
1	1	1	1	0	0	
1	1	1	1	1	1	

- (a) Bestimmen Sie die Mintermnormalform der Funktion $f(a, b, c, d, e)$. Verwenden Sie die Dezimalnotation. (3 Punkte)

$$f(a, b, c, d, e) = \sum (\text{_____})$$

NAME:

Matrikelnummer:

(b) Bestimmen Sie die Mintermnormalform der folgenden Funktion:

$g(a, b, c, d, e) = \bar{b}ce + cde$. Verwenden Sie bei Bedarf die Wahrheitstabelle auf Seite 8.
(4 Punkte)

$g(a, b, c, d, e) =$ _____

(c) Formen Sie die Funktion $g(a, b, c, d, e) = \bar{b}ce + cde$ algebraisch so um, dass sie eine Komposition aus 2-NOR und NOT Gattern ist. Wie viele Gatter jeder Sorte benötigen Sie?
(8 Punkte)

Hinweis: Beginnen Sie mit Ausklammern.

2-NOR Gatter: _____

NOT Gatter: _____

Aufgabe 4 (Signaturerkennung)

[20 Punkte]

Abbildung 3 zeigt den Aufbau eines rückgekoppelten Schieberegisters mit vier Flip-Flops. Die Schaltung kann unter anderem für die Bestimmung der Signatur einer Bitfolge verwendet werden. Nach Initialisierung der Flip-Flops werden die n Bits der Eingabesequenz schrittweise an den Eingang I angelegt. Nach n Taktzyklen liegt die Signatur der Eingabesequenz an den Ausgängen $Q1$ bis $Q4$ an.

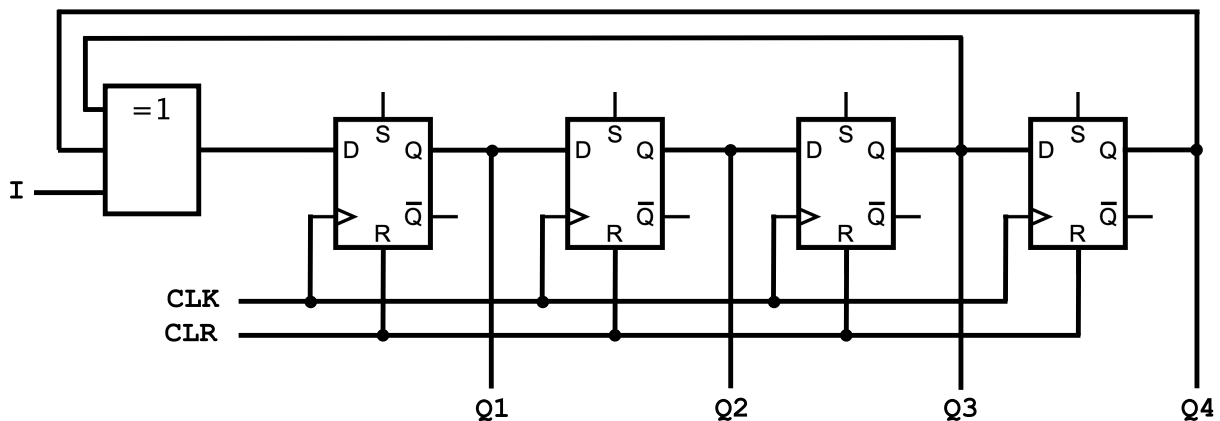


Abbildung 3: Rückgekoppeltes Schieberegister mit vier Flip-Flops

- (a) Die Flip-Flops des Schieberegisters sind mit dem Wert 0 initialisiert. Geben Sie die Signatur in binärer Darstellung ($\{Q4, Q3, Q2, Q1\}$) für die Eingangs-Bitfolge $I(k) = \{I_0, I_1, \dots, I_7\} = \{1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0\}$ an. Verwenden Sie hierzu die Tabelle 1. (10 Punkte)

k	$I(k)$	$Q1$	$Q2$	$Q3$	$Q4$
0	1	0	0	0	0
1	1				
2	1				
3	0				
4	1				
5	0				
6	0				
7	0				
8	—				

Tabelle 1: Signaturerkennung

k	$I(k)$	$Q1$	$Q2$	$Q3$	$Q4$
0	1	0	0	0	0
1	1				
2	1				
3	0				
4	1				
5	0				
6	0				
7	0				
8	—				

Tabelle 2: (Ersatz, **ungültige Lösung streichen!**)

- (b) Nun soll die Signatur einer beliebig langen Eingabe-Bitfolge geprüft werden: Die erwartete Signatur ist $(1)_{10}$, jede andere Signatur signalisiert einen Fehler oder eine unvollständige Übertragung. Zur Generierung der Signatur wird das Schieberegister mit zwei Flip-Flops aus Abbildung 4 verwendet, wobei die Flip-Flops mit dem Wert 0 initialisiert sind.

Spezifizieren Sie für die Prüfschaltung einen endlichen Moore-Automaten durch Angabe des Automatengraphen. Der Automat soll eine 1 ausgeben, wenn die bisher eingegebenen Bits die Signatur $(1)_{10}$ ergeben. Ansonsten soll eine 0 ausgegeben werden. (10 Punkte)

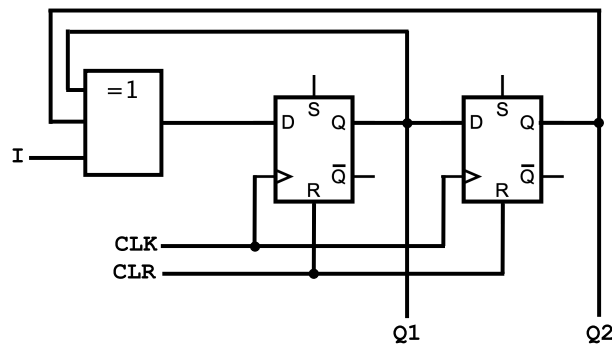


Abbildung 4: Rückgekoppeltes Schieberegister mit zwei Flip-Flops

Aufgabe 5 (Reflektierender Gray Code)**[25 Punkte]**

Zur Winkelmessung soll eine Rotationsscheibe mit 3 Lichtschranken verwendet werden. Hierzu wird die Rotationsscheibe in 8 Kreissektoren eingeteilt. Jeder Sektor wird mit einem $Codewort_n = (b_2, b_1, b_0)_2$ codiert. In Abbildung 5 ist eine solche Rotationsscheibe zu sehen.

Der Sektor $0^\circ - 45^\circ$ wurde hier mit dem Codewort 111_2 codiert.

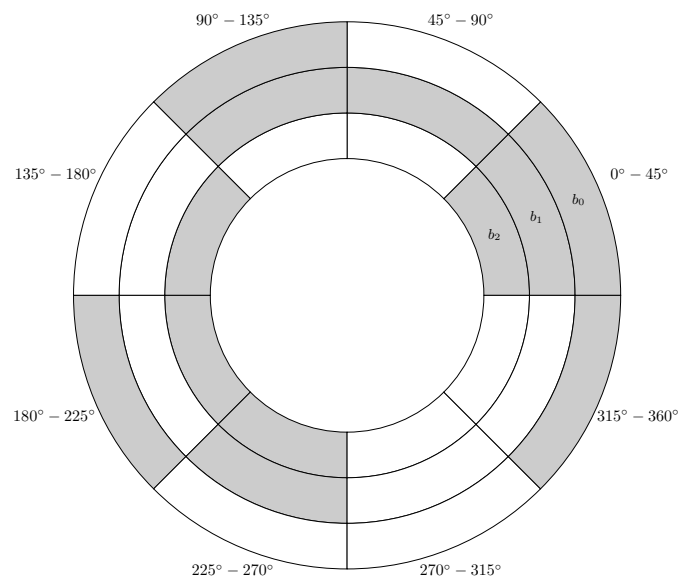


Abbildung 5: Beispiel einer codierten Rotationsscheibe

Zur Codierung soll nun ein Code verwendet werden, dessen aufeinander folgenden Codewörter sich nur in einem Bit unterscheiden. Hierzu soll ein reflektierender Gray Code verwendet werden.

Die rekursive Bildungsvorschrift für einen n-Bit Gray Code lautet:

$$G_{n+1} = \{0G_n, 1G_n^{ref}\}; G_1 = \{0, 1\}; n \geq 1$$

Den reflektierten Gray Code G_n^{ref} erhält man durch Spiegelung der Zeilen in der Mitte:

$$G_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \rightarrow G_1^{ref} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

(a) Geben sie den 3-Bit Gray Code G_3 in der Tabelle 3 an. (4 Punkte)

	b_2	b_1	b_0	Kreis Sektor
$Codewort_0$				$0^\circ - 45^\circ$
$Codewort_1$				$45^\circ - 90^\circ$
$Codewort_2$				$90^\circ - 135^\circ$
$Codewort_3$				$135^\circ - 180^\circ$
$Codewort_4$				$180^\circ - 225^\circ$
$Codewort_5$				$225^\circ - 270^\circ$
$Codewort_6$				$270^\circ - 315^\circ$
$Codewort_7$				$315^\circ - 360^\circ$

Tabelle 3: 3-Bit Gray Code G_3 .

	b_2	b_1	b_0	Kreis Sektor
$Codewort_0$				$0^\circ - 45^\circ$
$Codewort_1$				$45^\circ - 90^\circ$
$Codewort_2$				$90^\circ - 135^\circ$
$Codewort_3$				$135^\circ - 180^\circ$
$Codewort_4$				$180^\circ - 225^\circ$
$Codewort_5$				$225^\circ - 270^\circ$
$Codewort_6$				$270^\circ - 315^\circ$
$Codewort_7$				$315^\circ - 360^\circ$

Tabelle 4: 3-Bit Gray Code G_3 . **Ersatztablelle. Ungültige Lösung streichen!**

NAME:

Matrikelnummer:

- (b) Zeichnen Sie die Codewörter der einzelnen Kreissektoren in die Abbildung 6 ein.
Markieren Sie die Felder, die einer 1 entsprechen. (2 Punkte)

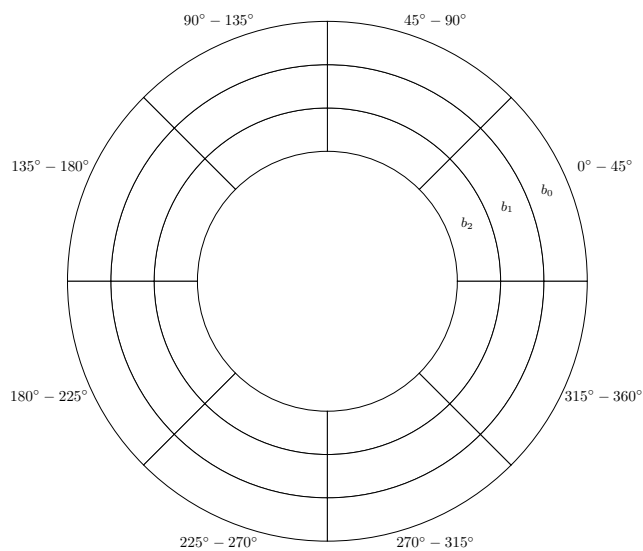


Abbildung 6: Rotationsscheibe

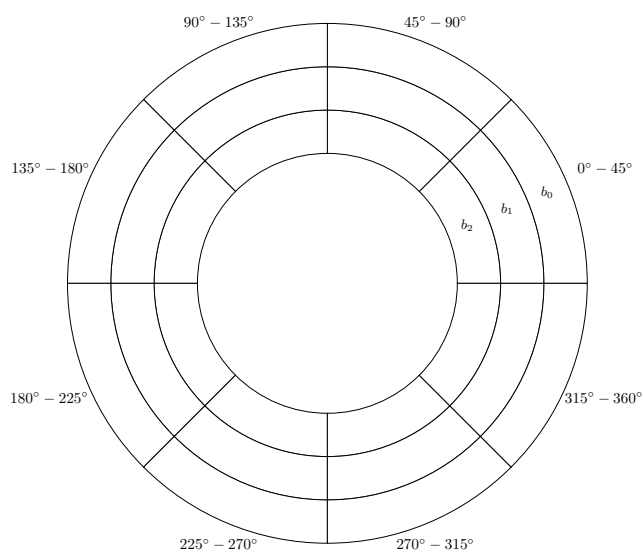


Abbildung 7: Rotationsscheibe **Ersatz. Ungültige Lösung streichen!**

- (c) Nun sollen die Kreissektoren aufsteigend binär codiert werden. Geben Sie die Codewörter in Tabelle 5 an. (4 Punkte)

	b_2	b_1	b_0	Kreissektor
$Codewort_0$	0	0	0	$0^\circ - 45^\circ$
$Codewort_1$				$45^\circ - 90^\circ$
$Codewort_2$				$90^\circ - 135^\circ$
$Codewort_3$				$135^\circ - 180^\circ$
$Codewort_4$				$180^\circ - 225^\circ$
$Codewort_5$				$225^\circ - 270^\circ$
$Codewort_6$				$270^\circ - 315^\circ$
$Codewort_7$				$315^\circ - 360^\circ$

Tabelle 5: 3-Bit Binärcode.

	b_2	b_1	b_0	Kreissektor
$Codewort_0$	0	0	0	$0^\circ - 45^\circ$
$Codewort_1$				$45^\circ - 90^\circ$
$Codewort_2$				$90^\circ - 135^\circ$
$Codewort_3$				$135^\circ - 180^\circ$
$Codewort_4$				$180^\circ - 225^\circ$
$Codewort_5$				$225^\circ - 270^\circ$
$Codewort_6$				$270^\circ - 315^\circ$
$Codewort_7$				$315^\circ - 360^\circ$

Tabelle 6: 3-Bit Binärcode. **Ersatztablelle. Ungültige Lösung streichen!**

NAME:

Matrikelnummer:

- (d) Zeichnen Sie die Codewörter der binär codierten Kreissektoren in die Abbildung 8 ein.

Markieren Sie die Felder, die einer 1 entsprechen..

(2 Punkte)

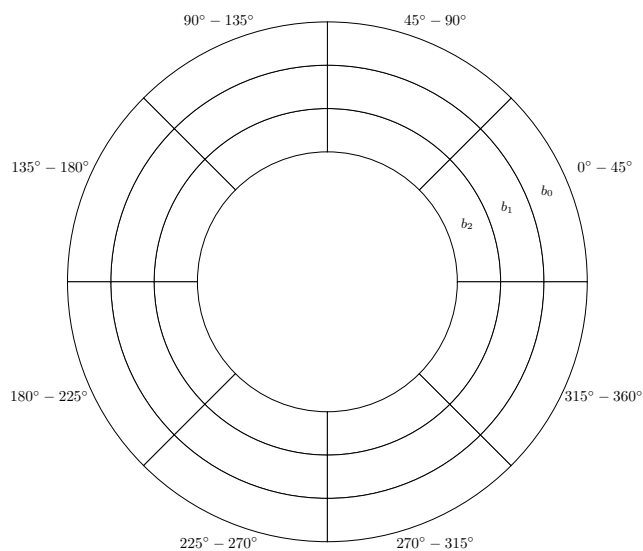


Abbildung 8: Rotationsscheibe

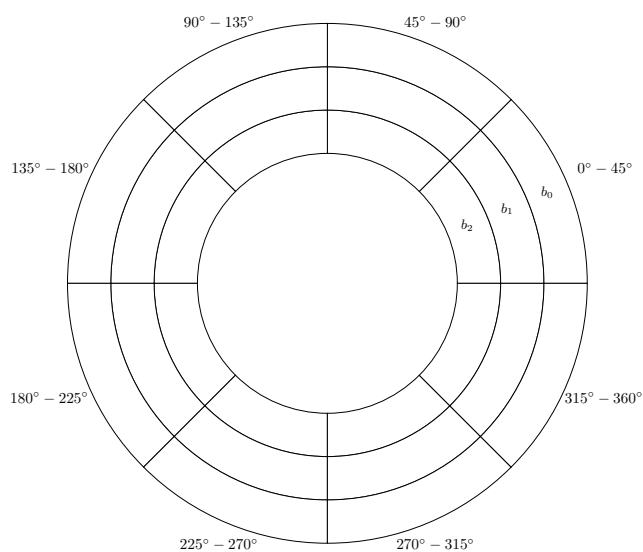


Abbildung 9: Rotationsscheibe **Ersatz. Ungültige Lösung streichen!**

- (e) Um zu detektieren in welchem Quadranten sich die mit dem Gray Code codierte Rotationsscheibe befindet, soll eine digitale Schaltung entworfen werden. Die Funktionen Q_n nehmen den Wert 1 an, wenn sich die Rotationsscheibe in dem entsprechenden Quadranten befindet.

Tragen Sie den Gray Code G_3 und die Funktionen Q_0 , Q_1 , Q_2 und Q_3 in die Wahrheitstabelle in Tabelle 7 ein. (4 Punkte)

Kreis Sektor	Quadrant
$0^\circ - 45^\circ$	Q_0
$45^\circ - 90^\circ$	Q_0
$90^\circ - 135^\circ$	Q_1
$135^\circ - 180^\circ$	Q_1
$180^\circ - 225^\circ$	Q_2
$225^\circ - 270^\circ$	Q_2
$270^\circ - 315^\circ$	Q_3
$315^\circ - 360^\circ$	Q_3

	b_2	b_1	b_0	Q_0	Q_1	Q_2	Q_3
$0^\circ - 45^\circ$							
$45^\circ - 90^\circ$							
$90^\circ - 135^\circ$							
$135^\circ - 180^\circ$							
$180^\circ - 225^\circ$							
$225^\circ - 270^\circ$							
$270^\circ - 315^\circ$							
$315^\circ - 360^\circ$							

Tabelle 7: Wahrheitstabelle

	b_2	b_1	b_0	Q_0	Q_1	Q_2	Q_3
$0^\circ - 45^\circ$							
$45^\circ - 90^\circ$							
$90^\circ - 135^\circ$							
$135^\circ - 180^\circ$							
$180^\circ - 225^\circ$							
$225^\circ - 270^\circ$							
$270^\circ - 315^\circ$							
$315^\circ - 360^\circ$							

Tabelle 8: Wahrheitstabelle **Ersatzstabelle. Ungültige Lösung streichen!**

NAME:

Matrikelnummer:

- (f) Geben Sie die minimale SOP-Form der Funktionen Q_0 , Q_1 , Q_2 und Q_3 an. Füllen Sie hierzu zunächst die Karnaugh-Diagramme in Abbildung 10 aus und markieren Sie alle Primimplikanten. (4 Punkte)

$$Q_0$$

	b_0	b_0	\bar{b}_0	\bar{b}_0
b_1				
\bar{b}_1				
	\bar{b}_2	b_2	b_2	\bar{b}_2

(a) Q_0

$$Q_1$$

	b_0	b_0	\bar{b}_0	\bar{b}_0
b_1				
\bar{b}_1				
	\bar{b}_2	b_2	b_2	\bar{b}_2

(b) Q_1

$$Q_2$$

	b_0	b_0	\bar{b}_0	\bar{b}_0
b_1				
\bar{b}_1				
	\bar{b}_2	b_2	b_2	\bar{b}_2

(c) Q_2

$$Q_3$$

	b_0	b_0	\bar{b}_0	\bar{b}_0
b_1				
\bar{b}_1				
	\bar{b}_2	b_2	b_2	\bar{b}_2

(d) Q_3

$$Q_{\text{—}}$$

	b_0	b_0	\bar{b}_0	\bar{b}_0
b_1				
\bar{b}_1				
	\bar{b}_2	b_2	b_2	\bar{b}_2

(e) Q_n **Ersatz!**

$$Q_{\text{—}}$$

	b_0	b_0	\bar{b}_0	\bar{b}_0
b_1				
\bar{b}_1				
	\bar{b}_2	b_2	b_2	\bar{b}_2

(f) Q_n **Ersatz!**Abbildung 10: Karnaugh-Diagramme **Ungültige Lösung streichen!****Minimale SOP-Form:** Q_0 : _____ Q_1 : _____ Q_2 : _____ Q_3 : _____

- (g) Durch Fertigungstoleranzen der Rotationsscheibe kann es beim Übergang von einem zum nächsten Sektor zur Erkennung von fehlerhaften Codewörtern kommen.

Geben Sie für die beiden verwendeten Codes (3-Bit Gray Code und aufsteigend binär codiert) alle Codewörter an, die beim Übergang von Kreissektor $225^\circ - 270^\circ$ zum Kreissektor $270^\circ - 315^\circ$ fälschlicherweise gelesen werden können. (5 Punkte)

Fälschlicherweise gelesen:

3-Bit Gray Code: _____

3-Bit aufst. Binärcode: _____

NAME:

Matrikelnummer:

Konzeptpapier: Falls der Platz unter den einzelnen Aufgaben nicht ausreicht, können Sie diese Seiten für Zwischenrechnungen nutzen. Bitte Lösung und Lösungsweg eindeutig mit der Aufgabennummer markieren!

Konzeptpapier: Falls der Platz unter den einzelnen Aufgaben nicht ausreicht, können Sie diese Seiten für Zwischenrechnungen nutzen. Bitte Lösung und Lösungsweg eindeutig mit der Aufgabennummer markieren!